1989 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 59, N 4

10; 01

# НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТРУБЧАТОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ОБДУВАЕМЫМ ПЛАЗМЕННЫМ ЦИЛИНДРОМ

*Н. И. Карбушев, Г. Г. Чигладзе*

Построена стационарная нелинейная теория взаимодействия тонкостенного трубчатого релятивистского электронного пучка с азимутально-симметричной поверхностной волной обдуваемого замагниченного плазменного цилиндра в металлическом волноводе. Вычислены коэффициенты связи и депрессии для нескольких вариантов конкретных геометрий и определена граница между областями сильной и слабой связи. Показано, что существенное влияние на взаимодействие пучка с плазменной волной оказывает пространственный заряд на основной частоте и ее высших гармониках.

## Введение

В работах [1-4] экспериментально исследовалась генерация электромагнитных колебаний релятивистским электронным пучком. При этом реализовались такие условия, что пучок и плазма оказывались пространственно разделенными в поперечном сечении. Вместе с тем в теории, приведенной для объяснения экспериментальных результатов [1-3], не учитывались собственные колебания пучка, т. е. его высокочастотный пространственный заряд, который может существенно проявляться именно в случае несовпадающих в поперечном сечении пучка и плазмы.

В работе [5] была построена линейная теория взаимодействия тонкостенного трубчатого релятивистского электронного пучка с обдуваемым плазменным цилиндром конечной длины в волноводе. Она позволяет находить коэффициенты усиления плазменной волны и пороговые токи начала генерации с учетом собственных колебаний пучка. В той же работе был вычислен коэффициент связи пучка с плазменной волной и указан способ вычисления коэффициента депрессии, характеризующего частоту собственных колебаний пучка. Приведенная методика применима и в случае плазменно-пучковых систем другой геометрии в поперечном сечении.

В настоящей работе построена нелинейная теория взаимодействия тонкостенного трубчатого релятивистского электронного пучка с азимутально-симметричной поверхностной волной обдуваемого плазменного цилиндра в металлическом волноводе. В отличие от работ [6, 7], здесь учитываются собственные колебания пучка. При некоторых конкретных параметрах системы произведены расчеты коэффициентов связи и депрессии и найдены их зависимости от радиуса пучка. С помощью численного решения нелинейных уравнений определены зависимости амплитуды плазменной волны от продольной координаты в стационарном во времени приближении, позволяющие найти максимальные потери кинетической энергии пучка и мощность генерируемых колебаний. Продемонстрировано существенное влияние собственных колебаний пучка на взаимодействие в условиях слабой связи. Расчеты проведены в предположении сильного продольного магнитного поля, замагничивающего движение электронов пучка и плазмы. Плазма считается электронной и холодной, а пучок — моноэнергетичным.

## Вычисление коэффициентов связи и депрессии

Характер взаимодействия электронного пучка с плазменной волной определяется коэффициентами связи $\alpha^3$ и депрессии $d^2$. Для рассматриваемой геометрии они равны [5]

$$\alpha^3 = \frac{\varkappa_0^2 u}{2\omega k_0} \frac{\mathscr{F}_0^2(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_b)}{1 + \varkappa_0^2 r_p^2 (1-\varepsilon_p)\mathscr{F}_0^2(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_p)},$$

$$d^2 = \lim_{k\to k_0}\left\{\frac{\mathscr{F}_0(\varkappa R,\ \varkappa r_b)}{2D(\omega,\ k)}\left[\sqrt{-\varepsilon_p}\, J_1\left(\varkappa r_p\sqrt{-\varepsilon_v}\right)\mathscr{F}_0(\varkappa r_b,\ \varkappa r_p) -\right.\right.$$

$$\left.\left. - J_0\left(\varkappa r_p\sqrt{-\varepsilon_p}\right)\mathscr{F}_1(\varkappa r_b, \varkappa r_p)\right] + \frac{\omega\alpha^3}{(k-k_0)u}\right\}, \qquad (1)$$

