04; 07

УСТОЙЧИВОСТЬ РАЗРЯДА СВЕТОВОГО ГОРЕНИЯ

В. И. Букатый, А. А. Тельнихин

В рамках уравнений модели, учитывающей динамику температуры плазмы и кинетику заряженных частиц, рассматриваются свойства разряда светового горения, создаваемого излучением неодимового лазера. Задача решается методами теории возмущений и стационарных случайных процессов. Показано, что неустойчивости, связанные с процессами рождения и гибели заряженных частиц в неравновесной частично ионизованной плазме, могут приводить к образованию низкочастотных волн (колебаний). Найдены различные решения для волн данного типа. Выяснено, что характер неустойчивостей определяет собственную частоту флуктуаций и пороговый характер развития разряда. Показано, что физическим механизмом, определяющим пороговую величину лазерного поля, является равенство скоростей энерговклада в плазму и потерь энергии на излучение, ионизацию и возбуждение колебаний. Вычислены параметры плазмы, пороговая величина поля накачки, двухвременные корреляторы флуктуаций. Проведено сравнение с экспериментом.

Разряд светового горения является самым низкопороговым оптическим разрядом [1]. Развитие разряда такого типа обычно инициируется гигантским импульсом вспомогательного лазера [1-3] или введением в область пробоя поглощающих частиц [4-6]. Разряд в поле излучения неодимового лазера возникает при плотности мощности $I\sim10^6$ Вт/см^2, имеет пороговый характер (пороговая величина энерговклада $\mu I_t \sim 10^3$ Вт/см^3), плотность электронов в плазме $n_e \sim 10^{17}$ см$^{-3}$, температура электронов T_e примерно равна температуре ионов T_i, $T_e \simeq T_i = T \simeq 1$ эВ. Область разряда является источником акустических волн, а зондовый ток в плазме флуктуирует с частотой $\omega_f \sim 10^4$ с$^{-1}$.

Ю. П. Райзер показал, что характер развития разряда этого типа определяется диссипативными процессами, а его свойства описываются нелинейным дифференциальным уравнением [1]. Однако в рамках данной модели остаются неясными вопросы, связанные с пороговым характером развития разряда и эволюцией плазменных возмущений.

Неустойчивости в плазме разряда

При теоретическом исследовании будем исходить из предположений работы [1]. Добавив уравнение кинетики заряженных частиц к уравнению, описывающему динамику температуры плазмы, получаем исходную систему уравнений

$$\frac{5}{2} n_0 \partial_t T = \mu I - \Phi - J \partial_t n_e,$$

$$\partial_t n_e = \alpha n n_e - \beta n_e^3. \qquad (1)$$

Уравнения (1) записаны в системе координат, движущейся с разрядом. Предполагается, что свойства разряда определяются потерями энергии за счет собственного излучения плазмы Φ (такая ситуация реализуется в широких лазерных пучках [1]), плазма квазинейтральная, а наиболее вероятный процесс гибели электронов при данных параметрах плазмы есть трехчастичная рекомбинация [1, 7]. Обозначения следующие: α, β — константы ионизации и рекомбинации, J — потенциал ионизации.

Будем искать решение (1) в виде ряда для каждой переменной

$$x_j = x_j^{(0)} + \varepsilon x_j^{(1)} + \ldots,$$

где $x_j = \{T,\ n_e\}$, параметр $\varepsilon = T/J$ (~ 0.1).

Так как характерное время изменения n_e, T порядка времени импульса $\tau_{\text{и}}$ ($\sim 10^{-3}$ с), а времена флуктуаций $\tau_f \sim \omega_f^{-1}$ ($\omega_f \sim 10^4$ с$^{-1}$), то можно считать, что $\partial_t x_j^{(0)} \ll \partial_t x_j^{(1)}$. Тогда из (1) получаем уравнения, описывающие квазистационарные параметры плазмы

$$(\mu I)^0 = \Phi^0, \quad (\alpha n n_e)^0 = (\beta n_e^3)^0, \quad P = (n + n_e) T = P^0, \tag{2}$$

и систему уравнений первого порядка для флуктуаций

$$\partial_t \delta T = \nu_L \delta T - \chi \partial_t \delta n_e, \quad \chi = 2J/5n,$$
$$\partial_t \delta n_e = (\alpha' n n_e)^0 \delta T - (\alpha n)^0 \delta n_e. \tag{3}$$

Здесь $\alpha' = (\partial \alpha / \partial T)^0$, $\nu_L = 2\partial\,(\mu I - \Phi/5n)/\partial T$, $\alpha \sim \exp\,(-J/T)$.

