

01; 09; 10

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА
С ГИБРИДНЫМИ МОДАМИ ВОЛНОВОДА
С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ВТУЛКОЙ

Г. П. Фоменко, А. С. Шлапаковский

Исследована неустойчивость трубчатого релятивистского электронного пучка, распространяющегося в пролетном канале волновода с диэлектрической втулкой, относительно произвольных несимметричных возмущений. Получено общее трансцендентное дисперсионное уравнение и аналитические выражения для инкрементов неустойчивости в режимах слабого и сильного пространственных зарядов. Подробно проанализированы результаты численного решения дисперсионного уравнения на предмет сравнения характеристик неустойчивости на симметричных и гибридных модах при различных параметрах пучка и геометрии волновода. Показано, что при значительном превышении поперечных размеров системы над длиной волны неустойчивость симметричных мод и мод типа HE с одинаковым радиальным индексом развивается на весьма близких частотах и с близкими значениями инкрементов.

В последнее время исследования по генерации коротковолнового излучения релятивистскими электронными пучками (РЭП), пролетающими вблизи поверхности диэлектрика, достигли значительных успехов [1-3]. Круглый волновод с диэлектрической втулкой является наиболее естественной электродинамической системой для черенковского СВЧ прибора такого типа. Эта система использовалась как в [1] и предшествовавших [1] работах по вынужденному черенковскому излучению слаборелятивистских (100—200 кэВ) пучков, в ранних экспериментах по спонтанному когерентному излучению релятивистских «стустков» [4], так и в экспериментах с мощными килоамперными пучками современных сильноточных ускорителей [2, 5, 6].

В большинстве соответствующих теоретических работ рассматривается возбуждение одних только азимутально-симметричных волн E -типа волновода с диэлектрической втулкой. Такое ограничение совершенно оправдано в том случае, когда пучок проходит по оси волновода. Действительно, для гибридных волн, — несимметричных мод, имеющих все шесть компонент электромагнитного поля, — продольная электрическая составляющая на оси волновода равна нулю. Однако в области больших токов существование сплошных приосевых электронных пучков малого поперечного сечения (по сравнению с пролетным каналом) становится невозможным из-за ограничения тока пространственным зарядом [7]. В сильноточной СВЧ электронике наиболее употребительна трубчатая конфигурация пучка. Поэтому исследование взаимодействия РЭП с гибридными волнами и сопоставление его результатов с результатами для симметричных волн является весьма актуальным.¹

1. Рассмотрим сначала кинематические соотношения, т. е. сравним, насколько различаются частоты синхронизма с пучком симметричных и гибридных мод волновода с диэлектрической втулкой. В этой системе любая синхронная с пучком волна может быть только поверхностной и характерный масштаб лока-

¹ В работе [8] анализировалось применительно к пучку, сплошь заполняющему пролетный канал, дисперсионное уравнение [9], содержащее азимутально-несимметричные моды. Последние, однако, исключались из рассмотрения, как будет видно, без достаточных оснований.

дизации поля вблизи втулки пропорционален длине волны. Поэтому втулочные моды, для которой частота синхронизма была бы существенно меньше, чем для всех остальных, означало бы и возможность одномодовой генерации за счет выбора соответствующего радиуса пучка. Дисперсионное уравнение круглого волновода с диэлектрической втулкой хорошо известно [10]. Запишем его в виде

$$p^2 (qa)^2 \left[\varepsilon q F_E + p \frac{I'_l(qa)}{I_l(qa)} \right] \left[q F_H + p \frac{I'_l(qa)}{I_l(qa)} \right] = \left[(\varepsilon - 1) l k \frac{\omega}{c} \right]^2. \quad (1)$$

Здесь

$$F_E = \frac{j'_l(pa) Y_l(pb) - j_l(pb) Y'_l(pa)}{j_l(pa) Y_l(pb) - j_l(pb) Y'_l(pa)},$$

$$F_H = \frac{j'_l(pa) Y'_l(pb) - j'_l(pb) Y'_l(pa)}{j_l(pa) Y'_l(pb) - j'_l(pb) Y'_l(pa)},$$

где ε — диэлектрическая проницаемость материала втулки; b — радиус волновода; a — радиус пролетного канала; l — число азимутальных вариаций поля; j_l , Y_l , I_l — соответственно функции Бесселя, Неймана и модифицированная функция Бесселя порядка l ; $p^2 = \varepsilon \omega^2 / c^2 - k^2$, $q^2 = k^2 - \omega^2 / c^2$; ω — частота; k — продольное волновое число. Мы рассматриваем медленные поверхностные волны, так что $q^2 > 0$. Учитывая условия синхронизма, можно записать $p = k \sqrt{\varepsilon \beta^2 - 1}$, $q = k / \gamma$ (где $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\beta = u/c$, u — скорость пучка) и рассматривать (1) как уравнение относительно k .

