

УДК 537.533.8

ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ДЕФЛЕКТОРА С АЗИМУТАЛЬНОЙ ВАРИАЦИЕЙ ПОЛЯ

А. Г. Назаров, Е. М. Якушев

Исследуется влияние наложенной по азимуту вариации электрического поля на эффекты фокусировки первого порядка и геометрические aberrации дефлектора. Показано, что в дефлекторах с азимутальной вариацией фокусировка в Z -направление может быть достигнута за счет азимутальной вариации поля, а в радиальном направлении фокусировка заряженных частиц будет более сильной, чем в обычных электростатических дефлекторах. Найдены выражения для коэффициента сферической aberrации и коэффициентов aberrаций косых пучков.

При синтезе энергоанализаторов заряженных частиц широкое применение находят электростатические дефлекторы заряженных частиц в виде цилиндрического, сферического или тороидального конденсаторов [1]. Характерной особенностью этих элементов является то, что их поле в цилиндрической системе координат $r\Psi Z$ в окрестности средней плоскости ($Z=0$) можно считать не зависящими от азимутальной координаты Ψ , а траектория осевых частиц в занятой полем области имеет форму дуги окружности, определяемую пересечением средней плоскости с одной из эквипотенциальных поверхностей поля.

В этой статье мы исследуем влияние наложенной по азимуту вариации электрического поля на эффекты фокусировки первого порядка и на геометрические aberrации дефлектора. При этом структуру поля будем считать такой, что реальные траектории хотя и не имеют форму дуг окружностей, но их отклонение от заданной круговой орбиты невелико.

На рисунке для примера изображено сечение средней плоскостью $Z=0$ электродов электростатического энергоанализатора, образованного пластинами, состыкованными под углом 10° , и создаваемое этими электродами поле с азимутальной вариацией. Разность потенциалов $U_2 - U_1$ на электродах подобрана так, что движение частиц происходит вблизи круговой орбиты радиуса r_0 (осевая линия), причем сама орбита может и не совпадать ни с одной из возможных в этом поле реальных траекторий. Силовые линии поля в общем случае имеют как радиальную, так и азимутальную составляющие, заданные в виде периодических зависимостей от угла Ψ . Используя уравнение Лапласа и учитывая симметрию поля относительно средней плоскости, найдем, что распределение потенциала $\varphi = \varphi(z, x, y)$, где $x = r - r_0$, $y = r_0\Psi$, в окрестности орбиты имеет вид

$$\varphi = \Phi + Ex + g_x x^2 + g_z z^2 + \mu k^3 + \nu x z^2 + \dots \quad (1)$$

Здесь $\Phi = \Phi(y) = \varphi(0, 0, y)$ — распределение потенциала на орбите, $E = E(y)$ — нормальная составляющая напряженности электрического поля,

$$g_x(y) = -\frac{E}{2r_0} - \frac{1}{4}(\Phi'' - 2Q), \quad g_z(y) = -\frac{1}{4}(\Phi'' + 2Q), \quad (2), (3)$$

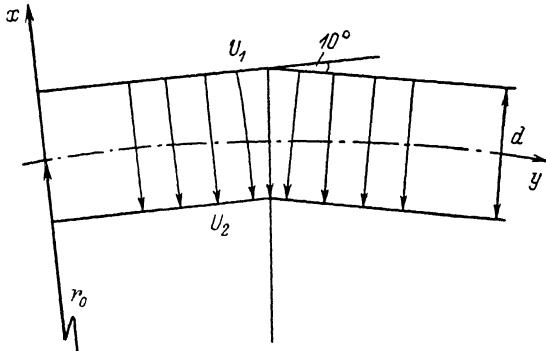
$$\mu(y) = -\frac{1}{6}\left(\frac{E}{r_0^2} + E'' + 6g_x - S\right), \quad \nu(y) = -\frac{1}{2}\left(\frac{4g_x}{r_0} + S\right), \quad (4), (5)$$

причем $Q=Q(y)$, $S=S(y)$ — функции возбуждения квадруольной и секстипольной компонент электрического поля. Штрихами обозначено дифференцирование по переменной y . При выводе этих уравнений были отброшены члены, порядок малости которых выше третьего относительно отклонений от орбиты x и z . Этого приближения достаточно для исследования фокусировки первого порядка и учета аберраций второго порядка малости.