где $\mathscr{F}_0(x, y) = I_0(x)K_0(y) - I_0(y)K_0(x)$, $\mathscr{F}_1(x, y) = I_0(x)K_1(y) + I_1(y)K_0(x)$, $\varkappa^2 = k^2 - \omega^2/c^2$, $\varkappa_0^2 = k_0^2 - \omega^2/c^2$ ($\omega$ и $k$ — частота и волновой вектор), функция $k_0(\omega)$ находится из дисперсионного соотношения для плазменной волны

$$D(\omega,\ k_0) = \sqrt{-\varepsilon_p}\, J_1\left(\varkappa_0 r_p\sqrt{-\varepsilon_p}\right)\mathscr{F}_0(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_p) - J_0\left(\varkappa_0 r_p\sqrt{-\varepsilon_p}\right)\mathscr{F}_1(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_p) = 0. \quad (2)$$

Здесь $J_{0,\,1}$, $I_{0,\,1}$, $K_{0,\,1}$ — функции Бесселя нулевого и первого порядка; $\varepsilon_p = 1 - \omega_p^2/\omega^2 < 0$ — диэлектрическая проницаемость плазмы, $\omega_p$ — ее электронная ленгмюровская частота; $R$, $r_p$ и $r_b$ — радиусы волновода, плазменного цилиндра и пучка; $u$ — скорость инжекции пучка в волновод; $c$ — скорость света. Наряду с коэффициентами связи и депрессии важным параметром является пропорциональная полному току инжекции пучка $I$ величина $\Omega_b^2 = 4eI\varkappa_0^2/mu\gamma^3$, где $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор, $e$ и $m$ — заряд и масса электрона. Вычисление предела $k \to k_0(\omega)$ в (1) и устранение особенности приводит к более удобному для расчетов выражению для коэффициента депрессии

$$\frac{2\varkappa_0^2 u}{\omega k_0 \alpha^3} d^2 = \frac{2}{\mathscr{F}_0(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_b)}\left[\varkappa_0^2 r_p^2 (1-\varepsilon_p)\mathscr{F}_0(\varkappa_0 r_b,\ \varkappa_0 r_p)\mathscr{F}_0(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_p) +\right.$$

$$\left. + 2\varkappa_0 r_b \mathscr{F}_1(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_b) - \varkappa_0 R \mathscr{F}_1(\varkappa_0 r_b,\ \varkappa_0 R)\right] - \left[1 + \varkappa_0^2 r_p^2(1-\varepsilon_p)\mathscr{F}_0^2(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_p)\right]^{-1} \times$$

$$\times \left\{6 + \varkappa_0^2 r_p^2 (1-\varepsilon_p)\mathscr{F}_0(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_p)\left[4\mathscr{F}_0(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_p) + 2\varkappa_0 r_p \mathscr{F}_1(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_p) -\right.\right.$$

$$\left.\left. - 2\varkappa_0 R \mathscr{F}_1(\varkappa_0 r_p,\ \varkappa_0 R)\right]\right\}. \qquad (3)$$

Амплитуда продольной составляющей электрического поля волны плазменного цилиндра $E_z(r)$, определяющей взаимодействие пучка с плазмой, является монотонно спадающей функцией радиуса при $r > r_p$. По этой причине коэффициент связи $\alpha^3$, пропорциональный квадрату амплитуды поля на радиусе пучка $E_z^2(r_b)$, монотонно уменьшается с ростом $r_b$, обращаясь в нуль на стенке волновода $r_b = R$. Зависимость же коэффициента депрессии от радиуса пучка оказывается более сложной.

В качестве примера на рис. 1, *а—в* приведены графики $d^2(r_b/r_p)$ для различных значений отношений радиусов $R/r_p$ и величин $\varkappa_0 r_p$, соответствующих низшей азимутально-симметричной моде плазменных волн с минимальным значением $|\varepsilon_p|$.[1] Коэффициент депрессии обращается в нуль на стенке волновода $r_b = R$, что соответствует экранировке полей пучка близко расположенной к нему металлической поверхностью. При удалении пучка от стенки волновода коэффициент депресии растет, принимая положительные значения. Вместе с тем зависимость $d^2(r_b/r_p)$ не всегда монотонна. С приближением пучка к поверхности плазменного цилиндра усиливается влияние плазмы на собственные колебания пучка, это влияние оказывается наиболее сильным при выполнении неравенства $\varkappa_0 r_b \leqslant 1$. По этой причине график функции $d^2(r_b/r_p)$ в ряде случаев имеет максимум и даже коэффициент депрессии может принимать отрицательные значения. Последнее обусловлено отрицательной поляризуемостью плазмы

---

[1] Величина $|\varepsilon_p|$ при заданных $R/r_p$ и $\varkappa_0 r_p$ вычислялась из дисперсионного соотношения (2).

