

УДК 533.95

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОЙ ДИССИПАЦИИ НА ВОЛЬТ-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАЗМЕННОЙ ЦЕНТРИФУГИ СО СЛАБОЙ ИОНИЗАЦИЕЙ СРЕДЫ

Е. П. Потанин

Оценивается влияние вязкой диссипации на вольт-амперные характеристики плазменной центрифуги со слабой ионизацией среды. Показано, что учет диссипации в нейтралах при больших скоростях вращения газа v_n приводит аналогично случаю $v_n=0$ к линейной зависимости напряжения на разрядном промежутке U от магнитного поля B_z . При этом величина напряжения незначительно отличается от рассчитанной по теории Дробышевского.

Вращающаяся плазма привлекает внимание физиков в связи с возможностью ее широкого практического использования (плазменный конденсатор [1], термоядерные устройства [2, 3], плазменные центрифуги [4-6]). Основной задачей предыдущих теоретических исследований систем с вращающейся плазмой было объяснение интересных свойств разряда со скрещенными радиальным электрическим и осевым магнитным полями и в первую очередь его вольт-амперной характеристики.

Уже в экспериментах Фалесона была обнаружена прямая пропорциональность напряжения на гомополярнике U величине магнитного поля B_z и постоянство U в широком диапазоне давлений и силы тока при неизменном магнитном поле [7]. Известно большое число работ, в которых давались различные интерпретации наблюдаемого явления. Основная их часть изложена в обзоре Шермана [8]. Гипотезы, позволившие объяснить целый ряд экспериментальных фактов, были выдвинуты Дробышевским [9] и Соколом [10]. Дробышевский, в частности, предположил, что, несмотря на сильную замагнитченность, электроны в разряде получают энергию непосредственно от электрического поля и передают ее нейтральному газу за счет соударений. Это позволило в предположении

$$T_e \gg T_n, T_i \quad (1)$$

получить связь электрического поля E_r с электронной температурой T_e согласно соотношению

$$E_r = B_z \sqrt{3x_e k T_e / 2m_e}, \quad (2)$$

где T_n и T_i — температуры нейтралов и ионов; x_e — средняя доля энергии, передаваемая электроном при столкновении с тяжелой частицей.

Уравнение (2) получено без учета конечности величины T_n и, следовательно, в пренебрежении вязкой диссипацией в объеме вращающейся плазмы. Последнее обычно выполняется в случае, когда скорость азимутального движения среды значительно меньше дрейфовой ($v_\varphi \ll E_r/B_z$), и в законе Ома следует учитывать только электрическое поле E_r . В то же время стремление получить в плазменной центрифуге максимальные эффекты обогащения заставляет рассматривать режимы, при которых уже становится существенной вязкая диссипация [10].

В настоящей работе выполнены оценки гидродинамических и электрофизических характеристик разряда со скрещенными полями, когда в процессе на-

грева нейтрального газа начинается играть роль вязкая диссипация, характерная для высокоскоростной плазменной центрифуги.

Рассмотрим модель плазменной центрифуги со взаимно перпендикулярными радиальным электрическим и осевым магнитным полями в условиях слабой ионизации среды. Предположим, что выполняются условия

$$\nu_{ei} < \nu_{en}, \quad \beta_e \beta_i \ll 1, \quad (3)$$

где

$$\beta_i = eB_z/m_i \nu_{in}, \quad \beta_e = eB_z/m_e \nu_{en},$$

ν_{ei} , ν_{en} — средние частоты соударений электронов с ионами и нейтралами; ν_{in} — частота соударений ионов с нейтралами; m_i — масса ионов; $\Theta = \text{Na}^2/\beta_e^2$; $\text{Na}^2 = B_z^2 h^2 (\sigma_0/\eta_n)$; $\sigma_0 = n_e e^2/m_e \nu_{en}$ — проводимость плазмы вдоль магнитного поля; η_n — вязкость нейтрального газа. Если ионы получают относительно малую долю энергии от электрического поля, можно не учитывать их в энергетическом балансе [9]. Приближенную систему уравнений многокомпонентной гидродинамики для электронов и нейтралов в предположении малости отношения расстояния между электродами h к длине устройства L запишем в виде