При выводе уравнений, определяющих траектории частиц в рассматриваемом поле, в качестве независимой переменной будем использовать координату y . Из закона сохранения энергии частицы найдем

$$\dot{y} = \left(\frac{2e}{m} (\varphi + \varepsilon) \right)^{1/2} \left(1 + 2 \frac{x}{r_0} + \frac{x^2}{r_0^2} + x'^2 + z'^2 \right)^{-1/2}, \quad (6)$$

где e , m — удельный заряд и масса частицы; ε — полная энергия, выраженная в единицах потенциала. Потенциал φ считается нормированным так, что полная энергия некоторой выбранной частицы равна нулю. Используя равенство (6),



Сечение средней плоскостью $Z=0$ электродов электростатического энергоанализатора, образованного пластинами, состыкованными под углом 10° .

исключим из вариационного уравнения движения время. Тогда найдем, что траектории частиц определяются вариационным уравнением

$$\delta \int_0^y L dy = 0,$$

где

$$L = (\varphi + \varepsilon)^{1/2} \left(1 + 2 \frac{x}{r_0} + \frac{x^2}{r_0^2} + x'^2 + z'^2 \right)^{1/2}, \quad (7)$$

y_0 — начальное значение координаты y . Отсюда с учетом величин третьего порядка малости получим

$$L = L_2 + L_3, \quad (8)$$

где

$$L_2 = \sqrt{\Phi} (x'^2 + z'^2) - \left[\frac{1}{4} (\Phi'' - 2Q) + \frac{2\Phi}{r_0^2} \right] \frac{x^2}{\sqrt{\Phi}} - \frac{1}{4} (\Phi'' + 2Q) \frac{z^2}{\sqrt{\Phi}} + \frac{2\gamma x}{r_0} \sqrt{\Phi} + \frac{2\varepsilon x}{r_0 \sqrt{\Phi}}, \quad (9)$$

$$L_3 = -\frac{2}{r_0} x (x'^2 + z'^2) \sqrt{\Phi} + \left[\mu - \frac{1}{2r_0} (\Phi'' - 2Q) \right] \frac{x^3}{\sqrt{\Phi}} - \frac{xz^2}{2\sqrt{\Phi}} S + \frac{3\gamma x^2}{r_0^2} \sqrt{\Phi}, \quad (10)$$

причем считается, что $\gamma = 1 + Er_0/2\Phi$ и ε — величины того же порядка малости, что и x . При выводе выражения (10) величины третьего порядка малости, содержащие ε , были отброшены, так как в дальнейшем нас будут интересовать только геометрические аберрации.

Используя уравнение Лагранжа, на основании равенств (9) и (10) получим уравнения траекторий в проекции на плоскости xy и zy

$$\begin{aligned} & \sqrt{\Phi} (\sqrt{\Phi} x')' + \left[\frac{2\Phi}{r_0^2} + \frac{1}{4} (\Phi'' - 2Q) \right] x - \frac{\Phi\gamma + \varepsilon}{r_0} = \\ & = \frac{2\Phi}{r_0} x'^2 + \frac{3}{2} \left[\mu - \frac{1}{2r_0} (\Phi'' - 2Q) \right] x^2 - \frac{1}{4} S z^2 + \frac{5\Phi\gamma}{r_0} x, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\sqrt{\Phi} (\sqrt{\Phi} z')' + \frac{1}{4} (\Phi'' + 2Q) z = \frac{2\Phi}{r_0} x' z' - \frac{1}{2} \left[S + \frac{1}{r_0} (\Phi'' + 2Q) \right]. \quad (12)$$

Рассмотрим сначала движение частиц в примыкающей к орбите области, пренебрегая величинами второго порядка малости. В этом приближении можно написать

$$\sqrt{\Phi} (\sqrt{\Phi} x')' + \left(\frac{2\Phi}{r_0^2} + \frac{1}{4} (\Phi'' - 2Q) \right) x = \frac{\Phi\gamma + \varepsilon}{r_0}, \quad (13)$$

$$\sqrt{\Phi} (\sqrt{\Phi} z')' + \frac{1}{4} (\Phi'' + 2Q) z = 0. \quad (14)$$

Решение уравнения (13) запишем в виде

$$x = x_0 p + x'_0 g + \chi + \frac{\varepsilon}{\Phi_0} D, \quad (15)$$

где $p = p(y)$ и $g = g(y)$ — частные решения однородного уравнения

$$\sqrt{\Phi} (\sqrt{\Phi} x')' + \left(\frac{2\Phi}{r_0^2} + \frac{1}{4} (\Phi'' - 2Q) \right) x = 0,$$

