

УДК 538.945 : 530.182

ТЕПЛОВЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ И АВТОВОЛНЫ В СВЕРХПРОВОДНИКЕ, ВКЛЮЧЕННОМ ВО ВНЕШНЮЮ ЦЕПЬ

Ю. М. Львовский

Рассматриваются нелинейные тепловые процессы в сверхпроводнике, включенном в электрическую цепь. В рабочей области параметров обнаружены жесткие резистивно-нормальные автоколебания, описаны особенности автоколебаний различного типа. Аналитически и численно исследована динамика протяженной автоволны, у которой монотонное движение чередуется со стадией возникновения колебаний температурного гребня. Определены области параметров, соответствующие различным автоколебательным и автоволновым режимам.

Сверхпроводник с током является примером физического объекта, в котором благодаря нелинейным тепловым свойствам могут протекать различные автоволновые процессы, возникать и развиваться тепловые структуры, определяющие развитие аварийной ситуации или динамику рабочего режима сверхпроводящего устройства. Теоретический анализ нелинейных тепловых процессов в сверхпроводниках, как правило, проводится без учета динамики внешней цепи (в приближении фиксированного тока) либо для монотонного переходного процесса [1-4]. Такой подход, естественно, охватывает лишь односторонние процессы, такие как равновесие, рост или сокращение локального перегретого участка, или монотонное движение температурной волны (нормальной зоны).

Учет динамики электрической цепи приведет к тому, что сверхпроводник, описываемый системой уравнений, приобретет свойства автоволновой среды с восстановлением, в которой возможны периодические процессы и немонотонные автоволны (АВ), наблюдающиеся в других физических, химических и биологических системах [5, 6].

В данной работе исследуются автоколебания (АК) и немонотонные АВ в сверхпроводнике, включенном во внешнюю цепь. Показано, что в рабочей области параметров существует жесткий режим АК, когда в зависимости от начального возмущения система либо возвращается в сверхпроводящее состояние, либо входит в АК режим. Проанализированы особенности и определены области АК режимов различного типа. Описано движение АВ, проходящей в своем развитии ряд последовательных стадий: монотонное движение, возбуждение колебаний температурного гребня и, наконец, формирование покоящегося профиля.

1. Постановка задачи

Температурный профиль тонкого сверхпроводника сечением S и периметром Π описывается одномерным уравнением теплопроводности

$$CS \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \right) + I^2 \bar{\rho}(T, I) - h\Pi(T - T_b), \quad (1)$$

где θ — время, x — координата вдоль проводника, $\bar{\rho}$ — сопротивление единицы длины, T_b — температура хладагента. Теплопроводность λ , теплоемкость C и коэффициент теплоотдачи h в рассматриваемой модели примем постоянными. Ток I в сверхпроводнике, включенном в цепь последовательно с сопротивлением R_0 и источником напряжением U , определяется уравнением

$$L \frac{dI}{dt} = U - [R(T, I) + R_0]I, \quad (2)$$

где L — суммарная индуктивность контура, а

$$R(T, I) = \int_l \bar{\rho}(T(x, 0), I(\theta)) dx \quad (3)$$

— полное сопротивление перегретого участка длины l .

Данная типичная схема включения [3, 7] может быть принята в качестве базовой, поскольку к ней приводится ряд других схем.¹

Будем рассматривать ситуацию, когда перегретая резистивная область занимает либо весь проводник, либо длину l , значительно большую размера теплового фронта $l_T \sim (\lambda S / h\Pi)^{1/2}$, так что перемещение границы области за период АК не приводит к существенному изменению l . Вкладом фронта в резистивность можно пренебречь по сравнению со вкладом однородного гребня и полагать $R = \bar{\rho}(T, I)l$. В безразмерных величинах

$$t = \frac{\theta R_0}{L}, \quad \xi = x \left(\frac{\lambda S}{h\Pi} \right)^{-1/2}, \quad \tau = \frac{T - T_h}{T_c - T_b}, \quad i = \frac{I}{I_c}, \quad \rho = \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_n},$$

где T_c и I_c — критические температура и ток проводника, $\bar{\rho}_n$ — его сопротивление в нормальном состоянии, система (1), (2) принимает вид

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} - \frac{1}{\Omega} \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} = Q(\tau, i) = [\alpha i^2 \rho(\tau, i) - \tau] / \Omega, \quad (4)$$

$$\frac{di}{dt} = \mathcal{P}(\tau, i) = v - i[1 + r\rho(\tau, i)]. \quad (5)$$

Параметрами задачи являются: $\alpha = I_c^2 \bar{\rho}_n / h\Pi (T_c - T_b)$ — критерий стабильности Стекли [9], $\Omega = CSR_0 / h\Pi L$ — отношение теплового и электромагнитного времен, $v = U / I_c R_0$ и $r = \bar{\rho}_n l / R_0$ — нормированное напряжение и нормальное сопротивление перегретого участка. Сопротивление $\rho(\tau, i)$ в сверхпроводящей, резистивной и нормальной областях соответственно равно [9]

$$\rho(\tau, i) = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau < 1 - i, \\ (\tau + i - 1)/i & \text{при } 1 - i < \tau < 1, \\ 1 & \text{при } \tau > 1. \end{cases} \quad (6)$$

