УДК 533.9

ЭЛЕКТРОННЫЙ ПУЧОК КОНЕЧНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ В ПЛАЗМЕННОМ КАНАЛЕ

А. П. Курышев, С. В. Чернов

Построены фундаментальные решения уравнений Максвелла для задачи об инжекции релятивистского электронного пучка конечной длительности в плазменный канал, окруженный средой с высокой проводимостью — плазменным «кожухом». Проанализирована структура асимптотических полей, токов и зарядов, индуцируемых пучком в плазменном канале и «кожухе», для двух моделей пучков с однородным и бесселевым профилями плотности.

В настоящей работе исследуются асимптотические поля, сопутствующие электронному пучку при его распространении в плазменном канале цилиндрической формы, окруженном средой с высокой проводимостью, — плазменным «кожухом». Поскольку в условиях высокой проводимости система индуцируемых пучком в плазменном «кожухе» зарядов и токов будет сосредоточена в узком слое вблизи поверхности раздела сред, ее можно «снести» на границу плазменного канала и рассмотрение провести в приближении модели плазмы, ограниченной идеально проводящим «кожухом» [1]. При этом индуцируемые пучком в плазменном «кожухе» заряд и ток можно определить из граничных условий для электрического и магнитного полей. Исследование проводится методом построения фундаментальных решений аналогично нашим работам [2-4]. В отличие от результатов работы [1] полученные нами результаты справедливы при произвольном соотношении между плазменной частотой электронов ω_p и частотой столкновений плазменных электронов ν. Рассмотрена также задача о структуре токов и зарядов, индуцируемых в плазменном «кожухе» в бесстолкновительном режиме, при инжекции ультрарелятивистского пучка электронов в «вакуумный» канал. Проанализированы варианты пространственно неограниченного и ограниченного в поперечном направлении плазменного «кожуха».

Пусть осесимметричный электронный пучок с произвольно заданной плотностью тока $\mathbf{j}_b$ с момента времени $t=0$ в течение времени τ инжектируется вдоль оси симметрии цилиндрического плазменного канала радиуса R (среда 1), окруженного плазменным «кожухом» (среда 2) с проводимостью, значительно большей проводимости плазменного канала. Пучок электронов возбуждает в среде E волну с компонентами E_r, E_z, B_φ, определяемыми из уравнений Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathbf{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}_b,\quad \operatorname{div}\mathbf{B}=0,$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t},\quad \operatorname{div}\mathbf{D}=4\pi\rho_b. \tag{1}$$

Будем рассматривать среду, электромагнитные свойства которой определяются материальным уравнением следующего вида:

$$\mathbf{D}(t,\ r,\ z)=\int dt'\,\hat{\varepsilon}(t-t',\ r)\,\mathbf{E}(t',\ r,\ z), \tag{2}$$

т. е. среду без пространственной дисперсии. Систему уравнений (1)—(2) следует дополнить известными граничными условиями.

Согласно работам [1-4], решение поставленной задачи, например, для азимутальной компоненты магнитного поля B_φ имеет вид

$$B_\varphi(t, r, z) = \int\limits_0^t dt' \int\limits_0^R dr' \int\limits_{-\infty}^{\infty} dz'\, G(t-t', r, r', z-z')\, f(t', r', z'), \tag{3}$$

$$G(t, r, r', z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\omega\, dk\, e^{-i(\omega t - kz)}\, G(\omega, r, r', k), \tag{4}$$

$$G(\omega, r, r', k) = -r' \begin{cases} I_1(\varkappa_1 r_1)\,[K_1(\varkappa_1 r_2) - I_1(\varkappa_1 r_2)\, B(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varkappa_1, \varkappa_2, R)], & r \leqslant R, \\ \frac{1}{R}\, \varepsilon_2 I_1(\varkappa_1 r')\, K_1(\varkappa_2 r)/D(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varkappa_1, \varkappa_2, R), & r > R, \end{cases} \tag{5}$$

$$B = [\varepsilon_1 \varkappa_2 K_0(\varkappa_2 R)\, K_1(\varkappa_1 R) - \varepsilon_2 \varkappa_1 K_0(\varkappa_1 R)\, K_1(\varkappa_2 R)]/D(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varkappa_1, \varkappa_2, R),$$

