Полученные выводы экспериментально проверялись на «квазисимметричном» p^+pnn^+-диоде с глубиной залегания $p-n$-перехода примерно 100 мк, полученного диффузией алюминия с поверхностной концентрацией $N_s=10^{17}$ см$^{-3}$. Исходный кремний имел уровень легирования $N_d=3\cdot10^{14}$ см$^{-3}$.

Для сравнения также исследовался диод с резким p^+n-переходом, имевшим толщину базы, равную суммарной толщине p- и n-областей p^+pnn^+-структуры.

В экспериментах через диоды в начале пропускался импульс прямого тока длительностью 1 мкс и амплитудой 0.5 А, который затем сменялся импульсом обратной полярности. На рис. 3 показаны ток и напряжение на приборах при протекании обратного тока. Как следует из рис. 3, напряжение на p^+pnn^+-структуре начинает возрастать позже и со скоростью почти на порядок большей, чем на p^+nn^+-диоде.

Таким образом, эксперимент подтверждает ранее сделанные выводы об особенностях восстановления обратного напряжения на симметричных $p-n$-переходах.

Литература

[1] *Грехов И. В., Ефанов В. М., Кардо-Сысоев А. Ф., Шендерей С. В.* Письма ЖТФ, 1983, т. 9, № 7, с. 435—439.
[2] *Ефанов В. М., Кардо-Сысоев А. Ф., Смирнова И. А.* ФТП, 1987, т. 21, № 4, с. 620—625.
[3] *Benda H., Spenke E.* Proc. IEEE, 1967, v. 55, N 8, p. 1331—1354.
[4] *Ламперт М., Марк П.* Инжекционные токи в твердых телах / Под ред. С. М. Рывкина. М.: Мир, 1973. 416 с.
[5] *Васильева А. Б., Кардо-Сысоев А. Ф., Стельмах В. Г.* ФТП, т. 10, № 7, 1976, с. 1321—1325.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
3 ноября 1987 г.

УДК 536 *Журнал технической физики, т. 58, в. 11, 1988*

ИЗМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ РАЗЛИЧИЯ КУЛЬБАКА В ПРОЦЕССЕ САМООРГАНИЗАЦИИ. I-ТЕОРЕМА

Р. Г. Зарипов

В работе [1] рассматривается изменение энтропии Больцмана—Гиббса для последовательных стационарных состояний, которые характерны при переходе через порог генерации в область развитой генерации. В результате формулируется важная S-теорема, утверждающая уменьшение перенормированной (соответствующей одинаковым значениям средней энергии) энтропии. Поскольку энтропия определяет количественную меру статистической неопределенности в микросостояниях системы, то уменьшение ее указывает на увеличение степени упорядоченности. В дальнейшем S-теорема подтверждается для различных самоорганизующихся систем и в [2] доказывается для общего случая.

В работе [3] предложен неравновесно-информационный подход к исследованию переходов системы между различными состояниями. Исходной величиной является информация различия Кульбака [4], которая характеризует точность различия между состояниями и определяет количественную меру статистической упорядоченности в микросостояниях системы. При этом раскрывается взаимосвязь H-функции Больцмана с минимальной информацией различия. Представляется необходимым применение указанного подхода [3] к рассмотрению процесса самоорганизации [2]. Это позволяет утверждать в общем случае о возрастании информации различия (I-теорема). В случае одновременного изменения управляющих параметров приводится система уравнений для нахождения параметров, по которым происходит процесс самоорганизации.

1. Информация различия Кульбака и теорема Гиббса

Рассмотрим переход между произвольным состоянием замкнутой системы, описываемом функцией распределения $f(X)$, и состоянием с каноническим распределением Гиббса [5]

$$f_0 = \exp \frac{F_0 - H(X)}{kT}, \quad \int f(X)\, dX = \int f_0 dX = 1. \tag{1}$$

Здесь dX — элемент фазового пространства, k — постоянная Больцмана, $H(X)$ — функция Гамильтона, F_0 — свободная энергия.