Зависимость (6), основанная на модели критического состояния Бина, является базовой при анализе тепловой устойчивости сверхпроводников [9]. Модель (4)–(6) позволяет исследовать динамику протяженных тепловых структур в сверхпроводнике с учетом характеристик внешней цепи.

Существенное отличие рассматриваемого объекта от других АВ сред состоит в отсутствии локальности по одной из переменных: ток i одинаков во всех точках и, более того, определяется интегральным сопротивлением (3) всех участков проводника.

2. Автоколебания однородного уровня

Возможность возникновения АК в изотермическом по длине ($\partial \tau / \partial \xi \equiv 0$) сверхпроводнике была показана в [8]. Однако, как увидим ниже, область их существования оказывается значительно шире, а разнообразие режимов гораздо богаче.

Фазовый портрет «точечной» динамической системы

$$\frac{d\tau}{dt} = Q(\tau, i), \quad \frac{di}{dt} = \mathcal{P}(\tau, i), \quad (7)$$

¹ В частности, уравнение для сверхпроводника, шунтированного сопротивлением R_0 и запитываемого фиксированным током I_0 [8], получается из (2) заменой $U = I_0 R_0$.

описываемой изотермической проводник, определяется поведением нуль-изоклина (НИ) $Q(\tau, i) = 0$, $\mathcal{P}(\tau, i) = 0$, $\mathcal{S}(\tau, i) = 0$ (рис. 1). Особыми точками (состояниями равновесия) являются точки их пересечения $Q = \mathcal{P} = 0$.

В сверхпроводящей (СП) области $\tau < 1 - i$ НИ $\tau = 0$, $i = v$ имеют единственную точку пересечения при $v < 1$. В нормальной области точка пересечения НИ $i = v/(1+r)$, $i = \sqrt{\tau/\alpha}$ существует при $v > (1+r)/\sqrt{\alpha}$. Нетрудно убедиться, что обе точки являются устойчивыми узлами. Фазовые траектории в СП области представляют собой семейство парабол $(i - v - \gamma_1 \tau)^2 = \text{const} (1 - v - \gamma_2 \tau)$, которые входят в узел $(0, v)$, касаясь прямой $i = v$ при $\Omega > 1$ или $\tau = 0$ при $\Omega < 1$. Это значит, что релаксация к устойчивому СП состоянию при $\Omega > 1$ протекает таким образом, что сперва устанавливается значение тока, близкое к v , а затем происходит понижение температуры, а при $\Omega < 1$ — в обратной последовательности.

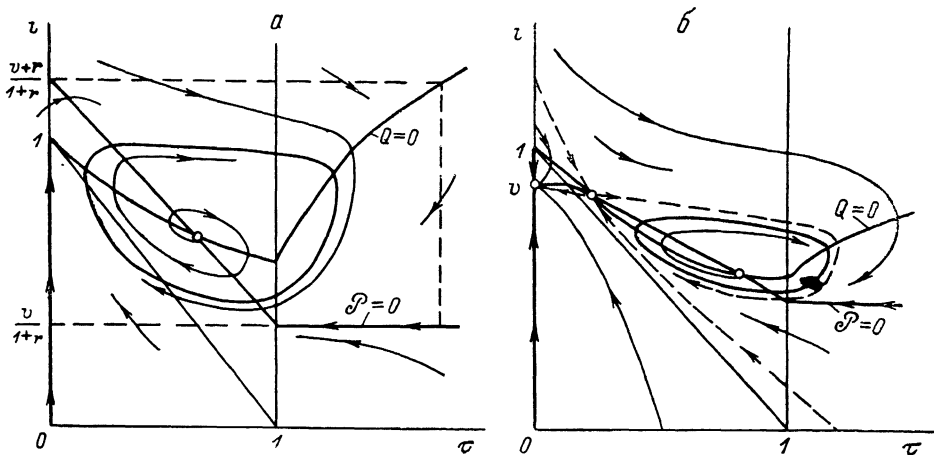


Рис. 1. Фазовый портрет динамической системы (7) мягких (а) и жестких автоколебаний (б).