$$D = \varepsilon_1 \varkappa_2 K_0(\varkappa_2 R)\, I_1(\varkappa_1 R) + \varepsilon_2 \varkappa_1 I_0(\varkappa_1 R)\, K_1(\varkappa_2 R),$$

$$f(t, r, z) = \frac{4\pi}{c} \left[\frac{\partial}{\partial r} j_{bz}(t, r, z) - \frac{\partial}{\partial z} j_{br}(t, r, z)\right],$$

$$\varkappa_i^2(\omega, k) = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\, \varepsilon_i(\omega), \ (i = 1, 2),$$

$$r_1 = \min\{r, r'\}, \ r_2 = \max\{r, r'\}.$$

Очевидно, что, до тех пор пока не задан явный вид диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}(t, r)$ и не осуществлено интегрирование в формулах (4), (5), последние являются чисто формальными. В общем случае интегрирование в (4) осуществить не удается, так как не удается найти корни трансцендентного дисперсионного уравнения, определяющего особые очки подынтегральной функции.

Рассмотрим различные модели сред, для которых могут быть получены конечные результаты.

а) Плазменный канал—плазменный «кожух» с высокой проводимостью. В этом случае возмущения в плазменном «кожухе» будут сосредоточены вблизи поверхности раздела двух сред. В связи с этим систему индуцируемых пучков зарядов и токов можно «снести» на границу плазменного канала и рассмотрение провести в приближении модели плазмы, ограниченной идеально проводящим «кожухом» [1], формально устремляя $\varepsilon_2 \to \infty$. Свойства плазменного канала будем описывать тензором диэлектрической проницаемости вида

$$\varepsilon_{ij}(\omega) = \varepsilon(\omega)\, \delta_{ij} = \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu)}\right] \delta_{ij}. \tag{6}$$

Рассмотрим асимптотический предел [1-4], когда все возмущенные величины зависят от t и z только в комбинации $\hat{z} = z - ut$, где u — скорость распространения пучка в направлении оси z. В этом случае в формулах (3), (4) «снимается» одна квадратура, и выражения, определяющие асимптотические значения магнитного поля и фундаментального решения, примут следующий вид:

$$B_\varphi(\hat{z}, r) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\hat{z}' \int\limits_0^R dr'\, G(\hat{z} - \hat{z}', r, r')\, f(\hat{z}', r'), \tag{7}$$

$$G(\hat{z}, r, r') = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dk\, e^{ik\hat{z}}\, G(ku, r, r', k). \tag{8}$$

Суммарные заряд и ток, индуцируемые электронным пучком в плазменном «кожухе», определим из граничных условий

$$\sigma_R = -\frac{1}{4\pi} E_r(R - 0), \ i_R = -\frac{c}{4\pi} B_\varphi(R - 0). \tag{9}$$

В данном случае особые точки подынтегральной функции в формуле (8) при $\omega=ku$ обусловлены обращением в нуль знаменателя в выражении для $G(ku, r, r', k)$ и определяются уравнением

$$I_0(\varkappa_1 R)=0 \Leftrightarrow \varkappa_1^2=-\frac{j_n^2}{R^2},$$

где j_n — положительные нули функции Бесселя $J_0(x)$.

Подставляя явное выражение для функции $\varkappa_1^2$ с учетом вида тензора (6), получим кубическое уравнение для определения особых точек

$$k_{l,n}=iy_{l,n} \ (l=1,\ 2,\ 3),$$

$$\frac{1}{\gamma^2}k^3+i\frac{1}{\gamma^2}\frac{\nu}{u}k^2+\left(\lambda^{-2}+\frac{j_n^2}{R^2}\right)k+i\frac{\nu}{u}\frac{j_n^2}{R^2}=0,\ \ \lambda=\frac{c}{\omega_p}$$

(γ — релятивистский фактор).