В основу количественного описания перехода положим выражение информации различия Кульбака [3, 4]

$$I = k \int f \ln \frac{f}{f_0}\, dX = -(S - S_0) + \frac{1}{T}(E - E_0) \geqslant 0 \tag{2}$$

с равенством тогда и только тогда, когда $f=f_0$. Здесь для энтропий и средних энергий имеем

$$S = -k \int f \ln f dX, \quad S_0 = -k \int f_0 \ln f_0 dX,$$

$$E = \int H(X) f dX, \quad E_0 = \int H(X) f_0 dX.$$

Сравнивая значения энтропий при одинаковых средних энергиях $E=E_0$ (условие Гиббса), из (2) вытекает доказательство теоремы Гиббса в виде $I=-(S-S_0) \geqslant 0$. Таким образом, энтропия канонического распределения максимальна и увеличение ее происходит совместно с потерей информации различия, т. е. с уменьшением статистической упорядоченности в микросостояниях замкнутой системы.

2. S-теорема и I-теорема для открытых систем

Пусть стационарное состояние открытой системы задается функцией распределения $f(X, a_c)$, где $a_c = \{a_{c_1}, \ldots, a_{c_i}, \ldots, a_{c_n}\}$ $(a_{c_i} \geqslant 0)$ есть набор управляющих параметров. Состояние системы в случае полного «равновесия» (или физического хаоса) соответствует $a_c=0$ и представляется в виде «канонического распределения Гиббса» [2]

$$f_0(X) = \exp \frac{F_0 - H_0(X)}{D}, \quad \int f(X, a_c)\, dX = \int f_0(X)\, dX = 1, \tag{3}$$

где $H_0(X)$ — эффективная «функция Гамильтона», D — эффективная интенсивность шума. Тогда при переходе системы между состояниями $f(X, a_c)$ и $f_0(X)$ информация различия Кульбака имеет значение

$$I(a_c) = k \int f(X, a_c) \ln \frac{f(X, a_c)}{f_0(X)}\, dX = -(S - S_0) + \frac{k}{D}(E - E_0) \geqslant 0. \tag{4}$$

Здесь энтропии и средние энергии выражаются формулами

$$S(a_c) = -k \int f(X, a_c) \ln f(X, a_c)\, dX, \quad S_0 = -k \int f_0(X) \ln f_0(X)\, dX,$$

$$E = \int H_0(X) f(X, a_c)\, dX, \quad E_0 = \int H_0(X) f_0(X)\, dX.$$

Для выяснения степени упорядоченности в системе введем, согласно [2], следующую функцию распределения «равновесия»:

$$\tilde{f}_0(X) = \exp \frac{\tilde{F}_0 - H_0(X)}{\tilde{D}(a_c)}, \quad \tilde{D}(a_c) = D \ \text{при} \ a_c = 0 \tag{5}$$

с соответствующей энтропией и средней энергией

$$\tilde{S}_0 = -k \int \tilde{f}_0(X) \ln \tilde{f}_0(X)\, dX, \quad \tilde{E}_0 = \int H_0(X) \tilde{f}_0(X)\, dX$$

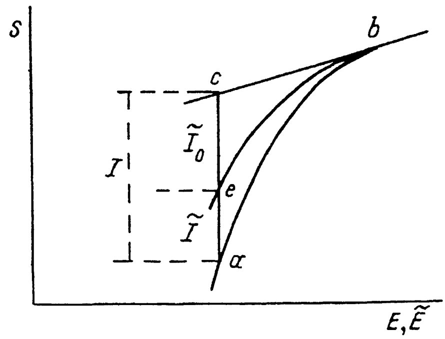
и, рассматривая переход между состояниями $f(X, a_c)$ и $\tilde{f}_0(X)$, находим

$$\tilde{I} = k \int f(X, a_c) \ln \frac{f(X, a_c)}{\tilde{f}_0(X)}\, dX = -(S - \tilde{S}_0) + \frac{k}{\tilde{D}}(E - \tilde{E}_0) \geqslant 0. \tag{6}$$

Изменение $I - \tilde{I}$ определяет, насколько информация различия, соответствующая удалению систем от полного «равновесия» с $f_0(X)$, больше, чем при удалении системы от «равновесия» с $f_0(X)$, и фактически определяет относительное влияние различия состояний $\tilde{f}_0(X)$ и $\tilde{f}_0(X)$. С другой стороны, различие состояний характеризуется точным значением

$$\tilde{I}_0 = k\int \tilde{f}_0(X)\ln\frac{\tilde{f}_0(X)}{f_0(X)}\,dX = -(\tilde{S}_0 - S_0) + \frac{k}{D}(\tilde{E}_0 - E_0) \geqslant 0. \qquad (7)$$