В резистивной области $1 - i < \tau < 1$ ситуация сложнее, что и определяет разнообразие АК режимов. Здесь возможны пять различных вариантов взаимного расположения НИ

$$Q = 0 : \tau = \frac{\alpha i (1 - i)}{1 - \alpha i}, \quad (8)$$

$$\mathcal{P} = 0 : i = \frac{v + r(1 - \tau)}{1 + r}. \quad (9)$$

I. НИ (9) проходит над НИ (8), состояний равновесия нет при $v > \max((1+r)/\sqrt{\alpha}, 1)$.

II. НИ (9) проходит под НИ (8), состояний равновесия нет при $v < v_0$.

III. Одна точка пересечения (τ_1, i_1) , в которой $\frac{di}{d\tau}|_{Q=0} < \frac{d\tau}{di}|_{\mathcal{P}=0} < 0$ при $(1+r)/\sqrt{\alpha} < v < 1$.

IV. Одна точка пересечения (τ_2, i_2) , в которой $\frac{di}{d\tau}|_{\mathcal{P}=0} < \frac{d\tau}{di}|_{Q=0} < 0$ (рис. 1, а) при $1 < v < (1+r)/\sqrt{\alpha}$.

V. Две точки пересечения (рис. 1, б), верхняя (τ_1, i_1) , как в случае III, а нижняя (τ_2, i_2) , как в случае IV при $v_0 < v < \min((1+r)/\sqrt{\alpha}, 1)$.

Значение v_0 определяется касанием НИ (8) и (9) и равно

$$v_0 = [1 - r + 2\sqrt{r(\alpha - 1)}]/\alpha. \quad (10)$$

Перечисленные пять областей параметров изображены на рис. 2. Особые точки в резистивной области имеют координаты

$$i_{1/2} = \frac{av + r + 1 \pm \sqrt{(av + r + 1)^2 - 4\alpha(v + r)}}{2\alpha}, \quad \tau_{1/2} = \frac{\alpha i_{1/2}(v - i_{1/2})}{r}. \quad (11)$$

Характеристические корни каждой из точек равны

$$\lambda_{\pm} = (\mathcal{P}'_i + Q'_\tau)/2 \pm \sqrt{(\mathcal{P}'_i + Q'_\tau)^2/4 - (\mathcal{P}'_i Q'_\tau - \mathcal{P}'_\tau Q'_i)}. \quad (12)$$

Поскольку в нашем случае ²

$$\mathcal{P}'_i = -1 - r < 0, \quad \mathcal{P}'_\tau = -r < 0, \quad Q'_i = \alpha(\tau + 2i - 1)/\Omega > 0, \quad Q'_\tau = (\alpha i - 1)/\Omega > 0,$$

а на нуль-изоклинах имеет место соотношение

$$\Delta = \mathcal{P}'_i Q'_\tau - \mathcal{P}'_\tau Q'_i = -\mathcal{P}'_i Q'_\tau \left(\frac{di}{d\tau} \Big|_{Q=0} - \frac{di}{d\tau} \Big|_{\mathcal{P}=0} \right),$$

то для точки (τ_1, i_1) с $\frac{di}{d\tau} \Big|_{\mathcal{P}=0} > \frac{di}{d\tau} \Big|_{Q=0}$ получаем $\Delta < 0$.

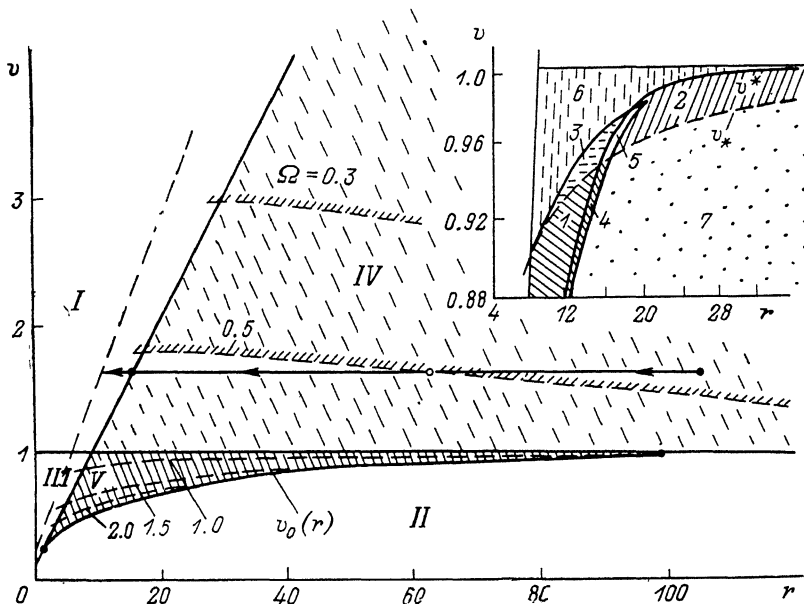


Рис. 2. Диаграмма областей автоколебательных режимов в сверхпроводнике ($\alpha=100$). Штриховые линии — бифуркационные кривые (13), цифры у кривых — значения Ω . На вставке области жестких автоколебаний при $\Omega=1$.