с $\varepsilon_p < 0$ и указывает на принципиальную возможность развития неустойчивости отрицательной массы в плазменно-пучковой системе.

Отметим, что коэффициент депрессии (3) существенно отличается от использованного в расчетах в работе [8] коэффициента депрессии

$$d'^2 = \frac{I_0(\varkappa_0 r_b)}{2I_0(\varkappa_0 R)} \mathscr{F}_0(\varkappa_0 R,\ \varkappa_0 r_b), \tag{4}$$

справедливого для тонкостенного трубчатого пучка в волноводе в отсутствие плазмы. Наиболее сильное отличие величин $d^2$ и $d'^2$ проявляется в условиях

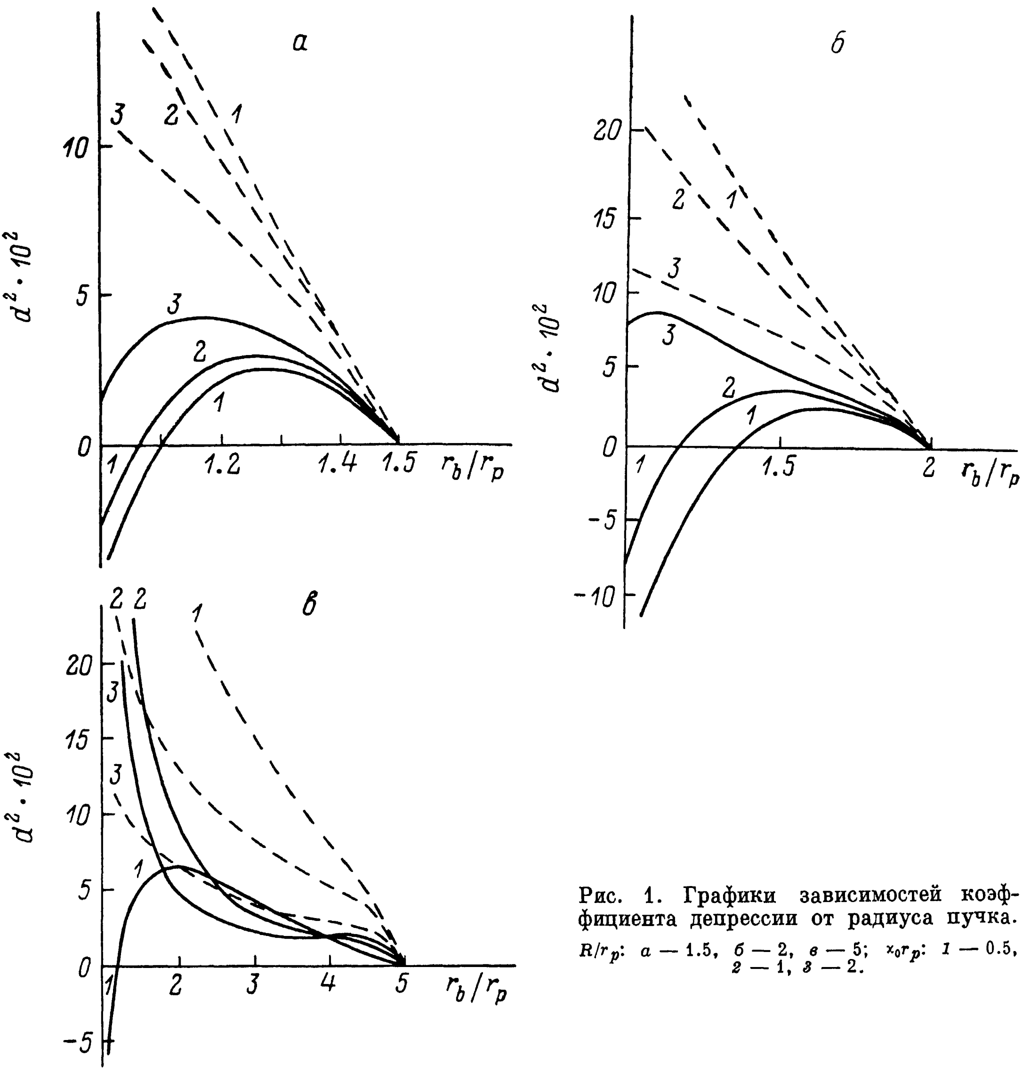


Рис. 1. Графики зависимостей коэффициента депрессии от радиуса пучка.
$R/r_p$: *а* — 1.5, *б* — 2, *в* — 5; $\varkappa_0 r_p$: *1* — 0.5, *2* — 1, *3* — 2.