$$-n_e e (E_r + v_n B_z) \simeq n_e n_n \alpha_{en} u_e, \quad (4)$$

$$n_e e u_e B_z \simeq n_e n_n \alpha_{en} (v_e - v_n), \quad (5)$$

$$-j_e B_z \simeq \eta_n \frac{v_n}{h^2}, \quad (6)$$

где $j_e = -en_e u_e$ — плотность электронного тока; v_k и u_k — азимутальная и радиальная составляющие средних скоростей частиц k -го сорта; n_k — плотность частиц; α_{km} — коэффициент диффузионного трения между компонентами. В уравнении равновесия в проекции на ось r (4) вследствие незначительности степени ионизации среды пренебрегается радиальной составляющей скорости нейтралов. Соотношения (5) и (6) описывают равновесие сил, действующих на электроны и нейтралы в азимутальном направлении. Решение системы (4) и (6) дает

$$u_e \simeq - \frac{\beta_e}{1 + \beta_e^2 (1 + \Theta)} \frac{E_r}{B_z}, \quad (7)$$

$$v_e \simeq - \frac{\beta_e^2 (1 + \Theta)}{1 + \beta_e^2 (1 + \Theta)} \frac{E_r}{B_z}, \quad (8)$$

$$v_n \simeq - \frac{\text{Na}^2}{1 + \beta_e^2 (1 + \Theta)} \frac{E_r}{B_z}. \quad (9)$$

Полная мощность, диссипируемая в единице объема при $\beta_e^2 \gg 1$, равна

$$W = j_e E_r \simeq \frac{\sigma_0 E_r^2}{\beta_e^2 (1 + \Theta)}. \quad (10)$$

Она складывается из мощностей джоулевой W_j и вязкой W_η диссипаций

$$W_j \simeq \frac{\sigma_0 E_r^2}{\beta_e^2 (1 + \Theta)^2}, \quad W_\eta \simeq \frac{\sigma_0 E_r^2 \text{Na}^2}{\beta_e^4 (1 + \Theta)^2}. \quad (11)$$

Допустим, что потери энергии электронной компонентой за счет собственной теплопроводности малы по сравнению с передачей тепла нейтральному газу вследствие соударений [9]. С учетом (10) и (11) энергетический баланс в компонентах можно представить следующими уравнениями:

$$\frac{\sigma_0 E_r^2}{\beta_e^2 (1 + \Theta)^2} \simeq \nu_{en} n_e \alpha_{en} k (T_e - T_n), \quad (12)$$

$$\frac{\sigma_0 E_r^2 \text{Na}^2}{\beta_e^4 (1 + \Theta)^2} \simeq \lambda_n \frac{T_n}{h^2} + \nu_{ne} n_n \alpha_{ne} k (T_n - T_e), \quad (13)$$

где x_{ne} — средняя доля энергии, теряемая нейтралом при соударении с электронами; v_{ne} — соответствующая частота соударений нейтралов. Отметим, что система (12) — (13) не является точной, поскольку в правых частях уравнений для величин потоков тепла от электронов к нейтралам и наоборот, а также теплопереноса, обусловленного теплопроводностью нейтрального газа, использованы приближенные соотношения, верные с точностью до множителей порядка единицы. Из (12) и (13) можно выразить величины E_r и T_n через электронную температуру T_e . Учитывая, что $x_{en} = x_{ne}$, $v_{ne}n_n = v_{en}n_e$, получим

$$E_r \simeq \sqrt{\frac{\lambda_n v_{en} n_e x_{en} k T_e}{\sigma_0 [\lambda_n + h^2 v_{en} n_e x_{en} k (1 + \Theta)]}} \beta_e (1 + \Theta), \quad (14)$$

$$T_n \simeq T_e \frac{h^2 v_{en} n_e x_{en} (1 + \Theta)}{\lambda_n + h^2 v_{en} n_e x_{en} k (1 + \Theta)}. \quad (15)$$