Отметим, что частоты флуктуаций, возникающих в процессах с участием заряженных частиц, зависят от величины поля накачки как от параметра (через систему уравнений (2)) и являются низкочастотными ($\omega_f \sim (\alpha n)^{-1} \sim 10^3$—$10^4$ с$^{-1}$) по сравнению с плазменными частотами для электронов и ионов ($\Omega_e \sim 10^{13}$ с$^{-1}$, $\Omega_i \sim 10^{11}$ с$^{-1}$) и лазерной частотой ($\omega_L \sim 10^{14}$ с$^{-1}$).

Введем в рассмотрение двухвременные корреляционные функции

$$q_j(\tau) = \langle x_j(t)\, x_j(t+\tau) \rangle, \quad \partial_\tau q_j(\tau) = \langle \partial_t x_j(t)\, x_j(t+\tau) \rangle,$$
$$\partial_{\tau\tau} q_j(\tau) = -\langle \partial_t x_j(t)\, \partial_t x_j(t) \rangle, \tag{4}$$

где $\langle \ldots \rangle$ обозначают усреднение по времени [8, 9]. Поскольку характерные времена δT, δn_e, соответственно $\tau_1 = (\alpha n_e J^2/T^2)^{-1}$, $\tau_2 = (\alpha n)^{-1}$ и обычно $(n_e/n)(J^2/T^2) \gg 1$, то удобно выбрать время наблюдения $T_{\text{н}}$ таким, что $\tau_1 \ll T_{\text{н}} \ll \tau_2$. При этом условии коррелятор $\langle \partial_t \delta T \delta T \rangle = 0$, а система уравнений (3) сводится к уравнению второго порядка для $q\,(\tau) = \langle \delta n_e\,(t)\, \delta n_e\,(t+\tau) \rangle$

$$\ddot{q}(\tau) + \omega_0^2 q(\tau) + \gamma_0 \dot{q}(\tau) = 0,$$
$$\dot{q} \equiv \partial_\tau q, \quad a_1 = (\alpha' n n_e)^0, \quad b_1 = (\alpha n)^0, \quad \gamma_0 = 2\nu_L - \chi a_1, \tag{5}$$

$$\omega_0^2 = (\nu_L - \chi a_1)^2 - (\chi a_1 - 2\nu_L)(\chi a_1 - \nu_L). \tag{6}$$

Для одновременных корреляторов из (3) находим

$$\langle \delta n_e(t)\, \delta n_e(t) \rangle = \frac{a_1^2}{b_1^2} \left(1 - \frac{\nu_L}{\chi a_1}\right) \langle \delta T\,(t)\, \delta T\,(t) \rangle. \tag{7}$$

Отметим, что в равновесной плазме эта связь имеет вид $\langle \delta n_e^2 \rangle = a_1^2 b_1^{-2} \langle \delta T^2 \rangle$, т. е. скорость энерговклада в разряд определяет степень отклонения системы от равновесия.

Пороговое значение поля накачки ν_t и частоту флуктуаций в области порога можно определить из (6), (7), положив $\gamma_0 = 0$

$$\omega_0 = \frac{1}{2} \chi a_1, \quad \nu_t = \omega_0. \tag{8}$$

Отсюда видно, что пороговое значение поля накачки определяется балансом скоростей энерговклада и потерь энергии на ионизацию. При типичных условиях ($T \sim \hbar\omega_L$), учитывая излучение в спектральных линиях ($\mu I \sim n_e^2 T^{-3/2}$, $\Phi \sim n_e^2 \exp\,(E/T)$, где E — энергия возбужденного уровня), находим из (2), (6), (8)

$$\mu I_t = \frac{T}{2E - 3T} \frac{J^2}{T^2} \alpha n_e n T \; (\sim 10^3 \text{ Вт/см}^3),$$

$$\omega_0 = \frac{1}{2} \alpha n_e \frac{J^2}{T_2} (\sim 10^4 \text{ с}^{-1}), \quad n_e \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}, \quad T \simeq 1 \text{ эВ},$$

согласующиеся с экспериментом.

Решение уравнения (5) вблизи порога ($1 \leqslant K < 2$) есть

$$K = \nu_L \nu_t^{-1}, \tag{9}$$

$$q(\tau) = q_0(0) \cos(\nu_t (2 - K) \tau) \exp(-\nu_t (K - 1) \tau). \tag{10}$$

Из (10) видно, что время корреляции $\tau_c \simeq (\nu_t (K-1))^{-1}$, характеризующее стохастичность системы (переход в турбулентное состояние), уменьшается с ростом поля накачки как $(K-1)^{-1}$.

