УДК 53 : 51

К ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ p-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

П. И. Хаджи, Е. С. Киселева

Найдены новые решения уравнений Максвелла, описывающие распространение p-поляризованных нелинейных поверхностных волн вдоль границы раздела между линейной изотропной средой и оптически одноосной нелинейной средой, которая характеризуется диагональным диэлектрическим тензором с компонентами $\varepsilon_{xx}=\varepsilon_x+\alpha_x|\mathcal{E}_x|^2$, $\varepsilon_{zz}=\varepsilon_z+\alpha_z|\mathcal{E}_z|^2$, где $\mathcal{E}_x$ и $\mathcal{E}_z$ — продольная и поперечная составляющие напряженности электрического поля волны. Доказана возможность существования ограниченных решений для самофокусирующей среды. Закон дисперсии существенно зависит от амплитуды поля у границы раздела сред.

В ряде работ [1-5] исследовались p-поляризованные нелинейные поверхностные волны (НПВ), распространяющиеся вдоль границы раздела между линейной и нелинейной средами. Характерным для этих работ является использование одноосного приближения для нелинейной среды, в рамках которого компоненты диагонального диэлектрического тензора считались зависящими только от продольной составляющей электрического поля волны в виде

$$\varepsilon_{xx}=\varepsilon_{yy}=\varepsilon_0+\alpha|\mathcal{E}_x|^2,\ \varepsilon_{zz}=\varepsilon_z=\text{const} \tag{1}$$

(так называемая $\varepsilon_x(|\mathcal{E}_x|)^2$-аппроксимация).

Точные решения уравнений Максвелла с учетом граничных условий для модельных нелинейных сред привели к обнаружению ряда замечательных свойств, присущих НПВ. Некоторые из них не имеют аналога в линейной теории. Среди них отметим существование p-поляризованных НПВ, распространяющихся вдоль границы раздела двух сред, диэлектрические функции которых имеют один и тот же знак. Заметим также, что, используя эту упрощенную форму нелинейных диэлектрических функций, были изучены p-поляризованные нелинейные волны для различных конфигураций сред. В [4] сделана попытка исследования свойств НПВ с включением случая, когда ε_{zz} также является нелинейной функцией поля, причем и в этом случае рассматривалась зависимость диэлектрических функций только от продольной компоненты электрического поля $\mathcal{E}_x$. Однако в последние годы авторы ряда работ [6-9] приводят доводы в пользу того, что доминирующий вклад в диэлектрическую проницаемость нелинейной среды обусловлен зависимостью компонент диэлектрического тензора от поперечной компоненты поля $\mathcal{E}_z$, так как в большинстве представляющих интерес случаев $|\mathcal{E}_z|\gg|\mathcal{E}_x|$.

В связи с этим в [7] сделана попытка изучить p-поляризованные НПВ в так называемой $\varepsilon_z(|\mathcal{E}_z|^2)$-аппроксимации, в которой компонента диагонального диэлектрического тензора предполагается зависящей от $\mathcal{E}_z$ и берется в виде

$$\varepsilon_{xx}=\varepsilon_{yy}=\varepsilon_x,\ \varepsilon_{zz}=\varepsilon_z+\alpha|\mathcal{E}_z|^2. \tag{2}$$

Система уравнений Максвелла для полей приводится в [7] к приближенному уравнению для компоненты магнитного поля $\mathcal{H}_y$, которое по виду совпадает с волновым уравнением для компоненты поля $\mathcal{E}_y$ в s-поляризации. В [8, 9] этот же приближенный подход используется для исследования направляемых тонкой пластинкой волн. Тем не менее точные решения задачи в $\varepsilon_z(|\mathcal{E}_z|^2)$-аппроксимации не были получены вследствие использования грубого приближения.