Сложное трансцендентное уравнение (1) тем не менее легко поддается анализу, если использовать асимптотические разложения функций Бесселя при больших значениях аргументов. Неравенства $pa \gg 1$, $qa \gg 1$ обозначают малость длины волны по сравнению с поперечными размерами системы, они представляют особый интерес применительно к генерации больших мощностей в коротковолновой области спектра и легко реализуются в широком диапазоне изменения энергии пучка при небольших значениях ε и умеренно тонких втулках. При этом (1) сводится к уравнению

$$\left[\frac{qa (\varepsilon \beta^2 - 1)}{\beta (\varepsilon - 1)} \right]^2 \left(1 - \frac{\varepsilon \operatorname{ctg} pd}{\gamma \sqrt{\varepsilon \beta^2 - 1}} \right) \left(1 + \frac{\operatorname{tg} pd}{\gamma \sqrt{\varepsilon \beta^2 - 1}} \right) = l^2, \quad (2)$$

где $d = b - a$ — толщина втулки. При $l = 0$ множество корней этого уравнения складывается из корней выражений, заключенных в круглые скобки, отвечающих E_{0n} - и H_{0n} -волнам. В случае же $l \neq 0$ корни (2) все равно оказываются весьма близки к корням скобок в силу условия $qa \gg 1$ (если только $\varepsilon \beta^2 - 1$ не слишком близко к нулю). В частности, для волн типа HE_{ln} значение волнового числа, соответствующего синхронизму, $k_{ln} = k_{0n} + \delta k$, где k_{0n} — аналогичное значение для волн E_{0n} , и

$$\frac{\delta k}{k_{0n}} \simeq \frac{(\varepsilon - 1) \beta^2 l^2}{\frac{\varepsilon}{\gamma} + (\varepsilon \beta^2 - 1) \frac{\gamma}{\varepsilon}} \frac{1}{(\varepsilon \beta^2 - 1) k_{0n} d \left(\frac{k_{0n} a}{\gamma} \right)^2} \ll 1, \quad (3)$$

даже если $k_{0n} d \ll 1$ (что возможно при $n=1$). Видно, что наименьшую частоту синхронизма имеет мода E_{01} , однако соответствующие частоты для мод HE_{ln} при небольших l лежат совсем рядом. Можно сказать, что симметричные волны E_{0n} и гибридные волны HE_{ln} с тем же радиальным индексом образуют своего рода семейства, поскольку их дисперсионные кривые практически сливаются. Число членов семейства ограничивается условием $l \ll qa$. Такие же семейства образуют волны типа EH_{ln} и H_{0n} .

2. Исследуем неустойчивость бесконечно тонкого трубчатого пучка, распространяющегося в пролетном канале волновода с диэлектрической втулкой, относительно несимметричных возмущений, пропорциональных $\exp \{ i (\varphi + kz - \omega t) \}$. Будем считать пучок моноэнергетическим и полностью замагниченным. Линеаризация самосогласованной системы уравнений Максвелла и гидродинамики приводит к следующим уравнениям для амплитуд E_z - и H_z -компонент электромагнитного поля

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{\perp} E_z - q^2 \left[1 - \frac{\omega_b^2(r)}{\gamma^3 (\omega - ku)^2} \right] E_z &= 0 \\ \Delta_{\perp} H_z - q^2 H_z &= 0 \end{aligned} \right\} r < a,$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{\perp} E_z + p^2 E_z &= 0 \\ \Delta_{\perp} H_z + p^2 H_z &= 0 \end{aligned} \right\} a < r < b. \quad (4)$$

Здесь $\Delta_{\perp} = 1/r (d/dr) (rd/dr) - l^2/r^2$ — поперечная часть оператора Лапласа, а $\omega_b(r)$ — плазменная частота электронов.