С целью замыкания системы уравнений (14) и (15) и определения тем самым температур T_e и T_n воспользуемся уравнением неразрывности для электронов. В реальных условиях разряда не очень большой мощности рождение заряженных частиц происходит в результате прямой ионизации атомов электронным ударом, а их гибель вследствие амбиполярной диффузии вдоль магнитного поля и рекомбинации на торцах. Учитывая, что сечение ионизации атома электронным ударом вблизи порога зависит от энергии по линейному закону, оценим величину частоты ионизации [11]

$$Z \simeq n_n \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} Q_0 \exp\left(-\frac{eV_i}{kT_e}\right), \quad (16)$$

где Q_0 — газокинетическое сечение атома, V_i — потенциал ионизации. Коэффициент амбиполярной диффузии D_a найдем из выражения

$$D_a \simeq k(T_e + T_i)/n_n \alpha_{in}, \quad (17)$$

где α_{in} — величина, определяющая силу диффузионного трения между ионной и нейтральной компонентами. На основе использования (16), (15) и условия равенства температур ионов и нейтралов из уравнения неразрывности [12] получим

$$\exp \gamma = 0.48 \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} n_n^2 L^2 Q_0 Q^* \frac{\sqrt{1+C}}{2+C}, \quad (18)$$

где Q^* — эффективное сечение перезарядки иона на нейтральном атоме,

$$\gamma = \frac{eV_i}{kT_e}, \quad C = \frac{\lambda_n}{h^2 v_{en} n_e x_{en} k (1 + \Theta)}. \quad (19)$$

При $C \ll 1$ на основании (15) найдем, что $T_n \simeq T_e$ и соотношение (14) принимает вид

$$E_r \simeq \sqrt{\frac{\lambda_n T_e (1 + \Theta)}{\sigma_0 R^2}} \beta_e. \quad (20)$$

Как следует из (14), в общем случае любых значений числа Na в силу независимости параметра Na^2/β_e^2 от магнитного поля напряжение на разряде $U \simeq E_r h$ изменится с величиной B_z по линейному закону. Последнее находится в согласии с известными экспериментальными данными [8]. Таким образом, учет вязкой диссипации в нейтралах при больших скоростях вращения среды приводит аналогично случаю $Na=0$ к линейной зависимости напряжения на разряде от величины магнитного поля. Оценим напряжение на разряде U для конкретных значений параметров разряда и свойств плазмы. Предположим, что величины v_e , β_e , σ_0 , λ_n и η_n зависят от температуры согласно выражениям

$$v_e = v_{e0} \left(\frac{T_e}{T_{e0}}\right)^{1/2}, \quad \beta_e = \beta_{e0} \left(\frac{T_e}{T_{e0}}\right)^{-1/2}, \quad \sigma_0 = \sigma_{00} \left(\frac{T_e}{T_{e0}}\right)^{-1/2},$$

$$\lambda_n = \lambda_{n0} (T_n/T_{n0})^{1/2}, \quad \eta_n = \eta_{n0} (T_n/T_{n0})^{1/2} \quad (21)$$

(соотношения (21) приближенно описывают параметры плазмы в диапазоне не очень малых температур [13, 14]).

$n_e, \frac{1}{\text{м}^3}$	$\Theta = \frac{\text{На}_e^2}{\beta_e^2}$	$T_e, \text{К}$	$T_n, \text{К}$	$U, \text{В}$
$3 \cdot 10^{18}$	0.22	$2.1 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^3$	106
$9 \cdot 10^{18}$	0.5	$2.1 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^3$	117
$2.7 \cdot 10^{19}$	1.03	$2.1 \cdot 10^4$	$11 \cdot 10^3$	130