Знаки корней (12) различны, эта точка — седло. Напротив, в точке (τ_2, i_2) , где $\frac{di}{d\tau} \Big|_{\mathcal{P}=0} < \frac{di}{d\tau} \Big|_{Q=0}$, $\Delta > 0$, знаки $\text{Re} \lambda_{\pm}$ одинаковы и совпадают со знаком величины $\mathcal{P}'_i + Q'_\tau$. Эта точка — фокус (узел), устойчивый при $\mathcal{P}'_i + Q'_\tau < 0$ и неустойчивый при $\mathcal{P}'_i + Q'_\tau > 0$. Превращение фокуса из неустойчивого в устойчивый (бифуркация Андронова—Хопфа [10, 11]) происходит при $i_2 = [1 + \Omega(1 + r)]/\alpha$ или при

$$av_* = \frac{(\alpha - 1)r}{\Omega(1 + r)} + (1 + r)(\Omega - 1) + 2. \quad (13)$$

Нетрудно видеть, что в области IV условие неустойчивости фокуса $v < v^*$ является достаточным условием существования АК. Действительно, в прямоугольнике $0 < \tau < \frac{\alpha(v + r)^2}{(1 + r)^2}$, $\frac{v}{1 + r} < i < \frac{v + r}{1 + r}$ (рис. 1, а) траектории могут

² Из физического смысла величин \mathcal{P} и Q следует, что и в любой другой модели резистивной области знаки их производных будут теми же, а с ними и последующий вывод о характере особых точек.

только входит. Поскольку из неустойчивого фокуса (τ_2, i_2) траектории выходят значит, вокруг него существует аттрактор — устойчивый предельный цикл (УПЦ), на который траектории наматываются (при $v > v^*$ траектории могут приходить в ставший устойчивым фокус). Как видим, АК существуют не во всей области IV [8], а лишь в той ее части, что лежит под бифуркационной кривой (13) (рис. 2, штриховые кривые). Данный режим соответствует мягким АК [12], при любых начальных условиях траектория наматывается на УПЦ.

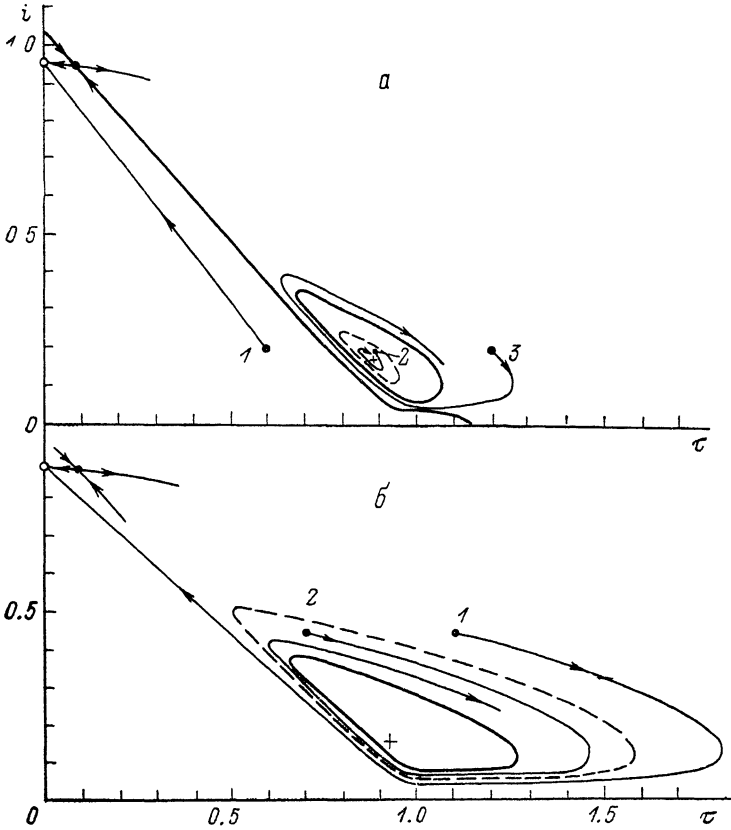


Рис. 3. Фазовые траектории системы при жестких автоколебаниях (численный расчет, $\alpha=100$, $\Omega=1$).

Замкнутые жирные линии — устойчивый, пунктирные — неустойчивый предельные циклы. а — режим области 3 на вставке рис. 2, $r=14$, $v=0.946$; б — области 4, $r=12$, $v=0.888$.

Наиболее интересна не рассматривавшаяся в [8] область V. Здесь достаточное условие существования АК приобретает вид

$$v^* < v < v_*, \quad (14)$$

где v^* — значение, соответствующее бифуркации петли сепаратрисы седла (τ_1, i_1).