Для неограниченно тонкого пучка радиуса r_b

$$\omega_b^2(r) = \frac{2eJ}{mur_b} \delta(r - r_b), \quad (5)$$

где J — ток пучка.

Система дифференциальных уравнений (4) дополняется стандартными граничными условиями непрерывности тангенциальных составляющих полей на поверхности диэлектрика ($r=a$), условиями $E_z=0$, $dH_z/dr=0$ на металлической поверхности ($r=b$), а также условием непрерывности E_z при $r=r_b$. Еще одно недостающее условие получается интегрированием первого уравнения (4) по бесконечно малому промежутку от r_b-0 до r_b+0 . С учетом (5) имеем

$$\left\{ \frac{dE_z}{dr} \right\}_{r=r_b} + \frac{q^2}{(\omega - ku)^2} \frac{2eJ}{\gamma^3 mur_b} E_z(r_b) = 0.$$

Подстановка всех граничных условий в общие решения уравнений (4) позволяет после ряда преобразований получить дисперсионное уравнение рассматриваемой системы

$$\left[(\omega - ku)^2 - \frac{2eJ}{\gamma^3 mu} q^2 I_l(qr_b) K_l(qr_b) \right] D(\omega, k) = \frac{2eJ}{\gamma^3 mu} q^2 \times \\ \times \frac{I_l^2(qr_b) K_l(qa)}{I_l(qa)} \left\{ L^2 - (qa)^2 \left[\varepsilon q F_E + p \frac{K_l'(qa)}{K_l(qa)} \right] \left[q F_H + p \frac{I_l'(qa)}{I_l(qa)} \right] \right\}, \quad (6)$$

где

$$D(\omega, k) = (qa)^2 \left[\varepsilon q F_E + p \frac{I_l'(qa)}{I_l(qa)} \right] \left[q F_H + p \frac{I_l'(qa)}{I_l(qa)} \right] - L^2, \\ L = (\varepsilon - 1) lk \frac{\omega}{cp},$$

K_l — функция Макдональда порядка l . Соотношение $D(\omega, k)=0$ есть дисперсионное уравнение «холодной» системы. При $l=0$ дисперсионное уравнение (6) распадается на уравнения, описывающие симметричные E - и H -волны в системе (в частности, можно увидеть, что пучок никак не влияет на дисперсию волн типа H_{0n}).

Проанализируем полученное уравнение. Здесь также ограничимся режимом $ra \gg 1$, $qa \gg 1$. В этих условиях можно еще выделить случаи пространственно развитого ($qr_b \gg 1$) и приосевого ($qr_b \ll 1$) пучка.

3. Рассмотрим пространственно развитый пучок. Используя асимптотические разложения бесселевых функций, можно переписать «горячее» дисперсионное уравнение (6) в следующем виде:

$$[(\omega - ku)^2 - \alpha q] D_1(\omega, k) = \alpha q \left\{ D_1(\omega, k) + 2 \left[(qa)^2 \left(\varepsilon q^2 + \frac{p^2}{\Delta} \right) + L^2 \right] \right\} e^{-2qdb}. \quad (7)$$

Здесь

$$D_1(\omega, k) = (qa)^2 \left(\varepsilon q^2 + \frac{p^2}{\Delta} \right) (\Delta - 1) - L^2, \quad \Delta(\omega, k) = \frac{p}{\varepsilon q} \operatorname{tg} pd,$$

где $\alpha = eJ/\gamma^3 mur_b$, $d_b = a - r_b$ — расстояние между пучком и поверхностью диэлектрика. При $L=0$ уравнение (7) описывает неустойчивость на симметричных

модах E_{0n} . Легко видеть, что в этом случае (7) переходит в дисперсионное уравнение для ленточного пучка, пролетающего над диэлектрическим слоем, которое было получено и подробно исследовано в [11].