Потребуем выполнения закона аддитивности $I=\tilde{I}+\tilde{I}_0$ при всех значениях управляющих параметров. Это приводит к соотношению $(D^{-1}-\tilde{D}^{-1})\,(E-\tilde{E}_0)=0$, и для сравнения энтропий имеем известное условие $E=\tilde{E}_0$ [2], из которого находится перенормированная величина $\tilde{D}$. В итоге из (6) вытекает доказательство S-теоремы в виде $\tilde{I}=I-\tilde{I}_0=-(S-\tilde{S}_0)\geqslant 0$. Следовательно, при увеличении a_c перенормированная энтропия уменьшается $\tilde{S}_0 \geqslant S\,(a_c)$ совместно с увеличением информации различия $I\,(a_c)\geqslant \tilde{I}_0$ и соответственно с увеличением статистической упорядоченности микросостояний открытой системы. Указанное утверждение и является по существу содержанием I-теоремы. Поскольку справедливо выражение $I-\tilde{I}_0=kD^{-1}R_{\min}$ [3], то изменение энтропии $k^{-1}D\,(S-\tilde{S}_0)=R_{\min}$ (где $k^{-1}D$ играет роль эффективной температуры) фактически обусловлено работой по упорядочиванию структуры системы. Отметим, что вышеприведенное условие аддитивности в общем случае может не выполняться. Тогда не имеет место неравенство для энтропий и нельзя точно утверждать о принадлежности рассматриваемого процесса к числу самоорганизующихся. Используя геометрическое представление [3], на рисунке приведена диаграмма энтропия—энергия. Кривые ab и eb изображают соответственно изменения функций $S=S\,(E)$ и $\tilde{S}_0=\tilde{S}_0\,(\tilde{E}_0)=\tilde{S}_0\,(E)$ между точками $a=(E,\,S)$ и $b==(E_0,\,S_0)$. Отрезок ac, согласно (4), имеет значение I (где bc — касательная к кривым ab и eb), а отрезок ec есть $\tilde{I}_0$. Таким образом, связь физических величин имеет простой и наглядный смысл.



Далее положим, что два близких состояния имеют значения параметров a_c и $a_c^{(1)}=a_c+\Delta a_c$ ($\Delta a_{ci}\geqslant 0$), где a_c соответствует локальному «равновесному» состоянию [2]. В этом случае для информации различия следует выражение [4].

$$\tilde{I} = I - \tilde{I}_0 = \frac{k}{2}\sum_{i,\,j}^{n}\mathscr{T}_{ij}\Delta a_{c_i}\Delta a_{c_j},\quad \mathscr{T}_{ij} = \int f\left(\frac{\partial \ln f}{\partial a_{c_i}}\right)\left(\frac{\partial \ln f}{\partial a_{c_j}}\right)dX \qquad (8)$$

и для изменений энтропии имеем

$$\frac{\partial\tilde{S}}{\partial\Delta a_{c_i}} = -\sum_{j}^{n}\mathscr{T}_{ij}\Delta a_{c_j},\quad \sum_{j}^{n}\mathscr{T}^{ij}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial\Delta a_{c_j}} = -\Delta a_{c_i}\leqslant 0. \qquad (9)$$

Здесь $\mathscr{T}_{ij}$ — положительно определенная информационная матрица Фишера [4], а $\mathscr{T}^{ij}$ — ее обратная матрица.

Решение системы уравнений (9) определяет знак величинам $\partial\tilde{S}/\partial\Delta a_c$. Это имеет важное значение, так как дает возможность нахождения параметров, по которым происходит процесс самоорганизации. В частном случае, если состояние системы меняется при независимом изменении каждого параметра, из (9) вытекает известное соотношение $\partial\tilde{S}/\partial\Delta a_{c_i}= -\Delta d_{c_i}\mathscr{T}_{ii}\leqslant 0$ для локальной формы S-теоремы [2].

Литература

[1] *Климонтович Ю. Л.* Письма в ЖТФ, 1983, т. 8, № 23, с. 1412—1416.
[2] *Klimontovich Y. L.* Z. Phys. B, 1987, v. 66, N 1, p. 125—127.
[3] *Зарипов Р. Г.* Изв. вузов. Физика, 1987, т. 30, № 7, с. 29—33.
[4] *Кульбак С.* Теория информации и статистика. М.: Наука, 1967. 408 с.
[5] *Гиббс Д. В.* Основные принципы статистической механики. М., Л.: Гостехиздат, 1946. 203 с.

Казанский физико-технический институт АН СССР

Поступило в Редакцию 22 декабря 1987 г.