В [3, 6] указано, что в принципе следовало бы решить уравнения Максвелла для среды, которая описывается диагональным диэлектрическим тензором вида

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}&=\varepsilon_x+\alpha_1|\mathcal{E}_x|^2+\alpha_2(|\mathcal{E}_y|^2+|\mathcal{E}_z|^2),\\ \varepsilon_{yy}&=\varepsilon_y+\alpha_1|\mathcal{E}_y|^2+\alpha_2(|\mathcal{E}_x|^2+|\mathcal{E}_z|^2),\\ \varepsilon_{zz}&=\varepsilon_z+\alpha_1|\mathcal{E}_z|^2+\alpha_2(|\mathcal{E}_x|^2+|\mathcal{E}_y|^2).\end{aligned} \tag{3}$$

Отметим также ряд работ [10-13], в которых исследовались свойства p-поляризованных НПВ на границе раздела с изотропной нелинейной средой, диэлектрическая функция которой бралась в виде

$$\varepsilon=\varepsilon_0+\alpha|\mathcal{E}|^2. \tag{4}$$

В данной работе представлены результаты точного решения уравнений Максвелла для p-поляризованных НПВ с одновременным использованием $\varepsilon_x(|\mathcal{E}_x|^2)$- и $\varepsilon_z(|\mathcal{E}_z|^2)$-аппроксимаций без привлечения грубого приближения, использованного в [7-9]. Структура и закон дисперсии НПВ найдены для границы раздела двух сред, одна из которых является изотропной и линейной, имеет диэлектрическую проницаемость ε_1 и занимает полупространство $z\leqslant 0$. Относительно нелинейной среды, заполняющей полупространство $z\geqslant 0$, предполагается, что компоненты ε_{xx} и ε_{yy} ее диагонального диэлектрического тензора имеют вид

$$\varepsilon_{xx}=\varepsilon_x+\alpha_x|\mathcal{E}_x|^2,\ \ \varepsilon_{zz}=\varepsilon_z+\alpha_z|\mathcal{E}_z|^2, \tag{5}$$

где константы ε_x, ε_z, α_x, α_z считаются зависящими от частоты. Так как компонента ε_{yy} не входит в уравнения Максвелла для p-поляризованных волн, то ее вид несуществен и мы его не приводим. По сути дела (5) представляет собой частный случай аппроксимации (2) для модельной среды, в которой $\alpha_2\ll\alpha_1$. В этом приближении ε_{xx} зависит практически только от $\mathcal{E}_x$, а ε_{zz} от $\mathcal{E}_z$. При $\alpha_z=0$ получаем $\varepsilon_x(|\mathcal{E}_x|^2)$-аппроксимацию, а при $\alpha_x=0$ чистую $\varepsilon_z(|\mathcal{E}_z|^2)$-аппроксимацию (по терминологии авторов работ [7-9]).

В разделе 1 рассмотрены НПВ в общем случае при $\alpha_x>0$ и $\alpha_z>0$, а в разделе 2 представлены точные аналитические решения, которые удается получить для частного случая, когда $\alpha_x=0$, $\alpha_z>0$, т. е. в аппроксимации $\varepsilon_z(|\mathcal{E}_z|^2)$

1. Общий случай

Пусть волна распространяется вдоль оси x с волновым вектором k, ось z направлена перпендикулярно к плоской границе раздела двух сред, а ось y расположена в плоскости раздела. В этой геометрии рассматриваются p-поляризованные НПВ (H-волна). При этом отличны от нуля только компоненты поля $\mathcal{E}_x$, $\mathcal{E}_z$ и $\mathcal{H}_y$. Рассматривается стационарный режим распространения света, т. е. решения берутся пропорциональными $\exp(-i\omega t)$, где ω — частота волны. Уравнения Максвелла для нелинейной среды имеют вид

$$\frac{d\mathcal{E}_x}{dz}=ik\mathcal{E}_z+i\frac{\omega}{c}\mathcal{H}_y,\ \ \frac{d\mathcal{H}_y}{dz}=i\frac{\omega}{c}\varepsilon_{xx}\mathcal{E}_x,\ \ \mathcal{H}_y=-\frac{\omega}{ck}\varepsilon_{zz}\mathcal{E}_z. \tag{6}$$