Рассмотрим далее предел слабого пространственного заряда [12-13], т. е. будем искать решения (7) в виде $\omega = \omega_n + \delta$, $\delta \ll \omega_n$, где ω_n — частоты синхронизма и $\delta^2 \gg aq$. Это дает возможность получить следующее выражение для инкремента неустойчивости в этом режиме:

$$\text{Im } \omega \simeq \frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ \frac{2aq \left[(qa)^2 \left(\epsilon q^2 + \frac{p^2}{\Delta} \right) + L^2 \right]}{D'_{1\omega}(\omega, k)} e^{-2qab} \right\}^{1/3} \Bigg|_{\substack{\omega = \omega_n \\ k = k_n = \frac{\omega_n}{u}}}, \quad (8)$$

где

$$D'_{1\omega}(\omega, k) = (qa)^2 \left(\epsilon q^2 + \frac{p^2}{\Delta} \right) \Delta'_{\omega} - \frac{2\omega a^2}{c^2} \left(\epsilon q^2 + \frac{p^2}{\Delta} \right) (\Delta - 1) - \\ - \frac{(qa)^2 (\Delta - 1)}{\Delta^2} \left[\frac{2\epsilon\omega}{c^2} \Delta (\Delta - 1) + p^2 \Delta'_{\omega} \right] + 2L^2 \frac{k^2}{\omega p^2}, \\ \Delta'_{\omega}(\omega, k) = \frac{\omega}{c^2} \left(\frac{\epsilon}{p^2} + \frac{1}{q^2} + \frac{d}{q} + \frac{\epsilon^2 q d}{p^2} \right).$$

Посмотрим, как выглядит (8) при $L=0$. В этом случае для волн E_{0n} $(\Delta - 1)|_{\omega_n, k_n} = 0$, а для волн H_{0n} $\left(\epsilon q^2 + \frac{p^2}{\Delta} \right)|_{\omega_n, k_n} = 0$. Естественно, имеем для волн H_{0n} $\text{Im } \omega = 0$, а для волн E_{0n}

$$\text{Im } \omega_E \simeq \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{2aq}{\Delta'_{\omega}} e^{-2qab} \right)^{1/3} \Bigg|_{\substack{\omega = 3k_{0n}c \\ k = k_{0n}}}, \quad (9)$$

$$k_{0n} = \frac{\arctg \frac{\epsilon}{\gamma \sqrt{\epsilon \beta^2 - 1}} + (n-1)\pi}{\sqrt{\epsilon \beta^2 - 1} d}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

что было получено в [11].

При $L \neq 0$ различаются две группы решений (7), отвечающие волнам типа HE_{ln} и EH_{ln} . Как следует из (2), для волн HE_{ln} $k_n = k_{0n} + \delta k$, где δk дается выражением (3), а для волн EH_{ln} точка синхронизма близка к точке, определяемой соотношением $(\epsilon q^2 + p^2/\Delta)|_{\omega_n, k_n} = 0$. Подставляя (3) в (8) и сопоставляя полученное выражение с (9), можно заметить, что величина относительного отличия инкрементов для мод HE_{ln} и E_{0n} имеет порядок малости $O((l/qa)^2)$. При увеличении l и d , инкременты волн HE_{ln} уменьшаются по сравнению с $\text{Im } \omega_E$, при увеличении же индекса n отличие становится все менее заметным. Что касается волн EH_{ln} , то из (8) видно, что для них величина самого инкремента пропорциональна $(l/qa)^2$ (при $l \ll qa$), так что инкременты для EH -волн значительно меньше, чем для HE - и симметричных E -волн. Интересно, что в отличие от волн HE инкремент EH -волн существенно растет с ростом l (разумеется, при небольших $l \ll qa$).

В обратном пределе сильного пространственного заряда решение (7) ищется в виде $\omega = \omega_m + \delta$, $\delta \ll \omega_m$, где ω_m — частоты синхронизма волноводных мод уже не с пучком, а с медленной волной пространственного заряда, т. е. ω_m — решения системы уравнений

$$\begin{cases} \omega_m - k_m u = -\sqrt{aq_m}, & q_m^2 = k_m^2 - \frac{\omega_m^2}{c^2}, \\ D_1(\omega_m, k_m) = 0, \end{cases} \quad (10)$$

а $\delta^2 \ll aq$.