Если $v > v^*$, то «усы» сепаратрисы проходят, как показано на рис. 1, б, и ограничивают область, в которую траектории только входят. Внутри нее существует УПЦ, окружающий неустойчивый фокус (τ_2, i_2). Этот режим АК жесткий: начальные возмущения левее левого «уса» сепаратрисы переводят систему в рабочее сверхпроводящее состояние, правее — в АК режим.

Кривые (13) касаются граничной кривой (10) в точках $r_{1/2} = \beta/2 - 1 \pm \sqrt{\beta^2/4 - \beta}$, $\beta = (\alpha - 1)/\Omega^2$, и максимальное значение Ω , при котором еще может наблюдаться неустойчивый фокус, равно $\sqrt{\alpha - 1}/2$. Следовательно, для слабо стабилизированных сверхпроводников с $\alpha > 5$ возможны АК и при $\Omega > 1$, причем обязательно жесткие (при $\Omega > 1$ кривые (13) целиком лежат в области $v < 1$). При $v < 1$ заход УПЦ в СП область невозможен, так как любая вошедшая

в нее траектория заканчивается в узле $(0, v)$. Отсюда ясно, что вывод о возможности АК лишь при $\Omega < 1$ [8], основанный на условии захода УПЦ в СП область, относится только к мягким АК области IV. Исследуемые нами жесткие АК в области V соответствуют чередованию в проводнике лишь резистивной и нормальной фаз и могут наблюдаться и при $\Omega > 1$.

В результате бифуркации Андронова—Хопфа при $v=v_*$ в фокусе рождается цикл, устойчивость которого определяется знаком первой ляпуновской величины [10], в точке (τ_2, i_2) , равной $L_1 = \pi^2 \alpha^2 / 4 \Delta^{3/2} \Omega > 0$. При $v=v^*$ из петли сепаратрисы рождается цикл, устойчивость которого определяется знаком

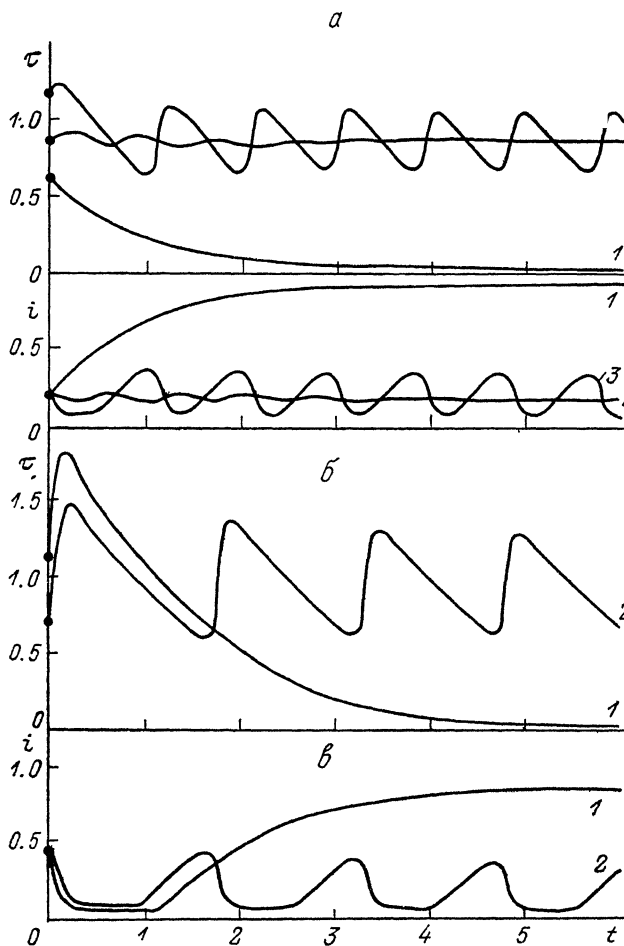


Рис. 4. Зависимости температуры и тока в сверхпроводнике от времени, соответствующие фазовым траекториям рис. 3.

седловой величины $\sigma = (\mathcal{F}'_i + Q'_\tau) \tau_1, i_1 = (\alpha i_1 - 1) \Omega - 1 - r$, положительной в области V. Как видим, оба цикла неустойчивы. Это значит, что УПЦ может родиться (умереть) только в результате взаимодействия (слияния) с этими неустойчивыми предельными циклами (НПЦ), т. е. скачком при плавном изменении параметров, имея при этом конечную амплитуду (жесткое возбуждение АК [12]).

