

УДК 621.384.634

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПУЧКА СИНХРОТРОНА НА СПЕКТР ЕГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

H. B. Смоляков

Рассмотрено дипольное электромагнитное излучение пучка синхротрона в резко неоднородном по азимуту магнитном поле. Показано, что для частиц, чьи траектории проходят ближе к полюсам магнитной системы, спектральная плотность излучения больше. Характер такого роста спектрально-угловой плотности излучения не зависит от конкретного типа плоской магнитной системы (короткие магниты, край дипольного магнита, плоский ондулятор). Получено выражение, описывающее зависимость спектрально-угловой плотности излучения частицы от ее поперечных координат. Проанализированы особенности измерения поперечного профиля пучка с помощью излучения в полях ондулятора и коротких магнитов.

Введение

Для измерения профиля пучка электронного кольцевого ускорителя широко используется синхротроное излучение. Однако оно обладает недостаточной мощностью для диагностики пучка существующих протонных синхротронов. Измерение поперечного профиля пучка в протонном синхротроне можно проводить с помощью электромагнитного излучения, генерируемого частицами в резко неоднородном по азимуту магнитном поле: поле ондулятора [1, 2], краевое поле дипольных магнитов [3], поле коротких магнитов [4]. Теоретический анализ спектрально-угловых характеристик излучения одной частицы, движущейся вдоль оси симметрии магнитной системы, достаточно подробно проведен в работах: ондулятора [5–8], краевого поля дипольного магнита [9–13], поля коротких магнитов [8–10, 14, 15]. Вместе с тем экспериментальные исследования ондуляторного излучения продемонстрировали сильную зависимость его характеристик от параметров пучка ускорителя (поперечного размера пучка, углового разброса частиц в нем) [16, 17]. Анализ влияния углового разброса частиц в пучке на спектр ондуляторного излучения проводился в работах [17, 18]. Результаты экспериментов хорошо согласуются с теорией.

Электромагнитное излучение ультраколлинистических частиц сосредоточено в узком конусе, направленном вперед. При достаточной апертуре оптической системы практически все генерируемое пучком излучение фокусируется на экране фотоприемника. При измерении поперечного профиля пучка синхротрона экран фотоприемника располагается в плоскости изображения оптической системы. В этом случае исключается влияние углового разброса частиц в пучке на формирование изображения, но увеличивается влияние неоднородности поля магнитной системы в поперечном направлении.

Из уравнений Максвелла следует, что резкая неоднородность магнитного поля по азимуту вызывает резкую неоднородность поля в поперечном направлении. Так, в случае плоского ондулятора модельные и численные расчеты профиля магнитного поля [1, 19–21], а также магнитные измерения [1, 22, 23] указывают на сильный рост (близкий к экспоненциальному) амплитуды магнитного поля ондулятора по мере приближения к его полюсам. Это вызывает сильную неоднородность в спектральной плотности ондуляторного излучения для частиц, движущихся в синхротроне по различным орбитам [1]. В случае элек-

тромагнитного излучения пучка в краевых полях дипольных магнитов синхротрона, а также в поле коротких магнитов будет наблюдаться аналогичный эффект (вызываемый изменением в поперечной плоскости как амплитуды магнитного поля, так и его формы). Однако до сих пор не анализировался характер неоднородности спектральной плотности электромагнитного излучения частиц по поперечному сечению пучка синхротрона.

В данной работе рассчитаны спектрально-угловые характеристики дипольного электромагнитного излучения ультраквантитативистского пучка синхротрона (с приведенной энергией $\gamma \gg 1$) в резко неоднородном по азимуту (ось x) магнитном поле. Магнитная система предполагалась бесконечной и однородной вдоль оси z , симметричной относительно плоскости xOz (рис. 1). Показано, что уменьшение зазора между полюсами магнитной системы приводит к экспоненциальному росту спектральной плотности излучения. Получена зависимость спектрально-углового распределения энергии дипольного излучения от поперечных координат частицы

$$\frac{d^2(\beta, y_0)}{d\beta d\omega} = \text{ch}^2\left(\frac{\pi y_0}{\lambda \gamma^2} (1 + \gamma^{20})\right) \frac{d^2(\beta, y_0 = 0)}{d\beta d\omega}, \quad (1)$$

где y_0 — поперечная координата частицы, β — ее приведенная скорость, $\gamma^{-1} = \sqrt{1 - \beta^2}$, θ — угол между направлением наблюдения n и β , λ — длина волны электромагнитного излучения.