удовлетворяющие в предметной плоскости $y = y_0$ следующим начальным условиям:

$$\begin{aligned} p(y_0) &= 1, & p'(y_0) &= 0, \\ g(y_0) &= 0, & g'(y_0) &= 1, \end{aligned} \quad (16)$$

$\Phi_0 = \Phi(y_0)$; $\chi = \chi(y)$ и $D = D(y)$ — частные решения неоднородного уравнения (13), при $y = y_0$ $\chi(y_0) = 0$, $\chi'(y_0) = 0$, $D(y_0) = 0$, $D'(y_0) = 0$. Функция $g(y)$ определяет положение гауссовой плоскости изображения ($y = y_n$), $g(y_n) = 0$, а $p(y)$ — линейное увеличение энергоанализатора $M = p(y_n)$. Определив функции $p(y)$ и $g(y)$, получим выражение для $\chi(y)$, $D(y)$ в виде квадратур

$$\chi(y) = \frac{1}{r_0 \sqrt{\Phi_0}} \left[g \int_{y_0}^y p\gamma \sqrt{\Phi} dy - p \int_{y_0}^y g\gamma \sqrt{\Phi} dy \right], \quad (17)$$

$$D(y) = \frac{\sqrt{\Phi_0}}{r_0} \left[g \int_{y_0}^y \frac{p}{\sqrt{\Phi}} dy - p \int_{y_0}^y \frac{g}{\sqrt{\Phi}} dy \right]. \quad (18)$$

При выводе этих уравнений было учтено, что в соответствии с (16)

$$\sqrt{\Phi} (pg' - p'g) = \text{const} = \sqrt{\Phi_0}. \quad (19)$$

Функция $\chi = \chi(y)$ определяет траекторию центральной частицы $\varepsilon = 0$, которая в окрестности начальной точки $y = y_0$ касается круговой орбиты радиуса r_0 . Учтем, что функции поля $\Phi(y)$, $E(y)$, $Q(y)$, $S(y)$ имеют периодический характер: $\Phi(y) = \Phi(kY + y)$, $E(y) = E(kY + y)$ и т. д., где $k = 0, 1, 2, \dots$, Y — период азимутальных вариаций, и потребуем, чтобы во всех точках $y_k = y_0 + kY$ траектория центральной частицы периодически возвращалась на круговую орбиту. Условием этого будет

$$\int_{y_0}^{y_0+Y} p\gamma \sqrt{\Phi} dy = 0 \quad \int_{y_0}^{y_0+Y} g\gamma \sqrt{\Phi} dy = 0. \quad (20)$$

Равенство $\gamma \equiv 0$, имеющее место в электростатических дефлекторах цилиндрического, сферического или тороидального типов, является частным случаем условий (20). При выполнении этих условий отклонение осевых ($x_0=0$, $x'_0=0$) частиц от круговой орбиты будет связано только с разбросом их начальных энергий: $x=(\varepsilon/\Phi_0)D$. При этом величина

$$D_n = D(y_n) = -\frac{M\sqrt{\Phi}}{r_0} \int_{y_0}^{y_n} \frac{g dy}{\sqrt{\Phi}} \quad (21)$$

имеет физический смысл линейной дисперсии энергоанализатора.