Численные исследования позволили определить области всех АК режимов. Вставка на рис. 2 содержит семь областей, соответствующих различному поведению системы. В области I (условие (14)) имеется единственный УПЦ. В зависимости от начальных условий сверхпроводник переходит либо в рабочее состояние $(0, v)$, либо в резистивно-нормальный АК режим. В области II ($v^* < v < v^*$) существует единственный НПЦ, окружающий устойчивый фокус (τ_2, i_2) . В области III фазовая плоскость содержит три аттрактора: устойчивые узел $(0, v)$, фокус (τ_2, i_2) и УПЦ, отделенный от фокуса НПЦ. В зависимо-

сти от начальных условий в системе устанавливается сверхпроводящее либо резистивное состояние, либо АК (рис. 3, а, 4, а, кривые 1, 2, 3). В узкой области 4 УПЦ окружен НПЦ. Здесь может наблюдаться необычная с точки зрения эксплуатации системы ситуация, когда больший перегрев приведет к возврату в сверхпроводящее состояние, а меньший — к резистивно-нормальным АК (рис. 3, б, 4, б, кривые 1, 2). Наконец, в области 5 УПЦ заключен между двумя НПЦ, внутренним и внешним. В области 6 предельные циклы отсутствуют, устойчивые резистивное и СП состояния разделены сепаратрисой седла. В области 7 единственно возможное состояние системы — сверхпроводящее (0, v).

С помощью рис. 2 легко проследить смену режимов в сверхпроводнике при изменении параметров. Например, будем увеличивать v , проходя последовательно области 7, 4, 1, 3, 6. На границе областей 7 и 4 из двойного цикла рождается пара НПЦ—УПЦ. С ростом v амплитуда УПЦ уменьшается, а НПЦ (внешнего) растет, и при $v=v_*$ НПЦ исчезает, «вливаясь» в петлю сепаратрисы. В области 1 остается один УПЦ, но на границе областей 1 и 3 в фокусе рождается НПЦ (внутренний) с периодом $2\pi/\sqrt{\Delta}$, его амплитуда растет $\sim(v-v_*)^{1/2}$ [11], и на границе областей 3 и 6 оба цикла, слившись, исчезают.

В области IV АК возникают также в виде УПЦ конечной амплитуды, рождающегося в паре с НПЦ на внешней границе затененной области над кривой (13). При $v=v_*$ НПЦ умирает в фокусе, и при $1 < v < v_*$ система имеет единственный аттрактор в виде УПЦ.

Рис. 2 охватывает все возможные режимы и темы, сохраняющиеся, как показывают численные исследования, и при других значениях α и Ω .³

3. Эволюция тепловых автоволн

Описанные режимы характеризуют поведение однородного температурного уровня. Интерес представляет динамика нелинейных тепловых волн переключения, переводящих проводник из сверхпроводящего состояния в резистивное (нормальное) или наоборот. Теоретический анализ до настоящего времени охватывает лишь монотонные процессы распространения (сокращения) протяженных волн — нормальных зон [2-4, 9]. Из предыдущего раздела ясно, что учет электрической цепи приводит к существованию немонотонных автоволн с осциллирующими температурным гребнем и током.

Следует подчеркнуть принципиальное отличие рассматриваемого процесса от АК локального домена [15], вызванное различием в механизмах АК. АК домена однозначно связаны с движением его границ, при этом оказывается возможным игнорировать свойства резистивной области, заменив ее скачком [15]. В нашем случае АК гребня не связаны с движением фронта и целиком определяются свойствами резистивной области. К протяженной АВ применимо самосогласованное рассмотрение, основанное на разнице временных масштабов периода АК и изменения длины. Скорость движения фронта в каждом периоде определяет изменение $r(t)$, входящего в (5) в роли медленно меняющегося параметра, из-за чего движение АВ не является в строгом смысле периодическим. АВ проходит ряд последовательных стадий. Пульсирующий домен может явиться начальным (конечным) этапом эволюции протяженной АВ.

Диаграмма рис. 2 позволяет проследить эволюцию АВ, например, при фиксированном напряжении источника v (линия со стрелками).

Пусть в проводнике возник перегретый протяженный участок длиной $l_0 \gg l_T$, $v > v_*$ ($r_0(l_0)$). Температурный фронт, сформировавшись на границе участка, начинает двигаться по проводнику. Поскольку большая часть профиля лежит левее НИ $Q=0$ (рис. 1, а), скорость АВ $V=dl/d\theta$ отрицательна [16], и участок сокращается.

Первая стадия соответствует движению АВ в области $v > v_*$. Здесь наблюдается релаксация гребня к устойчивому фокусу (τ_2, i_2) в виде загужающих

³ Необходимо подчеркнуть, что в проведенном рассмотрении, основанном на анализе НИ, не использовался конкретный вид зависимостей $\lambda(T)$, $C(T)$. Кроме того, специальный расчет показывает, что характер пересечения НИ сохраняется как при выпуклой зависимости $\rho(\tau)$ в резистивной области [13], так и при вогнутой [14]. Поэтому следует ожидать, что установленные закономерности сохраняются и в других моделях.