Отметим, что эти результаты не зависят от конкретного вида магнитной системы (ондулятор, короткие магниты, край диполя) и являются общим свойством дипольного излучения в азимутально-неоднородном плоском магнитном поле. Получены выражения, связывающие функцию распределения поперечной плотности пучка с поперечным распределением спектральной яркости электромагнитного излучения пучка в полях плоского ондулятора и коротких магнитов.

1. Электромагнитное излучение заряженной частицы в дипольном приближении

Рассмотрим характеристики электромагнитного излучения ультраквантитативистской частицы с приведенной энергией $\gamma \gg 1$, движущейся в магнитном поле $\mathbf{H}(r)$ по траектории $r(t)$. Спектральное распределение энергии, генерируемой частицей в элемент телесного угла $d\Omega$ в направлении n в интервале длин волн $d\lambda$, равно [24]

$$\frac{d\varepsilon}{d\lambda d\Omega} = \frac{e^2}{2\pi\lambda^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} (ct - nr(t))} \frac{[n \times [(n - \beta(t)) \times \dot{\beta}(t)]]}{(1 - n\beta(t))^2} dt \right|^2, \quad (2)$$

$$\dot{\beta}(t) = \frac{e}{mc\gamma} [\beta(t) \times \mathbf{H}(r(t))], \quad (3)$$

где e , m — заряд и масса частицы, c — скорость света.

Пусть угол отклонения частицы в магнитном поле мал по сравнению с величиной γ^{-1} . Тогда после подстановки (3) в (2) зависимостью $\beta(t)$ от времени можно пренебречь (дипольное приближение) [24]

$$\beta(t) = \beta = \text{const}, \quad r(t) = r_0 + c\beta t. \quad (4)$$

Направим ось x вдоль направления движения центра тяжести пучка синхротрона, а начало координат поместим в области формирования излучения

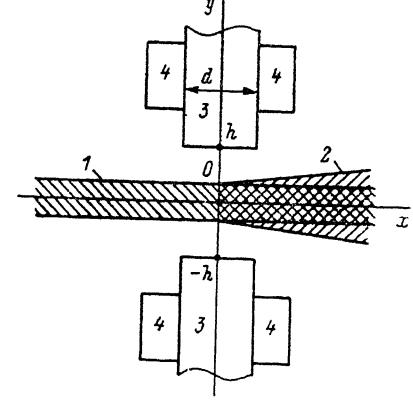


Рис. 1. Формирование электромагнитного излучения в неоднородном магнитном поле (короткие магниты).

1 — пучок синхротрона, 2 — пучок фотонов, 3 — магнетики, 4 — обмотки с током.

(рис. 1). Пусть магнитная система бесконечна и однородна вдоль оси z : $\mathbf{H} = \{H_x(x, y), H_y(x, y), 0\}$. Рассмотрим отдельную заряженную частицу пучка, движущуюся под некоторым углом к оси x . Пусть эта частица при $t=0$ пересекает плоскость yOz в точке с координатами y_0 и z_0 : $\mathbf{r}_0 = \{0, y_0, z_0\}$, θ_0 — угол между вектором скорости частицы β и осью x ($\theta_0 \ll 1$). Введем единичные взаимно ортогональные векторы \mathbf{q}_\perp , \mathbf{q}_\parallel , лежащие в плоскости xOy

$$\mathbf{q}_\perp = \frac{[\mathbf{q} \times \beta]}{\|[\mathbf{q} \times \beta]\|}, \quad \mathbf{q}_\parallel = [\mathbf{q}_\perp \times \mathbf{q}],$$

где \mathbf{q} — единичный вектор вдоль оси z .