Перейдем к переменным E_x, E_z и H по формулам

$$\mathcal{E}_x=-iE_x,\ \ \mathcal{E}_z=E_z,\ \ \mathcal{H}_y=-H. \tag{7}$$

Из (6) с использованием (5) получаем

$$\frac{dE_x}{dz}=-\frac{1}{k}\left(q^2-\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_z^2\right)E_z, \tag{8}$$

$$\frac{dE_z}{dz}=-k\frac{\varepsilon_x+\alpha_x E_x^2}{\varepsilon_z+3\alpha_z E_z^2}E_x, \tag{9}$$

где

$$q^2=k^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}. \tag{10}$$

Разделив (8) на (9) и интегрируя получившееся дифференциальное уравнение, находим связь между амплитудами полей E_x и E_z (с учетом условия обращения в нуль полей на бесконечности)

$$k^2\left(\varepsilon_x+\frac{1}{2}\alpha_x E_x^2\right)E_x^2=F\left(E_z^2\right), \tag{11}$$

где

$$F\left(E_z^2\right)=\left[\varepsilon_z q^2+\frac{1}{2}\alpha_z\left(3q^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_z^2-\alpha_z^2\frac{\omega^2}{c^2}E_z^4\right]E_z^2. \tag{12}$$

Далее будем считать, что $\alpha_x>0$ и $\alpha_z>0$. Так как левая часть равенства (11) является положительно определенной величиной, то область изменения амплитуд полей E_x и E_z определяется из условия $F\left(E_z^2\right)=0$. Легко видеть, что E_z изменяется от 0 до максимального значения E_{zm}, которое определяется формулой

$$\alpha_z E_{zm}^2\left(3q^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}+k\sqrt{9q^2+\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}}\right)\Big/\left(4\frac{\omega^2}{c^2}\right), \tag{13}$$

причем $E_x=0$ при $E_z=0$ и при $E_z=E_{zm}$. НПВ с $E_z>E_{zm}$ не существуют. Продольная компонента поля E_x с ростом E_z сначала растет, достигает своего максимального значения E_{xm}, равного

$$\alpha_x E_{xm}^2=\left(\varepsilon_x^2+\frac{\alpha_x}{\alpha_z}\frac{c^4q^4}{\omega^2}\right)^{1/2}-\varepsilon_x \tag{14}$$

при $\alpha_z E_z^2=c^2q^2/\omega^2$, после чего убывает до нуля при $E_z=E_{zm}$. Что касается функции $H(E_z)$, то она монотонно растет от нуля до максимального значения

$$H_m=\frac{c}{4\omega}\left(3k+\sqrt{9q^2+\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}}\right)E_{zm}$$

с ростом E_z от 0 до E_{zm}. При этом в зависимости от соотношения между параметрами α_x, α_z, ε_x и ε_z нелинейной среды возможно существование двух типов решений. К первому типу относятся решения, для которых $E_z>E_x$ во всех точках пространства, причем вдали от значения E_{xm} имеет место более сильное неравенство: $E_z\gg E_x$. В этом случае вполне приемлема аппроксимация $\varepsilon_z(|\mathscr{E}_z|^2)$. Ко второму типу относятся решения, для которых $E_z>E_x$ при $0<E_z<E_-$, $E_+<E_z<E_{zm}$ и $E_z<E_x$ при $E_-<E_z<E_+$, где $E_\pm$ определяются формулой

$$\alpha_z E_\pm^2=\frac{3q^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}-\frac{\alpha_x}{\alpha_z}k^2\pm\sqrt{\left(3q^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}-\frac{\alpha_x}{\alpha_z}k^2\right)^2+16\frac{\omega^2}{c^2}\left(\varepsilon_x q^2-\varepsilon_x k^2\right)}}{4\omega^2/c^2}. \tag{15}$$