В этом случае можно получить

$$\text{Im } \omega \simeq \left\{ \frac{\sqrt{aq} \left[(qa)^2 \left(\epsilon q^2 + \frac{p^2}{\Delta} \right) + L^2 \right]}{D'_{1\omega}(\omega, k)} e^{-2qab} \right\}^{1/2} \Bigg|_{\substack{\omega = \omega_m \\ k = k_m}}. \quad (11)$$

При $L=0$ этот результат совпадает с полученным в плоской геометрии. Можно показать, что и в этом случае частоты синхронизма для симметричных E -волн и волн типа HE весьма близки, их относительное отличие также имеет порядок малости $O((l/qa)^2)$, и поскольку структура формул (8) и (11) подобна, то анализ, проведенный для режима слабого пространственного заряда, справедлив и здесь.

Таким образом, в случае пространственно развитого пучка неустойчивость на несимметричных модах типа HE развивается на тех же частотах и с теми же инкрементами, что и на симметричных волнах. Физически это обусловлено тем, что E_z -компонента поля, отвечающая за взаимодействие с пучком и пропорциональная $I_l(qr_b)/I_l(qa)$ [10], при $qr_b \gg 1$ практически не зависит от l . Из-за наличия нескольких «равноправных» мод реальная динамика генерации СВЧ в таком режиме может быть очень сложной.

4. Перейдем теперь к случаю приосевого пучка ($qr_b \ll 1$). При $l=0$ имеем

$$\left[(\omega - ku)^2 - 2\alpha q^2 r_b \left(\ln \frac{1}{qr_b} + 0.229 \right) \right] (\Delta - 1) = 2\pi \alpha q^2 r_b (\Delta + 1) e^{-2qa}. \quad (12)$$

При слабом пространственном заряде из (12) получаем

$$\text{Im } \omega_E \simeq \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{4\pi \alpha q^2 r_b}{\Delta_\omega'} e^{-2qa} \right)^{1/3} \Big|_{\substack{\omega = \beta k_{on} c \\ k = k_{on}}}. \quad (13)$$

При сильном пространственном заряде

$$\text{Im } \omega_E \simeq \left[\frac{\pi^2 \alpha q^2 r_b e^{-4qa}}{\Delta_\omega'^2 \left(\ln \frac{1}{qr_b} + 0.229 \right)} \right]^{1/4} \Big|_{\substack{\omega = \omega_m \\ k = k_m}}. \quad (14)$$

Здесь ω_m , k_m несколько отличаются от определяемых системой (10). Не вдаваясь, однако, в детали, выделим характерные черты неустойчивости приосевого пучка. Главное свойство, малость инкремента, физически достаточно очевидно и проявляется в наличии экспоненциально малых множителей в (13) и (14) ($qa \gg 1$). Другое важное свойство имеет место при сильном пространственном заряде и также описывается указанными экспонентами. Зависимость инкремента от тока в этом режиме определяется не только множителем $\alpha^{1/4}$, но и положением точки синхронизма с медленной волной пространственного заряда. Поскольку с ростом тока частота синхронизма увеличивается, то связь пучковой моды с поверхностной волноводной модой сильно падает и инкремент экспоненциально уменьшается. Иначе говоря, существует оптимальное значение тока, при котором достигается абсолютный максимум инкремента.

Рассмотрим теперь гибридные моды. Из (6) при $l \neq 0$ следует уравнение

$$\left[(\omega - ku)^2 - \alpha q^2 r_b \right] D_1(\omega, k) = \frac{2\pi}{(|l|!)^2} \alpha q^2 r_b \left(\frac{qr_b}{2} \right)^{2|l|} \times \left[(qa)^2 \left(\epsilon q^2 + \frac{p^2}{\Delta} \right) (\Delta + 1) + L^2 \right] e^{-2qa}. \quad (15)$$

В режиме слабого пространственного заряда с точностью до членов, порядок малости которых есть $O((l/qa)^2)$, получаем для HE -волн

$$\text{Im } \omega \simeq \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\frac{4\pi}{(|l|!)^2} \frac{\alpha q^2 r_b}{\Delta_\omega'} \left(\frac{qr_b}{2} \right)^{2|l|} e^{-2qa} \right]^{1/3} \Big|_{\substack{\omega = \beta k_{on} c \\ k = k_{on}}}. \quad (16)$$

Сравнение выражений (13) и (16) показывает, что они различаются множителем $\left[\frac{1}{|l|!} \left(\frac{qr_b}{2} \right)^{2|l|} \right]^{1/3}$, а поскольку $qr_b \ll 1$, то и инкремент неустойчивости на гибридных волнах значительно меньше, чем на симметричных. Это также очевидный результат, который объясняется структурой поля несимметричных волн, — равенством E_z -компоненты нулю на оси волновода. То же самое можно увидеть, сравнивая выражения для инкрементов при сильном пространственном заряде. Здесь, однако, существенно то, что с увеличением тока растет и qr_b , поэтому различие в инкрементах HE - и E -волн уменьшается, а значение

тока, при котором достигается абсолютный максимум инкремента, для HE -волн выше.