Тогда

$$\mathbf{H} = \mathbf{q}_\perp (\mathbf{q}_\perp \mathbf{H}) + \mathbf{q}_\parallel (\mathbf{q}_\parallel \mathbf{H}). \quad (5)$$

Подставим (3)–(5) в (2). Анализ полученного выражения показывает, что слагаемое $\mathbf{q}_\parallel (\mathbf{q}_\parallel \mathbf{H})$ (см. (5)) дает вклад в спектрально-угловую плотность излучения с относительной величиной порядка θ_0 . С такой же точностью $(\mathbf{q}_\perp \mathbf{H}) = H_y(x, y)$. Пренебрегая поправками с относительной величиной порядка $\theta_0 \ll 1$, получим

$$\frac{d\varepsilon(\beta, y_0)}{d\lambda d\Omega} = \frac{e^4}{2\pi\gamma^2 m^2 c^4} \left| \frac{[\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \beta) \times [\beta \times \mathbf{q}_\perp]]]}{(1 - \mathbf{n}\beta)^2} \right|^2 |\tilde{H}(k, y_0)|^2, \quad (6)$$

$$\tilde{H}(k, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iku} H_y \left(\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \frac{\beta}{\beta} u \right) du, \quad (7)$$

$$k = \frac{\pi}{\lambda\gamma^2} (1 + \gamma^{2\theta^2}), \quad (8)$$

где θ — угол между \mathbf{n} и β ($\theta \ll 1$).

Раскрывая в (6) векторное произведение, получим

$$\frac{d\varepsilon(\beta, y_0)}{d\lambda d\Omega} = \frac{2e^4\gamma^2}{\pi\lambda^2 m^2 c^4} \frac{(1 + \gamma^{2\theta^2})^2 - 4\gamma^{2\theta^2} \sin^2 \varphi}{(1 + \gamma^{2\theta^2})^4} |\tilde{H}(k, y_0)|^2, \quad (9)$$

где θ — угол между \mathbf{n} и β ; φ — угол между \mathbf{q}_\perp и проекцией вектора \mathbf{n} на плоскость, ортогональную β . Углы θ , φ выражаются через полярные координаты векторов \mathbf{n} и β следующим образом:

$$\mathbf{n} = \{\cos \theta_n, \sin \theta_n \cos \varphi_n, \sin \theta_n \sin \varphi_n\}, \quad \theta_n \ll 1,$$

$$\beta = \{\beta \cos \theta_0, \beta \sin \theta_0 \cos \varphi_0, \beta \sin \theta_0 \sin \varphi_0\}, \quad \theta_0 \ll 1,$$

$$\theta^2 = \theta_0^2 + \theta_n^2 - 2\theta_0\theta_n \cos(\varphi_0 - \varphi_n),$$

$$\theta^2 \sin^2 \varphi = (\theta_0 \sin \varphi_0 - \theta_n \sin \varphi_n)^2. \quad (10)$$

Магнитное поле, создаваемое магнетиками с плотностью магнитного момента $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ и обмотками с плотностью тока $\mathbf{j}(\mathbf{r})$, равно [24]

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int d^3 r' \frac{3R(\mathbf{M}(r') R) - \mathbf{M}(r') R^2}{R^5} + \int d^3 r' \frac{[\mathbf{j}(r') \times \mathbf{R}]}{cR^3}, \quad (11)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}', \quad R = |\mathbf{R}|.$$

Для бесконечной и однородной вдоль оси z магнитной системы имеем

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \{M_x(x, y), M_y(x, y), 0\},$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \{0, 0, j(x, y)\}.$$