Используя (9) и (11), находим нелинейное дифференциальное уравнение, определяющее пространственный профиль поперечной компоненты поля

$$\frac{dE_z}{dz}=-\frac{k}{\sqrt{\alpha_x}}\frac{\sqrt{\varepsilon_x^2+2\frac{\alpha_x}{k^2}F\left(E_z^2\right)}}{\varepsilon_z+3\alpha_z E_z^2}\sqrt{\sqrt{\varepsilon_x^2+2\frac{\alpha_x}{k^2}F\left(E_z^2\right)}-\varepsilon_x}, \tag{16}$$

где $F\left(E_z^2\right)$ выражается формулой (12). Решение этого уравнения можно представить в квадратурах в виде

$$\int\limits_{E_z}^{E_{z0}} \frac{(\varepsilon_z + 3\alpha_z E_z^2)\sqrt{\sqrt{\varepsilon_x^2 + 2\frac{\alpha_x}{k^2} F(E_z^2)} + \varepsilon_x}}{\sqrt{\varepsilon_x^2 + 2\frac{\alpha_x}{k^2} F(E_z^2)}\,\sqrt{F(E_z^2)}}\, dE_z = \sqrt{2}\, z, \tag{17}$$

где E_{z0} есть амплитуда поперечной компоненты поля в точке $z=0$ в нелинейной среде. Решение (17) представляет профиль поля $E_z(z)$, который монотонно убывает с расстоянием в глубь нелинейной среды. При увеличении E_{z0} скорость убывания функции $E_z(z)$ в окрестности точки $z=0$ быстро растет. Заметим, что, кроме указанного решения (17), из (16) следует также решение (со знаком плюс с правой стороны), которое обладает свойством немонотонного изменения амплитуды поля $E_z(z)$: поле сначала растет, достигает своего максимума E_{zm} в некоторой точке z_m, после чего оно монотонно убывает. Координата точки z_m определяется равенством

$$z_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \int\limits_{E_{z0}}^{E_{zm}} \frac{(\varepsilon_z + 3\alpha_z E_z^2)\sqrt{\sqrt{\varepsilon_x^2 + 2\frac{\alpha_x}{k^2} F(E_z^2)} + \varepsilon_x}}{\sqrt{\varepsilon_x^2 + 2\frac{\alpha_x}{k^2} F(E_z^2)}\,\sqrt{F(E_z^2)}}\, dE_z. \tag{18}$$

Из (18) видно, что чем меньше E_{z0}, тем дальше отстоит максимум функции $E_z(z)$ от границы раздела сред.

В линейной среде (в области $z \leqslant 0$) исчезающие на бесконечности решения имеют вид

$$E_x = E_0 e^{\varkappa z}, \quad H = -\frac{\varepsilon_1 \omega}{c\varkappa} E_0 e^{\varkappa z}, \quad E_z = -\frac{k}{\varkappa} E_0 e^{\varkappa z}, \tag{19}$$

где

$$\varkappa^2 = k^2 - \varepsilon_1 \frac{\omega^2}{c^2}, \tag{20}$$

E_0 — амплитуда продольной компоненты электрического поля волны E_x в точке $z=0$.

Используя условие непрерывности тангенциальных компонент электрического E_x и магнитного H полей через границу раздела сред, находим закон дисперсии поверхностных волн и соотношение, определяющее связь между E_{z0} и E_0

$$\frac{\varkappa}{\varepsilon_1}\sqrt{\varepsilon_x + \frac{1}{2}\alpha_x E_0^2}\,(\varepsilon_z + \alpha_z E_{z0}^2) = \left(\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z \frac{\omega^2}{c^2}\right)E_{z0}^2 - \alpha_z^2 \frac{\omega^2}{c^2} E_{z0}^4\right)^{1/2}, \tag{21}$$

где E_{z0} выражается через E_0 по формуле

$$E_{z0} = \left(\sqrt{\frac{1}{27}\frac{\varepsilon_z^3}{\alpha_z^3} + \frac{1}{4}\frac{\varepsilon_1^2}{\alpha_z^2}\frac{k^2}{\varkappa^2}E_0^2} - \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1}{\alpha_z}\frac{k}{\varkappa}E_0\right)^{1/3} - $$
$$ - \left(\sqrt{\frac{1}{27}\frac{\varepsilon_z^3}{\alpha_z^4} + \frac{1}{4}\frac{\varepsilon_1^2}{\alpha_z^2}\frac{k^2}{\varkappa^2}E_0^2} + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_1}{\alpha_z}\frac{k}{\varkappa}E_0\right)^{1/3}. \tag{22}$$