Семейство особых точек $k_{1,n}$ расположено в верхней полуплоскости на мнимой оси выше точки

$$k_1=-\frac{i}{2}\left(\frac{\nu}{u}-\sqrt{\frac{\nu^2}{u^2}+4\frac{\gamma^2}{\lambda^2}}\right),$$

семейство особых точек $k_{2,n}$ расположено на мнимой оси в интервале ($k_2=0$, $k_3=-i\nu/u$), а семейство особых точек $k_{3,n}$ — в нижней полуплоскости на мнимой оси ниже точки

$$k_4=-\frac{i}{2}\left(\frac{\nu}{u}+\sqrt{\frac{\nu^2}{u^2}+4\frac{\gamma^2}{\lambda^2}}\right).$$

Отметим, что точки $k_{1,\ 2,\ 3,\ 4}$ являются точками ветвления для функции $\varkappa_1$, но не являются точками ветвления для всей подынтегральной функции в формуле (8).

Производя интегрирование в формуле (8), для асимптотического фундаментального решения $G(\hat{z}, r, r')$ получим

$$G(\hat{z},\ r,\ r')=\eta(R-r)\frac{2r'}{R^2}\sum_{l=1}^{3}\sum_{n=1}^{\infty}e^{-y_{l,n}\hat{z}}\,y_{l,n}\frac{V_l(\hat{z})\,J_1\left(j_n\frac{r}{R}\right)J_1\left(j_n\frac{r'}{R}\right)}{J_1^2(j_n)\,\Delta_{l,n}},$$

где

$$V_1(\hat{z})=-\eta(\hat{z}),\ \ V_2(\hat{z})=V_3(\hat{z})=\eta(-\hat{z}),$$

$$\Delta_{l,n}=\frac{2y_{l,n}^2}{\gamma^2}-\frac{1}{\lambda^2}\frac{\nu}{u}\frac{y_{l,n}}{(y_{l,n}+\nu/u)^2},$$

$\eta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда.

Полученное фундаментальное решение позволяет вычислять асимптотические поля, возникающие в плазменном канале, окруженном высокопроводящим плазменным «кожухом», а также индуцируемые в «кожухе» заряд и ток при распространении пучка электронов с произвольно заданной плотностью тока.

В качестве примера рассмотрим пучок с бесселевым профилем плотности, полностью заполняющий плазменный канал,

$$j_b(\hat{z},\ r)=uen_bJ_0\left(j_1\frac{r}{R}\right)\eta(R-r)[\eta(\hat{z}+u\tau)-\eta(\hat{z})].$$

Для магнитного поля B_φ получим

$$B_\varphi(\hat{z},\ r)=\frac{4\pi uen_b}{cR}j_1J_1\left(j_1\frac{r}{R}\right)\eta(R-r)\sum_{l=1}^{3}\frac{W_{l,1}(\hat{z})}{\Delta_{l,1}},$$

$$W_{1,n}(\hat{z})=\begin{cases}0, & \hat{z}<-u\tau,\\ 1-e^{-y_{1,n}(\hat{z}+u\tau)}, & -u\tau<\hat{z}<0,\\ e^{-y_{1,n}\hat{z}}-e^{-y_{1,n}(\hat{z}+u\tau)}, & \hat{z}>0,\end{cases}$$

$$W_{l,n}(\hat{z}) \underset{(l=2,\,3)}{=} \begin{cases} e^{-y_{l,n}(\hat{z}+u\tau)} - e^{-y_{l,n}\hat{z}}, & \hat{z} < -u\tau, \\ 1 - e^{-y_{l,n}\hat{z}}, & -u\tau < \hat{z} < 0, \\ 0, & \hat{z} > 0. \end{cases}$$

Аналогичные выражения могут быть получены и для компонент электрического поля E_r, E_z. Индуцируемые в плазменном «кожухе» заряд и ток могут быть определены, согласно определению (9).

В бесстолкновительном случае ($\nu = 0$) формулы существенно упрощаются. В результате получим

$$B_\varphi = \frac{2\pi u e n_b}{cR} j_1 \chi_1^2 J_1\left(j_1 \frac{r}{R}\right) \eta(R-r) \widetilde{W}_1(\hat{z}),$$

$$\widetilde{W}_n(\hat{z}) = \begin{cases} e^{\frac{\gamma}{\chi_n}(\hat{z}+u\tau)} - e^{\frac{\gamma}{\chi_n}\hat{z}}, & \hat{z} < -u\tau, \\ 2 - e^{\frac{\gamma}{\chi_n}\hat{z}} - e^{-\frac{\gamma}{\chi_n}(\hat{z}+u\tau)}, & -u\tau < \hat{z} < 0, \\ e^{-\frac{\gamma}{\chi_n}\hat{z}} - e^{-\frac{\gamma}{\chi_n}(\hat{z}+u\tau)}, & \hat{z} > 0, \end{cases}$$