Точка $K=2$ является точкой бифуркации системы. При этом $\omega_0=0$, и характер решения (5) может существенным образом измениться. Для того чтобы описать эти эффекты, учтем следующие члены разложения по степеням δT, δn_e. Система уравнений для флуктуаций принимает вид

$$\begin{gathered} \partial_t \delta T = \nu_L \delta T - \chi \partial_t \delta n_e, \\ \partial_t \delta n_e = \sum_n a_n \delta T^n - \sum_n b_n \delta n_e^n. \end{gathered} \tag{11}$$

Здесь $a_2 = (\partial a_1/\partial T)^0$, $a_3 = (\partial a_2/\partial T)^0$, $b_2 = 3b_1/2n_e^0$, $b_3 = b_1/2n_e^0$.

Рассмотрим вначале случай, когда $a_3 q \ll a_2$. При этом условии система уравнений (9) сводится к уравнению для гармонического осциллятора с квадратичной нелинейностью и коэффициентами ω_{01}^2, γ_1, зависящими от амплитуды,

$$\begin{gathered} \omega_{01}^2 = \omega_0^2 + \chi^2 a_2^2 (\langle \delta T^2 \rangle - 2 b_2 a_2^{-1} \langle \delta n_e^2 \rangle), \\ \gamma_1 = \gamma_0 + \chi a_1 b_1^{-2} b_2^{-2} (\langle \delta n_e^2 \rangle - 2 a_2 b_2^{-1} \langle \delta T^2 \rangle). \end{gathered} \tag{12}$$

В (12) ω_0^2, γ_0 определяются выражениями (6), а связь одновременных корреляторов — соотношением (7). В области слабой нелинейности находим из (12) пороговое значение поля накачки ($\gamma_1=0$)

$$\nu_L \simeq \frac{1}{2} \chi a_1 \left(1 + \frac{5}{2} \frac{J^2}{T^2} \frac{q(0)}{T^2}\right), \quad \frac{J^2}{T^2} \frac{q(0)}{T^2} \ll 1 \tag{13}$$

и частоту флуктуаций

$$\omega_{01}^2 \simeq \omega_0^2 \left(1 - \frac{3}{2} \frac{J^2}{T^2} \frac{q(0)}{T^2}\right), \quad q(0) = \langle \delta T^2 \rangle. \tag{14}$$

Как и ожидалось, из (13), (14) следует, что частота флуктуаций уменьшается, а пороговое значение поля накачки нарастает в зависимости от амплитуды флуктуаций. Исследуем поведение системы вблизи точки бифуркации $K=2$. При этом условии время наблюдения $T_н$ естественно выбрать так, чтобы $(\alpha n)^{-1} \ll T_н \ll (\nu_L - \chi a_1)^{-1}$ и $\langle \partial_t \delta n_e(t) \delta n_e(t) \rangle = 0$. Удерживая кубичные члены в уравнениях (11), находим связи между одновременными моментами ($\tau=0$)

$$\frac{\langle \delta n_e^2 \rangle}{n_e^2} \left(\frac{\langle \delta n_e^2 \rangle}{n_e^2} + 1\right) = \frac{J^2}{T^2} \frac{\langle \delta T^2 \rangle}{T^2} \frac{K-1}{12} \left(\frac{2K-1}{K-1} \frac{\langle \delta T^2 \rangle}{T^2} + 1\right) \tag{15}$$

и уравнение для коррелятора $q(\tau) = \langle \delta T(t)\, \delta T(t+\tau) \rangle$

$$\ddot{q} - \varkappa(K) q + \gamma(K) \dot{q} + \lambda(K) q^2 = 0. \tag{16}$$

При выводе (16) учитывались соотношения (15) и условия $q(0)\, q^2 > q^3$, $q(0)\, \dot{q} > q(\tau)\, \dot{q}(\tau)$. Коэффициенты в уравнении (16), зависящие от амплитуды флуктуаций, имеют следующий вид:

$$\begin{gathered} \varkappa = 4(\alpha n)^2 \left[\left(1 + \frac{13}{4} z - \frac{3}{4} y\right) + \left(1 + \frac{7}{12} y - 3z\right) \frac{y}{4z} - 12 \frac{1+2z}{6+y}\right], \\ \gamma = 2(\alpha n) \left[\left(1 + \frac{7}{12} y - 3z\right) \frac{y}{4z} - 12 \frac{1+z}{6+y}\right], \quad z = \frac{\langle \delta n_e^2 \rangle}{n_e^2}, \\ \lambda = 13 \frac{(\alpha n)^2}{n_e^2} \left[1 + \frac{7}{10}\left(1 + \frac{y}{21}\right) \frac{y^2}{16 z^2} - 3 \frac{2+z}{6+y}\right], \quad y = \frac{J^2}{T^2} \frac{\langle \delta T^2 \rangle}{T^2}. \end{gathered} \tag{17}$$