При значениях поля E_0, удовлетворяющих неравенству $\alpha_z E_0^2 \ll \frac{\varepsilon_z^3}{\varepsilon_1^2}\frac{\varkappa^2}{k^2}$, находим $E_{z0} \simeq -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_z}\frac{k}{\varkappa}E_0$. В противоположном случае $\left(\text{при } \alpha_z E_0^2 \gg \frac{\varepsilon_z^3}{\varepsilon_1^2}\frac{\varkappa^2}{k^2}\right)$ получаем $E_{z0} \simeq -\left(\frac{\varepsilon_1}{\alpha_z}\frac{k}{\varkappa}E_0\right)^{1/3}$.

Подставляя E_{z0} из (22) в (21), находим закон дисперсии НПВ, где параметром является амплитуда продольной компоненты поля E_0 на границе раздела сред. Дисперсионная кривая при заданном значении E_0 определяется однозначно. Она существует в той спектральной области, в которой линейная среда имеет отрицательную диэлектрическую проницаемость. Если перейти к пределу α_x, $\alpha_z \to 0$, то из (21) получаем известное выражение для закона дисперсии линейных p-поляризованных поверхностных поляритонов [14].

Что касается закона дисперсии НПВ с немонотонно меняющимся пространственным профилем, то он отличается от (21) лишь знаком «минус» в правой части. Поэтому такие волны существуют в спектральной области, в которой диэлектрическая проницаемость линейной среды положительна.

2. НПВ в ε_z $(|\mathcal{E}_z|^2)$-аппроксимации

Рассмотрим решения уравнений Максвелла в частном случае, когда $\alpha_x=0$, $\alpha_z>0$. Используя (5)—(7), получаем следующее нелинейное дифференциальное уравнение для компоненты поля E_z:

$$(\varepsilon_z+3\alpha_z E_z^2)\frac{d^2E_z}{dz^2}+6\alpha_z E_z\left(\frac{dE_z}{dz}\right)^2=\varepsilon_x\left(q^2-\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_z^2\right)E_z. \tag{23}$$

Если в левой стороне (23) пренебречь нелинейными членами, то получающееся уравнение по виду совпадает с уравнением для H_y, использованным в [8, 9]. Нетрудно найти первый интеграл уравнения (23) при условии, что на бесконечности все компоненты поля обращаются в нуль

$$\frac{dE_z}{dz}=\pm\frac{\sqrt{\varepsilon_x}}{\varepsilon_z+3\alpha_z E_z^2}\sqrt{F(E_z^2)}, \tag{24}$$

где функция $F(E_z^3)$ определяется формулой (12).

Отсюда видно, что существуют два типа решений. Первый тип, который соответствует знаку «минус» в правой части (24), — это решение, монотонно убывающее с расстоянием. Второй тип (со знаком «плюс») соответствует решению, которое сначала возрастает с расстоянием; в некоторой точке $z_m>0$ поперечная компонента поля достигает максимальной величины E_{zm}, которое определяется формулой (13), после чего монотонно убывает. Кроме того, скорость изменения поля E_z с расстоянием существенно зависит от величины самого поля: она стремится к нулю при исчезающе малых полях и при значениях поля $E_z=E_{zm}$ и достигает максимальной величины при амплитуде поля $E_z=$ $=E_1$, где

$$\alpha_z E_1^2=\frac{1}{3}\varepsilon_z\left(\sqrt[3]{1+\frac{9}{\varepsilon_z^2}\frac{c^2q^2}{\omega^2}}-1\right). \tag{25}$$