$$i_R = -\frac{u e n_b}{2R} j_1 \chi_1^2 J_1(j_1) \widetilde{W}_1(\hat{z}),$$

$$\chi_n^{-2} = \lambda^{-2} + j_n^2/R^2,$$

$$E_r = \frac{2\pi e n_b}{R} j_1 J_1\left(j_1 \frac{r}{R}\right) \eta(R-r) \frac{\widetilde{Q}_1(\hat{z})}{\frac{\omega_p^2}{u^2} + \frac{j_1^2}{R^2}},$$

$$\widetilde{Q}_n(\hat{z}) = \begin{cases} e^{\frac{\gamma}{\chi_n}(\hat{z}+u\tau)} - e^{\frac{\gamma}{\chi_n}\hat{z}} + 2\left[\cos\frac{\omega_p}{u}\hat{z} - \cos\frac{\omega_p}{u}(\hat{z}+u\tau)\right], & \hat{z} < -u\tau, \\ 2\cos\frac{\omega_p}{u}\hat{z} - e^{-\frac{\gamma}{\chi_n}(\hat{z}+u\tau)} - e^{\frac{\gamma}{\chi_n}\hat{z}}, & -u\tau < \hat{z} < 0, \\ e^{-\frac{\gamma}{\chi_n}\hat{z}} - e^{-\frac{\gamma}{\chi_n}(\hat{z}+u\tau)}, & \hat{z} > 0, \end{cases}$$

$$\sigma_R = -\frac{e n_b}{2R} j_1 J_1(j_1) \frac{\widetilde{Q}_1(\hat{z})}{\frac{\omega_p^2}{u^2} + \frac{j_1^2}{R^2}}.$$

Аналогичные результаты можно получить и для однородного пучка произвольного радиуса r_0 ($r_0 \leqslant R$) с плотностью тока

$$j_b(\hat{z}, r) = u e n_b \eta(r_0 - r)[\eta(\hat{z} + u\tau) - \eta(\hat{z})]. \tag{10}$$

Например, для компоненты B_φ получим

$$B_\varphi(\hat{z}, r) = \frac{8\pi u e n_b r_0}{cR^2} \eta(R-r) \sum_{l=1}^{3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{W_{l,n}(\hat{z}) J_1\left(j_n \frac{r}{R}\right) J_1\left(j_n \frac{r_0}{R}\right)}{J_1^2(j_n) \Delta_{l,n}}.$$

В бесстолкновительном случае для поверхностных тока i_R и заряда σ_R получим

$$i_R = -\frac{u e n_b r_0}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1\left(j_n \frac{r_0}{R}\right)}{J_1(j_n)} \frac{\widetilde{W}_n(\hat{z})}{\lambda^{-2} + j_n^2/R^2},$$

$$\sigma_R = -\frac{e n_b r_0}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1\left(j_n \frac{r_0}{R}\right)}{J_1(j_n)} \frac{\widetilde{Q}_n(\hat{z})}{\frac{\omega_p^2}{u^2} + \frac{j_n^2}{R^2}}.$$

В бесстолкновительном случае удается построить фундаментальное решение рассматриваемой задачи (4) и в общем случае с учетом переходных процессов. Это решение имеет вид

$$G(t, r, r', z) = -\eta(ct - |z|)\,\eta(R - r)\frac{cr'}{R^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_1\left(j_n \frac{r}{R}\right)J_1\left(j_n \frac{r'}{R}\right)}{J_1^2(j_n)} \times$$
$$\times J_0\left(\sqrt{(c^2t^2 - z^2)(\lambda^{-2} + j_n^2/R^2)}\right).$$

Рассмотрим пример второй модели среды, допускающей получение конечных результатов.