Для исследования фокусирующего действия рассматриваемого поля введем замену переменных

$$x = \chi + \Phi^{-1/4}X, \quad z = \Phi^{-1/4}Z. \quad (22)$$

Тогда на основании равенств (13), (14) найдем

$$X'' + \left(\frac{2}{r_0} + \frac{3}{16} \frac{\Phi'^2}{\Phi^2} - \frac{Q}{2\Phi} \right) X = 0, \quad (23)$$

$$Z'' + \left(\frac{3}{16} \frac{\Phi'^2}{\Phi^2} + \frac{Q}{2\Phi} \right) Z = 0. \quad (24)$$

Из последних уравнений можно получить ряд интересных следствий. Известно, что в обычных электростатических дефлекторах фокусировка пучка частиц в Z -направлении может быть достигнута только путем применения тороидального или сферического дефлекторов, для которых $Q > 0$. Из уравнения (24) следует, что в дефлекторах с азимутальной вариацией фокусировка потока в Z -направлении может быть достигнута также за счет азимутальной компоненты поля, т. е. в этом случае $\Phi'^2/\Phi^2 > 0$. Из уравнения (23) видно, что в системах с азимутальной вариацией фокусировка частиц в радиальном направлении будет более сильной, чем в обычных электростатических дефлекторах. Суммарный фокусирующий эффект (в X - и Z -направлениях), равный

$$\frac{x''}{x} + \frac{z''}{z} = -\frac{2}{r_0^2} - \frac{3\Phi'^2}{8\Phi^2},$$

для рассматриваемых систем всегда больше, чем для цилиндрического, сферического или тороидального конденсаторов, где он равен $-2/r_0^2$.

Для определения коэффициента $K_{\text{сф}}$ сферической aberrации $\Delta x_{\text{сф}} = K_{\text{сф}} x_0'^2$ второго порядка малости достаточно рассмотреть выходящий из центральной точки ($x_0=0$) предметной плоскости ($z=0$) изоэнергетический поток частиц $\varepsilon=0$. Тогда на основании равенства (14) можно получить

$$\begin{aligned} \sqrt{\Phi} (\sqrt{\Phi} K'_{\text{сф}})' + \frac{2\Phi}{r_0^2} + \frac{1}{4} (\Phi'' - 2Q) K_{\text{сф}} &= \frac{2\Phi}{r_0} y'^2 + \frac{3}{2} \left[\mu - \frac{1}{2r_0} (\Phi'' - 2Q) \right] g^2, \\ F(y) &= \frac{2\Phi}{r_0} y'^2 + \frac{3}{2} \left[\mu - \frac{1}{2r_0} (\Phi'' - 2Q) \right] g^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Решив это уравнение относительно $K_{\text{сф}}$ при начальных условиях $K_0=0$, $K'_0=0$ в предметной плоскости $y=y_0$, получим

$$K_{\text{сф}} = -\frac{M}{\sqrt{\Phi_0}} \int_{y_0}^{y_n} g \frac{F(y)}{\sqrt{\Phi}} dy. \quad (26)$$

Подобным же путем найдем коэффициенты K_1 и K_2 aberrации косых пучков $\Delta x_1 = K_1 x_0 x'_0$, $\Delta x_2 = K_2 x_0^2$

$$K_1 = -\frac{M}{\sqrt{\Phi_0}} \int_{y_0}^{y_n} \frac{F_1}{\sqrt{\Phi}} g dy, \quad K_2 = -\frac{M}{\sqrt{\Phi_0}} \int_{y_0}^{y_n} \frac{F_2}{\sqrt{\Phi}} g dy, \quad (27)$$

где

$$F_1 = \frac{4\Phi}{r_0} p' g' + 3 \left[\mu - \frac{1}{2r_0} (\Phi'' - 2Q) \right] pg,$$

$$F_2 = \frac{2\Phi}{r_0} p'^2 + \frac{3}{2} \left[\mu - \frac{1}{2r_0} (\Phi'' - 2Q) \right] p^2.$$

Суммарная геометрическая aberrация второго порядка малости в средней плоскости имеет вид

$$\Delta x = K_{\text{сф}} x_0'^2 + K_1 x_0 x_0' + K_2 x_0^2.$$

Нетрудно получить выражение для всех видов геометрических aberrаций в X - и Z -направлениях, рассмотрев объемные потоки заряженных частиц. Здесь мы отметим, что по характеру aberrации анализатора с азимутальной вариацией поля совпадают с aberrациями дефлекторов с полем, не зависящим от азимутального угла Ψ . Влияние азимутальных вариаций сказывается только на величинах aberrационных коэффициентов.

Литература

- [1] Афанасьев В. П., Явор С. Я. Электростатические энергоанализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978.

Институт ядерной физики АН УзССР
п. Улугбек
Ташкент

Поступило в Редакцию
30 декабря 1986 г.