Интегрируя (24) со знаком «минус» перед правой частью, найдем неявное выражение для профиля поля E_z (решение первого типа)

$$2\sqrt{\varepsilon_x}\,z=3\frac{c}{\omega}\left(\arcsin\frac{3q^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}-4\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_z^2}{k\sqrt{9q^2+\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}}}-\right.$$
$$\left.-\arcsin\frac{3q^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}-4\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_{z0}^2}{k\sqrt{9q^2+\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}}}\right)+\frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{q}\times$$
$$\times\ln\left|\frac{2\varepsilon_z q^2+\frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_z^2+2\sqrt{\varepsilon_z}\,q\sqrt{\varepsilon_z q^2+\frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_z^2-\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_z^4}}{2\varepsilon_z q^2+\frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_{z0}^2+2\sqrt{\varepsilon_z}\,q\sqrt{\varepsilon_z q^2+\frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2-\varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_{z0}^2-\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_{z0}^4}}\frac{E_{z0}^2}{E_z^2}\right|, \tag{26}$$

где E_{z0} — амплитуда поля E_z в нелинейной среде при $z=0$. Отсюда видно, что по мере уменьшения E_z функция $z\,(E_z)$ растет, стремясь к бесконечности при $E_z\to 0$. Иными словами, поле E_z убывает с расстоянием. Скорость изменения поля в окрестности границы раздела в нелинейной среде зависит от значения параметра E_{z0}. При малых E_{z0} спад является экспоненциальным: $E_z = E_{z0} e^{-\sqrt{\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z}}\, qz}$. С ростом E_{z0} скорость убывания поля возрастает, становясь максимальной при $E_{z0}=E_1$. При максимально допустимом значении поля у границы раздела $E_{z0}=E_{zm}$ поле сначала (в окрестности границы раздела) очень медленно убывает, затем с удалением от границы скорость убывания возрастает, переходя в конце концов в экспоненциальный спад на очень больших расстояниях. При E_{z0}, близком к E_{zm}, форма кривой пространственного распределения поля имеет вид полуколокола. Чем меньше E_{z0}, тем больше форма полуколокола деформируется в сторону экспоненциальной кривой. Используя (5)—(7), легко найти профили полей E_x и H.

Пространственный профиль напряженности магнитного поля H подобен профилю поперечной компоненты электрического поля E_z. Что касается продольной компоненты электрического поля E_x, то при значениях поля $E_{z0}^2 < c^2q^2/\alpha_z\omega^2$ она также постоянно убывает. Однако при $E_{z0}^2 > c^2q^2/\alpha_z\omega^2$ по мере удаления от границы она сначала возрастает, достигая своего максимума $\alpha_x E_{xm}^2 = c^4q^4/2\varepsilon_x\omega^4$ при значении $E_z^2 = c^2q^2/\alpha_z\omega^2$, затем убывает. Чем ближе E_{z0} к значению E_{zm}, тем меньше продольная компонента поля у границы раздела. В этом случае практически вся энергия поверхностной волны распределена в нелинейной среде.

Используя условия непрерывности тангенциальных компонент электрического E_x и магнитного H полей через границу раздела сред, находим закон дисперсии поверхностных волн первого типа и соотношение, определяющее E_{z0} через E_0

$$\frac{\varkappa}{\varepsilon_1}(\varepsilon_z + \alpha_z E_{z0}^2) + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_x}}\left[\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z \frac{\omega^2}{c^2}\right)E_{z0}^2 - \alpha_z^2 \frac{\omega^2}{c^2} E_{z0}^4\right]^{1/2} = 0, \qquad (27)$$

где E_{z0} определяется формулой (22).