б) «Вакуумный» канал—пространственно неограниченный плазменный «кожух». Пусть осесимметричный ультрарелятивистский ($u=c$) пучок электронов инжектируется вдоль оси «вакуумного» цилиндра радиуса R, окруженного пространственно неограниченной в поперечном направлении бесстолкновительной ($\nu=0$) плазмой — плазменным «кожухом». Будем предполагать, что пучок в процессе распространения сохраняет свою конфигурацию, например, в результате его равновесия с неподвижным ионным остовом «вакуумного» канала. Свойства среды будем описывать диэлектрической проницаемостью вида

$$\varepsilon(\omega, r) = \eta(R - r) + \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)\eta(r - R).$$

Проводя рассмотрение аналогичным образом, для асимптотического фундаментального решения (8) получим

$$G(\hat{z}, r, r') = \tilde{\Phi}(r, r')\,\delta(\hat{z}) - $$
$$- \eta(-\hat{z})(r')^2\frac{\alpha^2}{2RK_1(\varkappa)}\sin\alpha\hat{z}\begin{cases} -\dfrac{r\lambda}{2}\alpha K_0(\varkappa), & r \leqslant R, \\ K_1\left(\dfrac{r}{\lambda}\right)\dfrac{\alpha^2\lambda^2 - 1}{\alpha}, & r > R, \end{cases} \qquad (11)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{2K_1(\varkappa)}{\varkappa K_0(\varkappa) + 2K_1(\varkappa)}}, \quad \varkappa = \frac{R}{\lambda},$$

$$\tilde{\Phi}(r, r') = -r'\begin{cases} \dfrac{r_1}{2r_2} - \dfrac{rr'}{4R}\alpha^2\lambda\dfrac{K_0(\varkappa)}{K_1(\varkappa)}, & r \leqslant R, \\ \dfrac{r'}{2R}\lambda^2\alpha^2\dfrac{K_1\left(\dfrac{r}{\lambda}\right)}{K_1(\varkappa)}, & r > R. \end{cases}$$

Используя фундаментальное решение (11), для модели однородного пучка (10) получим

$$B_\varphi(\hat{z}, r) = -4\pi e n_b\tilde{\Phi}(r, r_0)\left[\eta(\hat{z} + c\tau) - \eta(\hat{z})\right] - $$
$$- 4\pi e n_b\frac{r_0^2}{2R}\frac{\alpha W(\hat{z})}{K_1(\varkappa)}\begin{cases} -\dfrac{r\lambda}{2}\alpha K_0(\varkappa), & r \leqslant R, \\ K_1\left(\dfrac{r}{\lambda}\right)\dfrac{\lambda^2\alpha^2 - 1}{\alpha}, & r > R, \end{cases} \qquad (12)$$

где

$$W(\hat{z}) = \begin{cases} \cos[\alpha(\hat{z} + c\tau)] - \cos(\alpha\hat{z}), & \hat{z} < -c\tau, \\ 1 - \cos(\alpha\hat{z}), & -c\tau < \hat{z} < 0, \\ 0, & \hat{z} > 0. \end{cases}$$

$$E_r(\hat{z}, r) = B_\varphi(\hat{z}, r) - 4\pi e n_b\eta(r - R)\left[\tilde{\Phi}(r, r_0)Q_1(\hat{z}) + \frac{r_0^2}{2R}\frac{K_1\left(\dfrac{r}{R}\right)}{K_1(\varkappa)}Q_2(\hat{z})\right], \qquad (13)$$

где

$$Q_1(\hat{z}) = \begin{cases} \cos\dfrac{\hat{z}}{\lambda} - \cos\dfrac{1}{\lambda}(\hat{z} + c\tau), & \hat{z} < -c\tau, \\ \cos\dfrac{\hat{z}}{\lambda} - 1, & -c\tau < \hat{z} < 0, \\ 0, & \hat{z} > 0, \end{cases}$$

$$Q_2(\hat{z}) = \begin{cases} \cos\alpha(\hat{z}+c\tau)\cos\alpha\hat{z} + \lambda^2\alpha^2\left[\cos\frac{\hat{z}}{\lambda} - \cos\frac{1}{\lambda}(\hat{z}+c\tau)\right], & \hat{z} < -c\tau, \\ 1 - \cos\alpha\hat{z} + \alpha^2\lambda^2\left(\cos\frac{\hat{z}}{\lambda} - 1\right), & -c\tau < \hat{z} < 0, \\ 0, & \hat{z} > 0. \end{cases}$$