Решение уравнения (16) при $\gamma=0$ описывает солитонообразный импульс (учитывается, что при $\tau \to \pm\infty$ $q(\tau) \to 0$) [10]

$$q(\tau) = \frac{3}{2}\frac{\varkappa}{\lambda}\,\mathrm{ch}^{-2}\left(\frac{1}{2}\varkappa^{1/2}\tau\right).$$

При $\gamma \neq 0$ ограниченное решение (16) имеет форму «ударной волны» с «амплитудой» $q_s = \varkappa/\lambda$ (при $K \simeq 2$, $q_s/T^2 \simeq 2T^2/3J^2$, $\langle \delta n_e^2 \rangle / n_e^2 \simeq 0.25$).

Исследуем асимптотику решений уравнения (16). При достаточно больших τ нелинейным членом можно пренебречь и показать, что при $K \simeq 2$ профиль решения в виде «ударной волны» является монотонным ($\tau > 0$)

$$q(\tau) \sim \exp(-2\nu_t \tau).$$

При высокой надпороговости ($K = \nu_L/\nu_t \gg 2$) решение определяется видом коэффициентов (6)

$$\omega_0^2 = -\nu_t^2 (K-2), \quad \gamma_0 = 2\nu_t (K-1)$$

и имеет следующий вид:

$$q(\tau > 0) = q(0)\exp(-\nu_t (K-1)\tau),$$
$$q(\tau < 0) = q(0)\exp(\tau\nu_t (K-2)/2(K-1)).$$

Обсуждение и выводы

Свойства разряда светового горения обсуждаются в рамках модели, предложенной в [1], с учетом кинетики заряженных частиц. Плазма считается квазинейтральной ($n_e \simeq n_i$), поскольку частоты флуктуаций $\omega_f \ll \Omega_i$. Взаимодействие волны накачки с низкочастотными флуктуациями плотности частиц и температуры плазмы исследуются в предположении, что флуктуационные поля являются изотропными и описываются одномерной задачей (в работе [11] указывается, что такая ситуация часто реализуется в лазерной плазме при возникновении волн). При решении задачи не учитываются эффекты, связанные со стохастичностью и неоднородностью поля скоростей и волны накачки [12]. При математическом описании использовались методы теории возмущений и стационарных случайных процессов. Вычисляемые при этом двухвременные корреляторы флуктуаций имеют практическое значение, поскольку они, а также и спектральная плотность мощности флуктуаций являются экспериментально измеряемыми величинами [9, 11].

При данном подходе к проблеме удается показать, что неустойчивости, возникающие в неравновесной (источник неравновесности — поле накачки) частично ионизованной плазме разряда, могут приводить к образованию низкочастотных волн (колебаний) различных типов. Выяснено, что характер неустойчивостей определяет частоту флуктуаций и пороговую величину поля накачки. Найдено, что время корреляции (время перехода в турбулентное состояние) уменьшается с ростом величины поля накачки над пороговой.

Литература

[1] *Райзер Ю. П.* Основы современной физики газоразрядных процессов. М.: Наука, 1980. 415 с.
[2] *Буфетов И. А., Прохоров А. М., Федоров В. Б.* и др. // Квант. электр. 1981. Т. 8. Вып. 4. С. 751—759.
[3] *Буфетов И. А., Прохоров А. М., Федоров В. Б.* и др. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 1. С. 96—102.
[4] *Lencioni D. E.* // Appl. Phys. 1971. Vol. 25. N 1. P. 15—17.
[5] *Королев И. Я., Кособурд Т. П., Сорокин Ю. М.* и др. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 8. С. 1547—1553.
[6] *Букатый В. И., Коблов А. А., Тельнихин А. А.* // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 2. С. 312—318.

[7] *Собельман И. И.* Введение в теорию атомных спектров. М.: Наука, 1977. 320 с.
[8] *Климонтович Ю. Л.* Статистическая физика. М.: Наука, 1982. С. 131—228.
[9] *Хир К.* // Статистическая механика, кинетическая теория и стохастические процессы. М.: Мир, 1976. С. 409—484.
[10] *Карпман В. И.* Нелинейные волны в диспергирующих средах. Новосибирск, 1966. 140 с.
[11] Плазма в лазерах / Под ред. Дж. Бекефи. М.: Энергоиздат, 1982. 416 с.
[12] *Tomson J. J.*, *Kruer W. L.*, *Bodner S. E.*, *De Groot J. S.* // Phys. Fluids. 1974. Vol. 17. N 1. P. 849—851.

Алтайский государственный
университет
Барнаул

Поступило в Редакцию
11 мая 1987 г.
В окончательной редакции
17 мая 1988 г.