Рассмотрим теперь решение второго типа (со знаком «плюс» в правой стороне уравнения (24)). Для расстояний от 0 до $z=z_m$, т. е. для возрастающего участка кривой $E_z(z)$, решение имеет вид

$$2\sqrt{\varepsilon_x}\, z = 3\frac{c}{\omega}\left(\arcsin\frac{3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2} - 4\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_{z0}^2}{k\sqrt{9q^2 + \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}}} - \arcsin\frac{3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2} - 4\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_z^2}{k\sqrt{9q^2 + \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}}}\right) + \frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{q} \times$$

$$\times \ln\left|\frac{2\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)F_{z0}^2 + 2\sqrt{\varepsilon_z}\, q\sqrt{\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_{z0}^2 - \alpha_z^2\frac{\omega^2}{c^2}E_{z0}^4}}{2\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_z^2 + 2\sqrt{\varepsilon_z}\, q\sqrt{\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_z^2 - \alpha_z^2\frac{\omega^2}{c^2}E_z^4}}\,\frac{E_z^2}{E_{z0}^2}\right|. \qquad (28)$$

Максимальное значение амплитуды поперечной компоненты поля E_{zm} достигается в точке $z=z_m$, которое определяется параметром среды и значением поля на границе раздела E_{z0}

$$2\sqrt{\varepsilon_x}\, z_m = \frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{q}\ln\left|\frac{2\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_{z0}^2}{2\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_{zm}^2}\,\frac{E_{zm}^2}{E_{z0}^2}\right| +$$

$$+ 3\frac{c}{\omega}\left(\arcsin\frac{3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2} - 4\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_{z0}^2}{k\sqrt{9q^2 + \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}}} - \arcsin\frac{3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2} - 4\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_{zm}^2}{k\sqrt{9q^2 + \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}}}\right). \qquad (29)$$

При $z \geqslant z_m$ пространственный профиль поля E_z определяется выражением

$$2\sqrt{\varepsilon_x}\, z + C = 3\frac{c}{\omega}\arcsin\frac{3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2} - 4\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_z^2}{k\sqrt{9q^2 + \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}}} + \\ + \frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{q}\ln\left|2\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_z^2 + \right. \\ \left. + 2\sqrt{\varepsilon_z}\, q\sqrt{\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_z^2 - \alpha_z^2\frac{\omega^2}{c^2}E_z^4}\right| - 2\frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{q}\ln E_z, \qquad (30)$$

где

$$C = \frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{q}\ln\left|\frac{2\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_{zm}^2}{\alpha_z E_{zm}^2}\right| + \\ + 3\frac{c}{\omega}\arcsin\frac{3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2} - 4\alpha_z\frac{\omega^2}{c^2}E_{zm}^2}{k\sqrt{9q^2 + \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}}} - 2\sqrt{\varepsilon_x}\, z_m. \qquad (31)$$

Из полученных выражений следует немонотонный характер изменения компоненты поля $E_z(z)$. Чем больше величина E_{z0}, тем ближе к границе раздела сред располагается максимум профиля $E_z(z)$. При $E_{z0}=E_{zm}$ максимум функции $E_z(z)$ находится в точке $z=0$ и тогда решения (26) и (30) совпадают, отличие между обоими типами волн исчезает.

Пространственный профиль напряженности магнитного поля по-прежнему подобен профилю $E_z(z)$. Продольная компонента электрического поля E_x ведет себя сложнее. При $E_{z0}^2 < c^2q^2/\alpha_z\omega^2$ она убывает, в то время как E_x растет, в точке $z=z_m$ обращается в нуль, затем изменяет знак и по модулю растет, тогда как E_z убывает, достигает в некоторой точке максимума $\alpha_x E_{xm}^2=c^4q^4/2\varepsilon_x\omega^4$, затем снова убывает, обращаясь в нуль на бесконечности. Если же $E_{z0}^2 > c^2q^2/\alpha_z\omega^2$, то функция $E_x(z)$ сначала возрастает, достигает максимума, потом убывает, проходя через нуль, при дальнейшем изменении модуль ее снова принимает то же максимальное значение, а затем убывает до нуля. НПВ второго типа, как и НПВ первого типа, не существуют при $E_{z0} > E_{zm}$.