В предельном случае $R \gg \lambda$ из выражений (12), (13) получим ($r \geqslant R$, $-c\tau < \hat{z} < 0$)

$$B_\varphi(\hat{z}, r) = \frac{2I_\text{в}}{cR}\sqrt{\frac{R}{r}}\, e^{-\frac{r-R}{\lambda}}(1 - \cos\tilde{\alpha}\hat{z}),$$

$$E_r(\hat{z}, r) = \frac{2I_\text{в}}{cR}\frac{2\lambda}{R}\sqrt{\frac{R}{r}}\, e^{-\frac{r-R}{\lambda}}\cos\tilde{\alpha}\hat{z},$$

$$2\pi\sigma_R R = -\frac{I_\text{в}}{c}(1 - \cos\tilde{\alpha}\hat{z}),$$

где $I_\text{в} = \pi r_0^2 e n_b c$ — полный ток пучка, $\tilde{\alpha} = \sqrt{2/R\lambda}$.

Рассмотрим теперь вариант пространственно ограниченного плазменного «кожуха».

в) «Вакуумный» канал—пространственно ограниченный плазменный «кожух». Обозначим внешнюю границу плазменного «кожуха» $\tilde{R}$. Свойства среды будем описывать диэлектрической проницаемостью вида

$$\varepsilon(\omega, r) = \eta(R - r) + \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)\eta(r - R)\,\eta(\tilde{R} - r) + \eta(r - \tilde{R}),$$

которая, очевидно, описывает трехслойную среду «вакуум»—плазма без столкновений—вакуум. Проанализируем реакцию цилиндрического плазменного слоя — плазменного «кожуха» на инжекцию в «вакуумный» канал пучка электронов в асимптотическом пределе по времени и ультрарелятивистском пределе $u=c$.

Повторяя описанную выше процедуру вычислений, для фундаментального решения (8) получим

$$G(\hat{z}, r, r') = \tilde{G}_0(r, r')\,\delta(\hat{z}) - \eta(-\hat{z})\sin(\hat{k}_3\hat{z})\,G_1(r, r')(\hat{k}_3^2 - \lambda^{-2})\frac{\lambda^3\hat{k}_3}{2\xi_2}, \tag{14}$$

где

$$\tilde{G}_0 = G_0 - \frac{\lambda^3\hat{k}_3^2}{2\xi_2}G_1,$$

$$G_0(r, r') = \eta(R - r)\frac{r'}{2R}\begin{cases} r'\left(\frac{r}{R} - \frac{R}{r}\right), & r' \leqslant r, \\ r\left(\frac{r'}{R} - \frac{R}{r'}\right), & r' > r, \end{cases}$$

$$G_1(r, r') = \frac{(r')^2}{R^2}\left[\frac{r}{\lambda}\xi_2\eta(R - r) + \frac{R}{\lambda}\xi_3\eta(r - R)\,\eta(\tilde{R} - r) + \frac{R}{r}\eta(r - \tilde{R})\right],$$

$$\xi_1 = I_0\left(\frac{R}{\lambda}\right)K_0\left(\frac{\tilde{R}}{\lambda}\right) - I_0\left(\frac{\tilde{R}}{\lambda}\right)K_0\left(\frac{R}{\lambda}\right),$$

$$\xi_2 = I_1\left(\frac{R}{\lambda}\right)K_0\left(\frac{\tilde{R}}{\lambda}\right) + I_0\left(\frac{\tilde{R}}{\lambda}\right)K_1\left(\frac{R}{\lambda}\right),$$

$$\xi_3 = I_1\left(\frac{r}{\lambda}\right)K_0\left(\frac{\tilde{R}}{\lambda}\right) + I_0\left(\frac{\tilde{R}}{\lambda}\right)K_1\left(\frac{r}{\lambda}\right),$$

$$\xi_4 = I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)K_0\left(\frac{\tilde{R}}{\lambda}\right) - I_0\left(\frac{\tilde{R}}{\lambda}\right)K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right),$$

$$\hat{k}_3 = \frac{1}{\lambda}\Big/\sqrt{1 - \frac{R}{2\lambda}\frac{\xi_1}{\xi_2}}\,.$$