В работе [15] были проведены измерения напряжения U на электродах плазменной центрифуги для случая гелий-ксеноновой плазмы различного состава. При этом величина U с возрастанием концентрации гелия изменялась от 30 до 100 В. Используя полученные выше для однокомпонентного газа результаты, выполним оценку величины U отдельно для гелиевой и ксеноновой плазм. Положим в случае гелия: $m_n = m_e = 6.7 \cdot 10^{-27}$ кг, $V_i = 24.6$ В, $T_{n0} = 973$ К, $T_{e0} = 10^4$ К, $\lambda_{n0} = 0.36$ Дж/м·с·К и $\gamma_{n0} = 4.4 \cdot 10^{-5}$ кг/м·с [13], $\nu_{e0} = 6.3 \cdot 10^8$ 1/с и $Q_0 = 3 \cdot 10^{-20}$ М² [14], $Q^* = 2 \cdot 10^{-19}$ М² [16], $n_n = 10^{22}$ 1/м³, $h = 0.1$ м, $L = 0.5$ м. Решение системы (14), (15) и (18) проводилось численно на ЭВМ. В таблице приведены результаты расчета величин T_e , T_n , U и $\text{На}_e^2/\beta_e^2$ для различных значений плотности электронов при $\kappa_{en} = \kappa_{ne} = 2m_e/m_n$.

Из полученных данных видно, что напряжение на разрядном промежутке слабо зависит от плотности заряженных частиц и электрического тока разряда. Для ксеноновой плазмы при $n_e = 10^{19}$ 1/м³, $n_n = 10^{22}$ 1/м³ расчет дает $U \approx 12$ В. При этом величина U_0 , рассчитанная на основе формулы (2), не учитывающей вязкую диссипацию, равна 10 В. Как видно, экспериментальные результаты не выходят из диапазона, ограниченного расчетными предельными величинами. Если, однако, учесть падение напряжения в прианодном и прикатодном скачках, следует признать, что теоретические значения U несколько превышают экспериментальные.

Проведенные выше оценки справедливы в тем большей степени, чем меньше перепад плотности нейтрального газа по радиусу камеры. Поэтому использование найденных зависимостей при анализе свойств плазменной центрифуги будет в большей степени оправданным при отрицательной полярности напряжения, когда центробежная сила в значительной степени ослаблена действием электромагнитной силы $j_\varphi B_z$, связанной с протеканием тока Холла j_φ .

Автор глубоко признателен А. И. Карчевскому за ценные замечания. Благодарю В. Г. Пашковского за помощь в проведении численных расчетов, А. Л. Устинова — за полезные обсуждения.

Литература

- [1] Anderson O., Baker W., Bratenahl A. et al. J. Appl. Phys., 1959, v. 30, N 2, p. 188—196.
- [2] Lehnert V. Nuclear Fusion, 1971, v. 11, p. 188—193.
- [3] Бочаров В. Н., Константинов С. П., Кудряцев А. М. и др. Физика плазмы, 1978, т. 4, № 3, с. 488—492.
- [4] Bonnevier B. Plasma Physics, 1971, v. 13, p. 763—774.
- [5] Nathraih N. Proc. 13th Intern. Conf. on Phen. in ionized gases, 1974, p. 697—698.
- [6] Белоусов А. В., Карчевский А. И., Муромкин Ю. А., Потанин Е. П. Письма в ЖТФ, 1976, т. 2, № 14, с. 664—668.
- [7] Fahleson V. V. Phys. Fluids, 1961, v. 4, p. 123—133.
- [8] Sherman J. C. Astrophysics and Space Science, 1973, v. 24, p. 487—510.
- [9] Дробышевский Э. М. ЖТФ, 1963, т. 33, № 10, с. 1210—1213.
- [10] Sockol P. M. Phys. Fluids, 1968, v. 11, N 3, p. 637—645.
- [11] Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1972, с. 351.
- [12] Жбанов В. М., Карчевский А. И., Луковников А. И., Потанин Е. П. ЖТФ, 1983, т. 53, № 9, с. 1710—1713.
- [13] Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: ГИФМЛ, 1963. 708 с.
- [14] Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971. 543 с.
- [15] Белоусов А. В., Горбунова Е. Ф., Карчевский А. И. и др. ЖТФ, 1985, т. 55, № 5, с. 919—923.
- [16] Смирнов Б. М. Асимптотические методы в теории атомных столкновений. М.: Атомиздат, 1973. 296 с.

Поступило в Редакцию
4 июня 1987 г.