$\varkappa_0 R \leqslant 1$ практически при любых радиусах пучка. Результаты сравнения представлены на рис. 1, *а*—*в*, где графики $d'^2\,(r_b/r_p)$ изображены штриховыми линиями.

Как было показано в работе [5], влияние собственных колебаний пучка на его взаимодействие с плазмой наиболее существенно тогда, когда выполняются условия слабой связи или большого пространственного заряда

$$\sigma^2 = \left(\frac{\Omega_b}{\omega}\right)^{2/3} \frac{|d|^2}{\alpha^2} \geqslant 1. \tag{5}$$

Отсюда при $\sigma^2 = 1$ получаем граничное значение величины $(\Omega_b^2/\omega^2)_{\text{гр}} = \alpha^6/|d|^6$ пропорциональной полному току инжекции пучка, превышение которого приводит к проявлению его собственных колебаний. На рис. 2, *а—в* приведены графики функций $6\ln(\alpha/|d|)$ в зависимости от отношения $r_b/r_p$ при тех же параметрах, что и на рис. 1. Из них следует, что собственные колебания пучка начинают влиять на взаимодействие с плазменной волной при меньших токах, если пучок удаляется от поверхности плазменного цилиндра и приближается

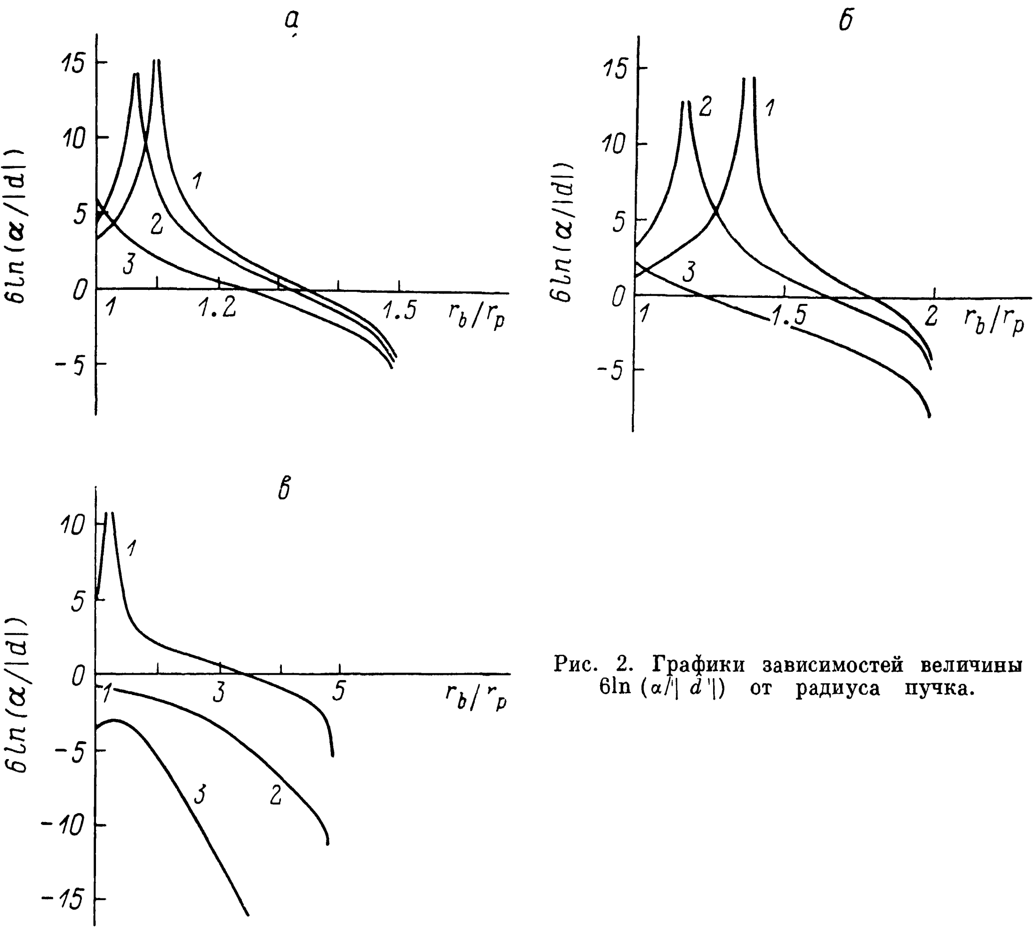


Рис. 2. Графики зависимостей величины $6\ln(\alpha/|d|)$ от радиуса пучка.

к стенке волновода. Для значений радиуса пучка, соответствующих обращению в нуль коэффициента депрессии, величина $(\Omega_b^2/\omega^2)_{\text{гр}}$ стремится к бесконечности. Из рис. 2 следует, что развитие неустойчивости отрицательной массы в рассматриваемой системе практически невозможно, поскольку в области $d^2 < 0$ имеем $6\ln(\alpha/|d|) > 0$ и $(\Omega_b^2/\omega^2)_{\text{гр}} > 1$. Укажем также, что использование коэффициента депрессии (4) вместо (3) может привести к ошибке (обычно занижению) в определении граничного тока пучка на порядок и более.