Используя фундаментальное решение (14) для модели однородного пучка (10), получим

$$B_\varphi(\hat{z},\ r) = -4\pi e n_b \left\{ \widetilde{G}_0(r, r_0)\,[\eta(\hat{z}+c\tau) - \eta(\hat{z})] + \frac{\xi_1}{4\xi_2^2} R\lambda^2 \hat{k}_3^2 G_1(r,\ r_0)\,\widetilde{Q}(\hat{z}) \right\}, \tag{15}$$

$$j_z(\hat{z},\ r) = \frac{c e n_b r_0^2}{\lambda R} \frac{\xi_4(r)}{2\xi_2} \widetilde{Q}(\hat{z}),$$

$$\sigma_R = e n_b \frac{r_0^2 \hat{k}_3^2}{2} \frac{\lambda^2}{R} \left\{ q(\hat{z}) + \frac{1}{2} \frac{R}{\lambda} \frac{\xi_1}{\xi_2} \widetilde{Q}(\hat{z}) \right\}, \qquad \sigma_R = -en \frac{r_0^2}{2R} \widetilde{Q}(\hat{z}), \tag{16}$$

$$\sigma_{\tilde{R}} = -\sigma_R \frac{\lambda}{\xi_2 \tilde{R}}, \tag{17}$$

где

$$\widetilde{Q}(\hat{z}) = \begin{cases} \cos\hat{k}_3(\hat{z}+c\tau) - \cos\hat{k}_3\hat{z}, & \hat{z} < -c\tau, \\ 1 - \cos\hat{k}_3\hat{z}, & -c\tau < \hat{z} < 0, \\ 0, & \hat{z} > 0, \end{cases}$$

$$q(\hat{z}) = \begin{cases} \cos\hat{k}_3\hat{z} - 2\cos\frac{\hat{z}}{\lambda} - \cos\hat{k}_3(\hat{z}+c\tau) + 2, & \hat{z} < -c\tau, \\ \cos\hat{k}_3\hat{z} - 2\cos\frac{\hat{z}}{\lambda} + 1, & -c\tau < \hat{z} < 0, \\ 0, & \hat{z} > 0, \end{cases}$$

j_z — z-составляющая обратного плазменного тока, σ_R и $\sigma_{\tilde{R}}$ — заряды, индуцируемые на внутренней и внешней поверхностях плазменного «кожуха».

В предельном случае $R \gg \lambda$, например, в области $R \leqslant r \leqslant \tilde{R}$ из формул (15)—(17) получим ($h = \tilde{R} - R$ — толщина плазменного «кожуха»)

$$B_\varphi = 2\pi e n_b r_0^2 \frac{1}{R} \sqrt{\frac{R}{r}}\, \widetilde{Q}(\hat{z})\, \mathrm{ch}\frac{r - \tilde{R}}{\lambda} \Big/ \mathrm{ch}\frac{h}{\lambda},$$

$$j_z = -\frac{c e n_b r_0^2}{2\lambda} \sqrt{\frac{R}{r}} \left(\mathrm{sh}\frac{\tilde{R} - r}{\lambda} \Big/ \mathrm{ch}\frac{h}{\lambda} \right) \widetilde{Q}(\hat{z}),$$

$$\sigma_R / \sigma_{\tilde{R}} = -\sqrt{\frac{\tilde{R}}{R}}\, \mathrm{ch}\frac{h}{\lambda}.$$

Аналогичным образом может быть рассмотрен бесстолкновительный предел в случае трехслойной плазменной среды. Соответствующие формулы ввиду их громоздкости приводить не будем.

Литература

[1] *Росинский С. Е., Рухадзе А. А., Рухлин В. Г., Эпельбаум Я. Г.* ЖТФ, 1972, т. 52, № 5, с. 929—938.

[2] *Курышев А. П., Соколюк В. Б., Чернов С. В.* ЖТФ, 1987, т. 57, № 7, с. 1292—1300.

[3] *Чернов С. В., Курышев А. П.* Деп. ВИНИТИ, 1986, № 2949-В86. 21 с.

[4] *Чернов С. В., Курышев А. П.* Деп. ВИНИТИ, 1986, № 7023-В86. 13 с.

Ленинградский механический
институт им. Устинова Д. Ф.

Поступило в Редакцию
23 сентября 1987 г.