колебаний температуры и тока, после чего устанавливается монотонное сокращение резистивного профиля при полностью отрицательном источнике $Q(\tau)$. Это режим классической АВ задачи Колмогорова—Петровского—Пискунова (КПП), которая при фиксированном токе имеет смысл лишь как некоторая идеализация, соответствующая предельно достижимой скорости [4]. Скорость в режиме КПП равна [4]

$$V = -2(h\Pi\lambda/SC^2)^{1/2} \sqrt{\sigma i_2(r) - 1}, \quad (15)$$

то приводит к уравнению для $r(t)$ в виде

$$\frac{dr}{dt} = -2 \frac{\rho_{\Pi} L (h\Pi\lambda)^{1/2}}{S^{1/2} R_0^2 C} \sqrt{\sigma i_2(r) - 1}, \quad (16)$$

откуда находим полное время стадии монотонного сокращения⁴

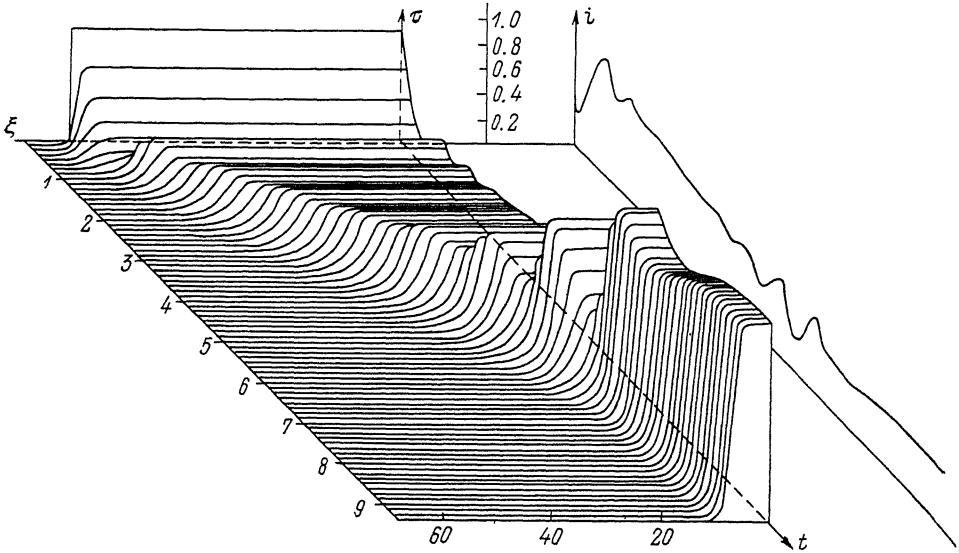


Рис. 5. Численное моделирование движения тепловой автоволны по сверхпроводнику.
 $\alpha = 10$, $v = 17$, $l_0/l_T = 60$, $\tau_0 = 29$.

$$\Delta t = \frac{\Omega}{2} \frac{l_0/l_T}{r_*} \int_{r_*}^{r_0} \frac{dr}{\sqrt{\sigma i_2(r) - 1}}, \quad (17)$$

где $r_* = r(v_*)$.

Сокращаясь, АВ входит в область под бифуркационной кривой (13). Начинается вторая стадия, характеризующаяся возбуждением АК конечной амплитуды гребня волны. При этом, если УПЦ заходит в СП область (рис. 1, а), профиль в определенные промежутки цикла становится целиком сверхпроводящим, а затем восстанавливает свою резистивность (аналогичная ситуация наблюдается на переменном токе [17]). Сокращаясь, осциллирующий профиль при $r = v\sqrt{\alpha} - 1$ входит в область I. Наступает третья стадия — формирование стационарного профиля покоящейся нормальной зоны. Соответствующая гребню особая точка, став устойчивым узлом, поднимается по нормальной ветви III $Q=0$. Ток возрастает от $\alpha^{-1/2}$ до минимального тока распространения [9] $i_m = (1/4\alpha^2 + 8/\alpha)^{1/2} - 1/2\alpha$, а скорость V асимптотически стремится к нулю. Линия стационарных нормальных зон $v = (1+r) i_m(\alpha)$ показана на рис. 2 (штриховые линии).

⁴ Формулы (16), (17) выведены в предположении одностороннего сокращения зоны, когда ее вторая (неподвижная) граница совпадает с концом проводника. При двустороннем сокращении время (17) следует уменьшить вдвое.