Итак, уменьшение размеров пучка создает возможность для одномодовой генерации. Однако интенсивность взаимодействия на рабочей симметричной моде в исследованном режиме резко ослабевает, а увеличение тока приводит лишь к ухудшению разделения мод по инкременту. Более того, если учесть, например, распределенные потери в системе, то окажется, что существует некоторый пороговый радиус пучка, ниже которого генерации вообще быть не может.

5. Полученное выше дисперсионное уравнение (6) решалось численно. Численные результаты позволяют подтвердить проделанный анализ, а также исследовать режимы с $qr_b \sim 1$ и $qa \ll 1$. Последний случай отвечает традиционной для СВЧ электроники ситуации, когда поперечные размеры системы

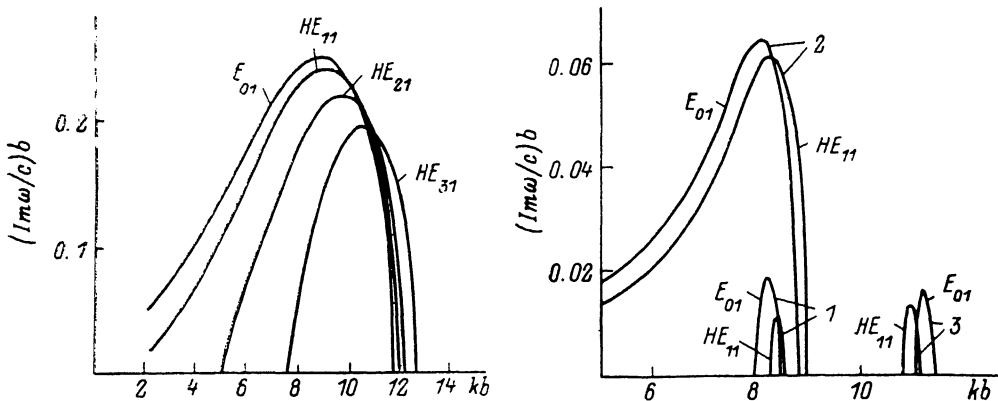


Рис. 1. Инкременты неустойчивости для мод с $n=1$.

$\varepsilon=2$, $a/b=0.8$, $\gamma=2$, $r_b/b=0.7$, $J=1.7$ кА.

Рис. 2. Зависимость $\text{Im } \omega(k)$ для мод E_{01} и HE_{11} при различных радиусах и точках пучка.

$\varepsilon=2$, $a/b=0.8$, $\gamma=2$, r_b/b : 1, 3 — 0.25; 2 — 0.7. J : 1, 2 — 17 А; 3 — 1.7 кА.

сравнимы с длиной волны, и именно здесь возможно преобладание симметричной моды, поскольку ее E_z -компонента в отличие от гибридных волн в этом случае очень слабо зависит от радиуса.

Комплексное трансцендентное уравнение сводилось к системе из двух уравнений относительно действительной и мнимой частей частоты,² которая решалась методом Брента [14]. Детальное сравнение характеристик неустойчивости для мод одного типа с различными радиальными индексами, которые сильно различаются частотой синхронизма, было проведено в плоской геометрии [11]. Поэтому ниже основное внимание уделяется сравнению мод с разными азимутальными индексами из семейства с $n=1$. На рис. 1 показаны характерные зависимости $\text{Im } \omega(k)$ для такого семейства. Геометрия здесь отвечает условиям pa , qa , $qr_b \gg 1$. Длинноволновые участки кривых для мод E_{01} и HE_{11} соответствуют раскатке потенциальных возмущений пучка. Видно, что инкремент для моды E_{01} наибольший, однако значения максимальных инкрементов для мод HE_{21} и особенно HE_{11} весьма близки к нему. Разделение мод E_{01} и HE_{11} по инкременту при различных радиусах и токах пучка исчезает как при приближении пучка к поверхности втулки при том же токе, так и при увеличении тока при тех же размерах пучка (рис. 2). На рис. 3 представлены зависимости максимального инкремента неустойчивости и частоты, ему соответствующей, от тока пучка, кривые инкрементов для мод E_{01} и HE_{11} практически сливаются при килоамперных уровнях тока. Зависимости на рис. 3 отвечают значениям $qr_b \sim 1$. Достаточно очевидно, однако, что эффект снижения инкремента с ростом тока