Подставив (11) в (7), выразим $\tilde{H}(k, y_0)$ через параметры магнитной системы \mathbf{M} , \mathbf{j} . При достаточно малом угловом разбросе частиц в пучке, а именно:

$$\theta_0 \ll 1, \quad d\theta_0 k \ll 1, \quad 2h\theta_0 k \ll 1 \quad (12)$$

(d — длина магнитной системы вдоль оси x , $2h$ — зазор между полюсами), полученное выражение упрощается и приобретает вид

$$\tilde{H}(k, y_0) = 2\pi \int dx dy \Phi(x, y) \exp(ikx - k|y| + ky_0 \operatorname{sign} y), \quad (13)$$

$$\Phi(x, y) = kM_y(x, y) - ikM_x(x, y) \operatorname{sign} y + \frac{i}{c} j(x, y). \quad (14)$$

Интеграл в (13) берется по сечению магнитной системы плоскостью xOy .

Выражение (7) зависит от угловых координат частицы θ_0, φ_0 двумя способами: через значение параметра k (8) (зависимость θ от θ_0, φ_0 определяется (10)), а также через направление интегрирования в (7), определяемое аргументом $r=r_0+\beta/\beta u$. Выполнение условий (12) означает, что направление интегрирования в (7) можно выбрать вдоль оси x

$$\tilde{H}(k, y_0) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} H_y(x, y_0) dx. \quad (15)$$

При этом выражения (13), (14) являются точными формулами, получаемыми подстановкой (11) в (15).

Приближение (15) не является пренебрежением угловым разбросом частиц в пучке, поскольку в (8), (9) сохранена зависимость θ от θ_0, φ_0 . Полнотью пренебречь угловым разбросом частиц в пучке (везде положить $\theta_0=0$) нельзя, так как относительный вклад θ_0 в спектрально-угловую плотность излучения (9) определяется значением величины $\gamma\theta_0$, которая не обязательно мала: $\theta_0 \ll 1$, но $\gamma \gg 1$. Отметим, что неравенства (12) не являются сильными ограничениями на параметры пучка. Так, второе неравенство в (12) указывает на то, что поперечное отклонение частиц на длине магнитной системы (величина $\theta_0 d$) должна быть много меньше величины $\lambda\gamma^2/\pi$. Поскольку зазор между полюсами магнитной системы $2h$ обычно много меньше ее длины d (как в ондуляторе) либо $2h \sim d$ (короткие магниты), то выполнение второго неравенства (12) часто влечет за собой выполнение третьего неравенства (12).

Пусть магнитная система имеет симметричную относительно плоскости xOz геометрию, а поворот магнитной системы вокруг оси x на 180° эквивалентен замене $M(r) \rightarrow -M(r)$, $j(r) \rightarrow -j(r)$. Это соответствует следующей симметрии:

$$\begin{aligned} M_x(x, -y) &= -M_x(x, y), \\ M_y(x, -y) &= M_y(x, y), \\ j(x, -y) &= j(x, y). \end{aligned} \quad (16)$$

Выделяя в (13) интегралы по верхней и нижней частям магнитной системы и используя (16), получим

$$\tilde{H}(k, y_0) = \operatorname{ch}(ky_0) \tilde{H}(k, 0), \quad (17)$$

$$\tilde{H}(k, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} H_y(x, y=0) dx = 2\pi \int \Phi(x, y) e^{ikx-k|y|} dx dy. \quad (18)$$

Из (17) и (9) легко получить выражение (1).

Результат (17) можно также получить из следующих соображений. Из уравнений Максвелла следует, что преобразование Фурье плоского магнитного поля $\tilde{H}(k, y_0)$ (см. (15)) должно удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial^2 \tilde{H}(k, y)}{\partial y^2} - k^2 \tilde{H}(k, y) = 0.$$

Решением этого уравнения является линейная комбинация $\operatorname{ch}(ky)$ и $\operatorname{sh}(ky)$. Для симметричных относительно плоскости xOz магнитных систем получаем решение (17).