Численное моделирование движения АВ на базе полной системы (4)–(6) полностью подтверждает описанную картину эволюции. На рис. 5 отчетливо прослеживается образование фронта из начального разрывного профиля $\tau(\xi)$: стадия релаксации к фокусу и монотонного сокращения ($\tau < 3.5$), стадия возбуждения АК гребня волны и тока ($3.5 < t < 6.5$) и, наконец, формирование покоящейся тепловой структуры ($t > 6.5$). Численные расчеты показывают, что время эволюции АВ возрастает при увеличении отклонения начального гребня от устойчивого фокуса (τ_2, i_2). При некоторых значениях параметров, когда конечный размер сформировавшейся в области I зоны мал, наблюдались ее пульсации, очевидно, отвечающие АК локального домена [15].

Аналогично могут быть прослежены стадии эволюции АВ и в области жестких АК режимов при $v < 1$.

Описанным механизмом прохождения автоволновой областей различных режимов может быть объяснено наблюдавшееся в недавних экспериментах [18] поведение локальной трехмерной резистивной зоны, хотя АК стадия в указанном случае может быть вызвана и движением границы зоны.

Заключение

При учете динамики электрической цепи нелинейные тепловые процессы в сверхпроводнике приобретают качественно новые свойства, характерные для автоволновых сред с восстановлением. Это указывает на целесообразность анализа задач тепловой стабилизации сверхпроводников совместно с моделированием внешней цепи.

Показано, что в рабочей области параметров ($v < 1$) в сверхпроводнике реализуются жесткие резистивно-нормальные АК, когда в зависимости от величины возмущения система либо возвращается в сверхпроводящее состояние, либо переходит в АК режим. При плавном изменении параметров АК возникают скачком, имея конечную амплитуду, что представляет опасность при эксплуатации сверхпроводящей системы.

Взаимодействие двух механизмов — бифуркации Андронова—Хопфа и бифуркации петли сепаратрисы седла — порождает разнообразие типов жестких АК, которым отвечает различное расположение устойчивого и неустойчивых циклов. Можно ожидать, что определяемые этими механизмами семь областей различного поведения окажутся общими для ряда физических АК систем с двумя точками пересечения нуль-изоклина отрицательного наклона. Диаграмма рис. 2 представляет полную картину областей возможных режимов, позволяет проследить смену режимов при изменении параметров, а также оценивать размеры неоднородностей (дефекты проводника, участки ухудшенного теплообмена и др.), на которых могут развиваться АК.

Описанное поведение немонотонной тепловой волны в протяженном сверхпроводнике, проходящей в своем развитии ряд последовательных стадий. Монотонное движение автоволны чередуется со стадией возникновения осцилляций тока и температуры гребня.

Литература

- [1] Dharmadurai G. Phys. St. Sol. (a), 1980, v. 62, N 11, p. 11–33.
- [2] Stekly Z. J. J. Adv. Cryog. Eng., 1963, v. 8, p. 585–600.
- [3] Уилсон М. Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985, 407 с.
- [4] Львовский Ю. М. ЖТФ, 1984, т. 54, № 9, с. 1663–1670.
- [5] Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г. УФН, 1979, т. 128, № 4, с. 625–666.
- [6] Self-organization. Autowaves and structures far from equilibrium / Ed. V. I. Krinsky. Berlin: Springer, 1984. 265 p.
- [7] Глебов И. А., Шахтарин В. Н., Антонов Ю. Ф. Проблема ввода тока в сверхпроводниковые устройства. Л.: Наука, 1985. 208 с.
- [8] Берковский С. Я. РИЭ, 1965, т. 10, № 4, с. 736–740.
- [9] Альтов В. А., Зенкевич В. Б., Кремлев М. Г., Сычев В. В. Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 312 с.
- [10] Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976. 496 с.
- [11] Хэссард Б., Казаринов Н., Ван И. Теория и приложения бифуркации рождения цикла. М.: Мир, 1985. 280 с.

- [12] Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981. 568 с.
- [13] Kremlev M. G. Cryogenics, 1967, v. 7, N 5, p. 267—270.
- [14] Dorofeev G. L., Imenitov A. B., Klimentko E. Ju. Cryogenics, 1980, v. 20, N 6, p. 307—312.
- [15] Баяв В. П., Гуревич А. Вл., Милиц Р. Г., Ушомирский М. С. ФТТ, 1982, т. 24, № 5, с. 1544—1546.
- [16] Maddock B. J., James G. B., Norris W. T. Cryogenics, 1969, v. 9, N 8, p. 261—273.
- [17] Altov V. A., Lvovsky Yu. M., Sytchev V. V. Cryogenics, 1987, v. 27, N 3, p. 124—130.
- [18] Баяв В. П., Мучник Р. Г., Ушомирский М. С. ЖТФ, 1987, т. 57, № 3, с. 593—595.

Институт геотехнической
механики АН УССР
Днепропетровск

Поступило в Редакцию
10 сентября 1987 г.