² Уравнение решалось также относительно комплексного k при действительной частоте. Результаты не имеют качественных отличий, поскольку во всех исследованных случаях нет резкого различия групповых скоростей симметричных и гибридных мод.

имеет место тогда, когда пучок пролетает на большом расстоянии от диэлектрика, т. е. при $qd_b \gg 1$, а значит, он возможен и для пространственно развитых пучков, когда $qr_b \gg 1$. Существенно, что величина qd_b должна быть достаточно велика еще при слабом пространственном заряде, в противном случае для увеличения qd_b будут требоваться слишком большие значения тока, которые могут быть сверхпредельными для данной геометрии.

Обобщая все приведенные выше результаты, можно сделать вывод, что существуют в конечном счете лишь 2 параметра, которые зависят от энергии, тока и геометрии пучка и волновода и определяют характеристики неустойчивости. Значение параметра qr_b определяет различие инкрементов симметричных и гибридных мод: если оно велико, то разделения мод по инкрементам нет. Значение же параметра qd_b определяет величину инкрементов: если qd_b велико, то интенсивность взаимодействия очень слабая. Поскольку $r_b + d_b = a$, то в режиме $qa \gg 1$ обязательно будет либо отсутствие разделения, либо малость инкрементов, либо то и другое вместе.

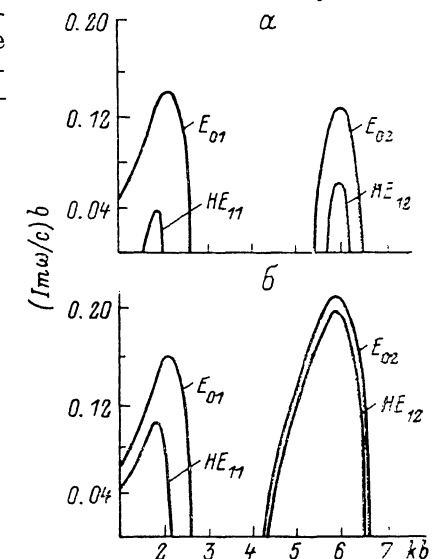
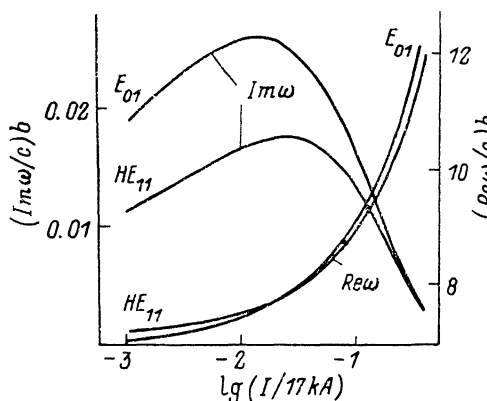


Рис. 3. Зависимость максимального инкремента и соответствующей ему частоты от тока при $r_b/b=0.25$.
 $\epsilon=2$, $a/b=0.8$, $\gamma=2$.

Рис. 4. Инкременты неустойчивости различных мод в случае $qa \leq 1$.
 $\epsilon=5$, $a/b=0.6$, $\gamma=3$, $I=1.7$ кА, r_b/b : а — 0.2, б — 0.59.