Проинтегрировав (9) по углам θ, φ (которые являются полярными координатами вектора \mathbf{n} с полярной осью, направленной вдоль β), с учетом соотношения (17) получим выражение для спектральной плотности излучения в полный телесный угол

$$\frac{d\varepsilon(y_0)}{d\lambda} = \frac{2e^4}{\lambda^2 m^2 c^4} \int_{-1}^{\infty} \text{ch}^2\left(\frac{\pi y_0 t}{\lambda \gamma^2}\right) \frac{t^2 - 2t + 2}{t^4} \left| \tilde{H}\left(\frac{\pi t}{\lambda \gamma^2}, 0\right) \right|^2 dt. \quad (19)$$

Из (8), (9), (17), (18) видно, что при малом угловом разбросе частиц в пучке (12) зависимость спектрально-угловой плотности излучения частицы от направления векторов \mathbf{n} и β определяется прежде всего величиной угла θ между векторами \mathbf{n} и β . Естественно, что при этом спектральная плотность излучения в полный телесный угол (19) не зависит от направления β . Отметим, что зависимость спектральной плотности излучения в полный телесный угол $d\varepsilon(y_0)/d\lambda$ (см. (19)) от поперечной координаты частицы y_0 не является универсальной (типа (1)) и определяется конкретным видом магнитной системы.

Из (18) видно, что наибольший вклад в формирование излучения дают ближайшие к пучку слои тока и магнетика: вклад более далеких от пучка частей магнитной системы экспоненциально подавлен.

Из выражений (9), (14), (17), (18) следует, что при фиксированных параметрах пучка синхротрона есть следующие пути увеличения спектральной плотности излучения.

1. Увеличение плотности магнитного момента M и тока j : мощность излучения пропорциональна квадрату M, j .

2. Увеличение длины магнитной системы с периодическим повторением M, j вдоль оси x с периодом $2\lambda\gamma^2$ (ондулятор). При этом мощность излучения в полный телесный угол растет пропорционально числу периодов ондулятора [5].

3. Уменьшение зазора между полюсами магнитов. При этом спектральная плотность излучения растет экспоненциально: если полюса с обмотками приблизить к пучку на Δh , то спектрально-угловая плотность излучения увеличится в $\exp(2\rho\Delta h/\lambda\gamma^2(1+\gamma^2\theta^2))$ раз. В случае плоского ондулятора с большим числом периодов такому увеличению мощности излучения при уменьшении зазора между полюсами соответствует экспоненциальный рост амплитуды магнитного поля ондулятора [20].

2. Измерение поперечного профиля пучка синхротрона

Пусть $f(y, z, y', z')$ — функция распределения частиц в фазовом пространстве (y, z, y', z') , где y, z — поперечные координаты частицы; y', z' — углы между осью x и проекциями вектора скорости β на плоскости xOy и xOz соответственно

$$y' = \theta_0 \cos \varphi_0, \quad z' = \theta_0 \sin \varphi_0,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(y, z, y', z') dy dz dy' dz' = 1. \quad (20)$$

Рассмотрим элемент пучка, имеющего поперечный размер $dy \times dz$ и расположенного в точке с координатами y, z . Пусть $dI(y, z)/d\lambda d\Omega$ — спектрально-угловая плотность электромагнитного излучения, генерируемого этим элементом пучка в телесный угол $d\Omega$ в направлении \mathbf{n} в интервале длин волн $d\lambda$ за время одного оборота пучка. Если длина сгустка частиц синхротрона больше длины волны наблюдаемых фотонов, то излучение некогерентно [25]: его спектральная энергия равна сумме энергий, излучаемых по отдельности каждой частицей. В этом случае получим

$$\frac{dI(y, z)}{d\lambda d\Omega} = dy dz N \int_{-\infty}^{\infty} dy' dz' f(y, z, y', z') \frac{d\varepsilon(\beta, y)}{d\lambda d\Omega}, \quad (21)$$

где N — число частиц в пучке синхротрона, $d\varepsilon(\beta, y)/d\lambda d\Omega$ определяется выражениями (9), (14), (17), (18).