## Нелинейные уравнения пучково-плазменного взаимодействия

При исследовании взаимодействия электронного пучка с плазмой движение электронов последней можно предполагать линейным. Нелинейное же движение электронов пучка определяется продольной составляющей полного электрического поля на радиусе пучка

$$E_z(r_b) = \mathrm{Re}\left[E_0(z)\,e^{-i\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n(z)\,e^{in\theta}\right], \qquad (6)$$

где фаза $\theta = \omega t - k_0 z$, $E_0(z)$ — медленно меняющаяся в продольном направлении амплитуда поля плазменной волны, $E_n(z)$ — амплитуда гармоник поля пространственного заряда пучка на частотах $n\omega$. Согласно общей теории взаимодействия электронных пучков с электромагнитными волнами, в волноводах [9] для амплитуды поля плазменной волны справедливо уравнение

$$\frac{dE_0}{dz} = -4\varkappa_0^2 \frac{\alpha^3}{u} I_1, \tag{7}$$

в котором $I_1$ — амплитуда гармоники тока пучка на частоте $\omega$.

Амплитуды же гармоник поля пространственного заряда выражаются через амплитуды гармоник тока пучка $I_n$ с помощью алгебраических соотношений

$$E_n = -4i \frac{\varkappa_0^2}{\omega} n d_n^2 I_n. \tag{8}$$

Коэффициент депрессии $d_1^2$ на частоте $\omega$ совпадает с выражением (3), а коэффициенты депрессии $d_n^2$ на частотах $n\omega$ ($n \geqslant 2$) определяются формулой

$$d_n^2 = \frac{\mathscr{F}_0 (n\varkappa_0 R,\ n\varkappa_0 r_b)}{2D (n\omega,\ nk_0)} \left[\sqrt{-\varepsilon_p (n\omega)}\, J_1 (n\varkappa_0 r_p \sqrt{-\varepsilon_p (n\omega)})\, \mathscr{F}_0 (n\varkappa_0 r_b,\ n\varkappa_0 r_p) - \right.$$

$$\left. - J_0 (n\varkappa_0 r_p \sqrt{-\varepsilon_p (n\omega)})\, \mathscr{F}_1 (n\varkappa_0 r_b,\ n\varkappa_0 r_p)\right], \tag{9}$$

где функции $D$, $\mathscr{F}_{0,\,1}$ аналогичны (1), (2). Поскольку $D\ (n\omega,\ nk_0) \neq 0$, формула (9) не содержит особенности.