Что касается закона дисперсии для НПВ второго типа, то он имеет вид

$$\frac{\varkappa}{\varepsilon_1}(\varepsilon_z + \alpha_z E_{z0}^2) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_x}}\sqrt{\varepsilon_z q^2 + \frac{\alpha_z}{2}\left(3q^2 - \varepsilon_z\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_{z0}^2 - \alpha_z^2\frac{\omega^2}{c^2}E_{z0}^4}, \qquad (32)$$

где E_{z0} по-прежнему определяется выражением (22). Отсюда видно, что дисперсионная кривая НПВ второго типа существует в той спектральной области, в которой диэлектрическая проницаемость линейной среды положительна. Таким образом, НПВ первого и второго типов существуют в различных неперекрывающихся спектральных областях.

Заключение

Сравнивая полученные здесь результаты с результатами работы [1], можно сделать следующие выводы.

Существует принципиальное отличие между решениями уравнений с аппроксимациями $\varepsilon_x(|\mathcal{E}_x|^2)$ и $\varepsilon_z(|\mathcal{E}_z|^2)$. Профили полей существенно отличаются по форме. Для самофокусирующих сред аппроксимация $\varepsilon_z(|\mathcal{E}_z|^2)$ приводит к физически разумным, конечным амплитудам полей, тогда как аппроксимация $\varepsilon_x(|\mathcal{E}_x|^2)$ приводит к расходящимся выражениям для полей. По-видимому, это обусловлено тем, что аппроксимация $\varepsilon_z(|\mathcal{E}_z|^2)$ связана с поперечной компонентой поля, как и в s-поляризованных НПВ, где решения характеризуются конечной амплитудой, а аппроксимация $\varepsilon_x(|\mathcal{E}_x|^2)$ связана с продольной компонентой поля. Кроме того, в случаях, когда $|\mathcal{E}_z| \gg |\mathcal{E}_x|$, использование аппроксимации $\varepsilon_z(|\mathcal{E}_z|^2)$ приводит к гораздо меньшей мощности направляемых волн, необходимой для обеспечения определенного изменения диэлектрической постоянной нелинейной среды.

Обобщение полученных результатов на случай границы раздела двух нелинейных сред тривиально.

Литература

[1] *Агранович В. М., Бабиченко В. С., Черняк В. Я.* Письма в ЖЭТФ, 1980, т. 32, № 8, с. 532—535.
[2] *Ломтев А. И.* Письма в ЖЭТФ, 1981, т. 34, № 2, с. 64—67.
[3] *Agranovich V. M., Chernyak V. Ya.* Solid State Commun., 1982, v. 44, N 8, p. 1309—1311.
[4] *Yu M. Y.* Phys. Rev., 1983, v. A28, N 3, p. 1855—1856.
[5] *Leung K. M.* Phys. Rev., 1985, v. A31, N 2, p. 1189—1192.
[6] *Seaton C. T., Valera J. D., Svenson B., Stegeman G. I.* Opt. Lett., 1985, v. 10, N 3, p. 149—150.
[7] *Stegeman G. I., Seaton C. T., Ariyasu J.* et al. J. Appl. Phys., 1985, v. 58, N 7, p. 2453—2459.
[8] *Ariyasu J., Seaton C. T., Stegeman G. I.* et al. J. Appl. Phys., 1985, v. 58, N 7, p. 2460—2466.
[9] *Michalache D., Mazilu D.* Appl. Phys., 1986, v. B41, N 2, p. 119—123.
[10] *Ахмедиев Н. Н.* ЖЭТФ, 1983, т. 84, № 5, с. 1907—1917.
[11] *Арутюнян Х. С., Барсуков К. А.* Изв. АН АрмССР. Физика, 1985, т. 20, № 3, с. 125—131.
[12] *Арутюнян Х. С., Барсуков К. А.* Опт. и спектр., 1985, т. 58, № 5, с. 1064—1067.
[13] *Leung K. M.* Phys. Rev., 1985, v. B32, N 8, p. 5093—5101.
[14] Поверхностные поляритоны / Под ред. Аграновича В. М. и Миллса Д. Л. М.: Наука, 1985. 525 с.

Институт прикладной физики АН МССР
Кишинев

Поступило в Редакцию
11 марта 1987 г.
В окончательной редакции
23 июня 1987 г.