При достаточной апертуре оптической системы практически все электромагнитное излучение пучка синхротрона фокусируется на экране фотоприемника. Это также позволяет избежать ухудшения разрешающей способности системы диагностики за счет дифракции в оптической системе. В плоскости изображения оптической системы распределение спектральной яркости по поперечному сечению пучка частиц будет определяться выражением

$$\frac{dI(y, z)}{d\lambda} = \int d\Omega \frac{dI(y, z)}{d\lambda d\Omega} \quad (22)$$

Подставляя (21) в (22) и используя независимость $d\varepsilon/d\lambda$ от направления вектора скорости частицы, получим спектральную плотность излучения, генерируемого элементом пучка $dy \times dz$ в полный телесный угол за время одного оборота пучка синхротрона

$$\frac{dI(y, z)}{d\lambda} = dy dz Nf(y, z) \frac{d\varepsilon(y)}{d\lambda}, \quad (23)$$

где $f(y, z) = \int dy' dz' f(y, z, y', z')$ — функция распределения плотности пучка частиц в поперечном сечении, $d\varepsilon(y)/d\lambda$ — спектральная плотность излучения одной частицы в полный телесный угол.

Рассмотрим измерение профиля пучка с помощью ондуляторного излучения. В ондуляторе с большим числом периодов под углом θ к направлению движения частицы генерируется излучение с длиной волны λ , равной в дипольном приближении [5]

$$\lambda = \frac{l}{2\gamma^2 v} (1 + \gamma^2 \theta^2), \quad (24)$$

где l — длина периода ондулятора, $v=1, 2, 3, \dots$ — номер гармоники.

Поэтому для дипольного ондуляторного излучения из (1), (24) получим

$$\frac{d\varepsilon(\beta, y)}{d\lambda d\Omega} = \text{ch}^2\left(2\pi v \frac{y}{l}\right) \frac{d\varepsilon(\beta, y=0)}{d\lambda d\Omega}, \quad (25)$$

Распределение спектральной яркости ондуляторного излучения пучка равно

$$\frac{dI(y, z)}{d\lambda} = dy dz Nf(y, z) \text{ch}^2\left(2\pi v \frac{y}{l}\right) \frac{d\varepsilon(y=0)}{d\lambda}. \quad (26)$$

Рассмотрим измерение профиля пучка с помощью излучения, генерируемого в магнитном поле коротких магнитов (шторок). Если толщина шторок d (рис. 1) меньше величины $\lambda\gamma^2$, то максимум спектрально-угловой плотности излучения частицы расположен под углом $\theta=0$, при этом практически все излучение сосредоточено в интервале углов $\Delta\theta=\sqrt{\lambda/2\pi h}$ вдоль направления движения частицы, где $2h$ — зазор между полюсами шторок [15]. При $y \ll h$ (что практически всегда выполняется) из (1), (23) получим для шторок ($d \ll \lambda\gamma^2$)

$$\frac{dI(y, z)}{d\lambda} = dy dz Nf(y, z) \text{ch}^2\left(\frac{\pi y}{\lambda\gamma^2}\right) \frac{d\varepsilon(y=0)}{d\lambda}. \quad (27)$$

Таким образом, неоднородность спектральной плотности дипольного излучения частицы вдоль оси y (см. (1)) приводит к соответствующему увеличению ширины наблюдаемого распределения спектральной яркости излучения пучка $dI(y, z)/d\lambda$ по сравнению с распределением плотности пучка частиц в поперечном сечении $f(y, z)$ (23). Этот эффект необходимо учитывать при измерении поперечного профиля пучка. С другой стороны, это позволяет проводить более тщательное измерение плотности гало пучка.