Ситуация, при которой симметричная мода значительно преобладает над гибридными и интенсивность взаимодействия достаточно велика, возможна лишь при $qa \leq 1$. Следует, однако, иметь в виду, что при этом условии $qa \gg 1$ выполняется для мод с более высоким радиальным индексом. Чтобы инкремент для рабочей моды был абсолютно наибольшим, необходимо, чтобы на высших модах было велико qd_b . Отсюда следует вывод, что и в этом случае для получения одномодовой генерации лучше использовать пучки малых размеров. На рис. 4 показаны инкременты для мод с $n=1$ и $n=2$ при различных радиусах пучка. Видно, что, если пучок примыкает к поверхности втулки, преобладают моды с $n=2$, для которых нет разделения по инкременту. Здесь нужно заметить, что фактором, ограничивающим генерацию на высших модах (т. е. на высоких частотах), может быть не только удаление пучка от диэлектрика, но и конечный разброс электронов по энергиям, не учтенный в нашей модели. Для кривых на рис. 4 условие применимости гидродинамического рассмотрения $\Delta\gamma/\gamma \ll \ll \gamma^2 |\omega - ku|/ku$ выполняется с запасом (в окрестности максимумов инкремента для мод с $n=2$ $\gamma^2 |\omega - ku|/ku \simeq 40\%$), но возможны ситуации, когда энергетический разброс способствует одномодовой генерации.

Таким образом, СВЧ приборы, основанные на черенковском взаимодействии РЭП с электромагнитными модами волновода с диэлектрической втулкой, могут быть как бы разделены на два класса. Для одного длина волны и поперечный размер системы — величины одного порядка и возможно значительное выде-

ление по инкременту рабочей симметричной моды. Для другого поперечные размеры много больше длины волны, что позволяет генерировать высокие мощности в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах, но при этом гибридные волны с точки зрения линейной теории «равноправны» с симметричными. К последнему типу может быть отнесен и генератор, описанный в [1], результаты расчетов с данными [1] дают различие максимальных инкрементов для мод E_{01} и $HE_{11} \sim 4\%$. Разумеется, отмеченное «равноправие» еще не означает невозможность одномодовой генерации или тем более ухудшение эффективности. Однако несимметричные возмущения, по-видимому, необходимо учитывать при моделировании и оптимизации подобного рода приборов.

Авторы благодарны С. А. Ташкуну за важный вклад в проведение вычислительной части работы.

Литература

- [1] Garate E., Cook R., Heim P. et al. // J. Appl. Phys. 1985. Vol. 58. N 2. P. 627—632.
- [2] Didenko A. N., Borisov A. R., Fomenko G. P. et al. // Proc. of the VIth Int. Conf. on High-Power Particle Beams. Kobe, Japan, 1986. P. O—j-6.
- [3] Moustazis S., Garate E., Buzzi J. M. et al. // Proc. of the VIth Int. Conf. on High-Power Particle Beams. Kobe, Japan, 1986. P. P—D-9.
- [4] Ломизе Л. Г. // ЖТФ. 1961. Т. 31. Вып. 3. С. 301—310.
- [5] Walsh J. E., Marschall J. C., Schlesinger S. P. // Phys. Fluids. 1977. Vol. 20. N 4. P. 709—710.
- [6] Диденко А. Н., Борисов А. Р., Фоменко Г. П., Штейн Ю. Г. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9. Вып. 1. С. 60—62.
- [7] Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В. Г. Физика сильнооточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 168 с.
- [8] Иванов С. Т., Николов Н. А. // Болгарский физ. журнал. 1979. Т. 6. № 4. С. 491—497.
- [9] Иванов С. Т., Котетишвили В. Г., Росинский С. Е., Рухадзе А. А. // ФТТ. 1976. Т. 18. Вып. 6. С. 1614—1621.
- [10] Иларионов Ю. А., Раевский С. Б., Сморгонский В. Я. Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов. М.: Сов. радио, 1980. 200 с.
- [11] Ташкун С. А., Фоменко Г. П., Шлапаковский А. С. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 8. С. 1538—1543.
- [12] Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 399 с.
- [13] Богданов В. В., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. // Физика плазмы. 1984. Т. 10. № 3. С. 548—553.
- [14] More J. J., Cosnard M. Y. // ACM Trans. Math. Software. 1979. Vol. 5. N 1. P. 64—85.

Научно-исследовательский
институт ядерной физики
при Томском политехническом институте
им. С. М. Кирова

Поступило в Редакцию
2 марта 1987 г.
В окончательной редакции
11 января 1988 г.