Строго говоря, на экране фотоприемника (со спектральной чувствительностью $s(\lambda)$) наблюдается распределение

$$\int_0^\infty \frac{dI(y, z)}{d\lambda} s(\lambda) d\lambda.$$

Однако использование приемников с относительной узкой полосой пропускания позволяет непосредственно проводить измерение распределения $dI(y, z)/d\lambda$, с помощью которого легко восстанавливается поперечный профиль пучка $f(y, z)$. При излучении пучка в однодиапазонном или на широтах величины $dI/d\lambda$ и $f(y, z)$ связаны между собой простыми соотношениями (26), (27) соответственно.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность В. И. Балбекову за внимание к работе.

Литература

- [1] *Méot F.* Preprint CERN/SPS/81-21 (AMB). Geneve, 1981, 80 p.
- [2] *Bosser J., Burnod L., Coisson R. et al.* IEEE Trans. Nucl. Sci., 1983, v. NS-30, N 4, p. 2164–2166.
- [3] *Bossart R., Bosser J., Burnod L. et al.* Nucl. Instr. Meth., 1981, v. 184, N 2, 3, p. 349–357.
- [4] *Scandale W.* Preprint CERN/SPS-DI(MST)/80-8. Geneve, 1980. 4 p.
- [5] *Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г.* Тр. ФИАН СССР, 1975, т. 80, с. 100–124.
- [6] *Багров В. Г., Гитман Д. М., Соколов А. А. и др.* ЖТФ, 1975, т. 45, № 9, с. 1948–1953.
- [7] *Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М.* ЖЭТФ, 1981, т. 80, № 4, с. 1348–1360.
- [8] *Тернов И. М., Михайлин В. В., Халилов В. Р.* Синхротронное излучение и его применения. 2-е изд. М., 1985. 264 с.
- [9] *Coisson R.* Phys. Rev. A, 1979, v. 20, N 2, p. 524–528.
- [10] *Михалев В. Л., Рзаев Р. А.* Препринт ИФВЭ, № 80-174. Серпухов, 1980. 16 с.
- [11] *Смоляков Н. В.* ЖТФ, 1986, т. 56, № 7, с. 1262–1268.
- [12] *Смоляков Н. В.* ЖТФ, 1985, т. 55, № 3, с. 488–496.
- [13] *Башмаков Ю. А.* ЖТФ, 1986, т. 56, № 3, с. 515–520.
- [14] *Bagrov V. G., Nikitin M. M., Ternov I. M. et al.* Nucl. Instr. Meth., 1983, v. 208, N 1–3, p. 167–169.
- [15] *Смоляков Н. В.* Препринт ИФВЭ, № 86-194. Серпухов, 1986. 12 с.
- [16] *Никитин М. М., Медведев А. Ф., Мусеев М. Б. и др.* ЖТФ, 1981, т. 51, № 3, с. 584–600.
- [17] *Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А.* ЖТФ, 1985, т. 55, № 5, с. 829–834; ЖТФ, 1985, т. 55, № 6, с. 1090–1098.
- [18] *Никитин М. М., Энн В. Я.* ЖТФ, 1976, т. 46, № 11, с. 2386–2391.
- [19] *Poole M. W., Walker R. P.* Nucl. Instr. Meth., 1980, v. 176, N 3, p. 487–495.
- [20] *Halbach K.* Nucl. Instr. Meth., 1981, v. 187, N 1, p. 109–117.
- [21] *Walker R. P.* Nucl. Instr. Meth., 1985, v. A237, N 1, 2, p. 366–380.
- [22] *Ortega J. M., Bazin C., Deacon D. A. G. et al.* Nucl. Instr. Meth., 1983, v. 206, N 1, 2, p. 281–288.
- [23] *Poole M. W., Walker R. P.* IEEE Trans. Nucl. Sci., 1985, v. NS-32, N 5, p. 3374–3376.
- [24] *Ландау Л. Д., Либшиц Е. М.* Теория поля. 6-е изд. М.: Наука, 1973. 504 с.
- [25] *Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г.* ЖТФ, 1978. т. 48, № 8, с. 1592–1606.

Поступило в Редакцию
19 мая 1987 г.