Амплитуды гармоник тока пучка $I_n$ находятся как коэффициенты разложения переменного полного тока в ряд по частотам $n\omega$

$$I (z,\ t) = I_0 + \mathrm{Re} \sum_{n=1}^{\infty} I_n e^{-in\theta}. \tag{10}$$

С учетом условия сохранения переносимого электронами пучка заряда можно записать, что

$$I_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I (z,\ t)\, e^{in\theta} d\theta = \frac{I}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\theta} d\theta_0, \tag{11}$$

где $I$ — ток инжекции пучка, $\theta_0$ — фаза его электронов относительно плазменной волны в момент их влета в волновод в сечении $z=0$.

Уравнение движения электронов пучка записывается в виде

$$\frac{dv}{dz} = \frac{e}{mv} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2} E_z (r_b), \tag{12}$$

а изменение их фазы относительно плазменной волны вдоль продольной координаты происходит в соответствии с уравнением

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\omega}{v} - k_0, \tag{13}$$

где $v$ — скорость электронов пучка.

Таким образом, процесс взаимодействия тонкостенного трубчатого пучка с плазменной волной полностью описывается нелинейными уравнениями (7), (12), (13) с учетом (6), (8), (11). В безразмерных переменных

$$\zeta = \frac{\omega}{u} z, \quad \nu = 1 - \frac{v}{u}, \quad \mathscr{E} = -\frac{eE_0}{m\omega u \gamma^3}, \quad i_0 = \alpha^3 \frac{\Omega_b^2}{\omega^2}, \quad \delta = \frac{k_0 u}{\omega} - 1 \tag{14}$$

в приближении малого относительного изменения скорости $|\nu| \ll 1$ их можно переписать в виде

$$\frac{d\theta}{d\zeta} = \nu - \delta, \quad \frac{d\mathscr{E}}{d\zeta} = \frac{i_0}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\theta} d\theta_0,$$

$$\frac{d\nu}{d\zeta}=[1+2(\gamma^2-1)\nu]^{3/2}\left[\operatorname{Re}(\mathscr{E}e^{-i\theta})-\frac{i_0}{\pi a^3}\sum_{n=1}^{\infty}nd_n^2\operatorname{Im}\left(e^{-in\theta}\int_0^{2\pi}e^{in\theta}d\theta_0\right)\right]. \quad (15)$$

Граничные условия в сечении $\zeta=0$ при этом в случае моноэнергетичного инжектируемого электронного пучка без предварительной модуляции выглядят следующим образом:

$$\theta=\theta_0\in[0,\ 2\pi),\ \nu=0,\ \mathscr{E}=\mathscr{E}_0, \quad (16)$$

где распределение частиц по фазам $\theta_0$ равномерно во всем интервале, а величина $\mathscr{E}_0$ определяется амплитудой поля плазменной волны $E_0(0)$ в сечении $z=0$. Система уравнений (15) имеет интеграл энергии

$$\frac{|\mathscr{E}|^2}{4}+\frac{i_0}{2\pi(\gamma_0^2-1)}\int_0^{2\pi}[1+2(\gamma^2-1)\nu]^{-1/2}d\theta_0=\text{const}, \quad (17)$$

сохраняющийся вдоль всей длины области взаимодействия.

Наиболее простой вид уравнения (15) приобретают в случае выполнения неравенства $2(\gamma^2-1)|\nu|\ll 1$, когда движение электронов пучка в системе координат, движущейся с фазовой скоростью плазменной волны, остается нерелятивистским и величина $i_0$ исключается из числа свободных параметров. При малом параметре $\sigma^2\leqslant 1$ удобно перейти к новым безразмерным переменным

$$\bar{\zeta}=i_0^{1/3}\zeta,\ \bar{\nu}=i^{-1/3}\nu,\ \bar{\mathscr{E}}=i_0^{-2/3}\mathscr{E},\ \bar{\delta}=i_0^{-1/3}\delta, \quad (18)$$

в которых уравнения (15) записываются следующим образом: [2]

$$\frac{d\theta}{d\bar{\zeta}}=\bar{\nu}-\bar{\delta},\quad \frac{d\bar{\mathscr{E}}}{d\bar{\zeta}}=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}e^{i\theta}d\theta,$$

$$\frac{d\bar{\nu}}{d\bar{\zeta}}=\operatorname{Re}(\bar{\mathscr{E}}e^{-i\theta})-\frac{\sigma^2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}n\frac{d_n^2}{|d|^2}\operatorname{Im}\left(e^{-in\theta}\int_0^{2\pi}e^{in\theta}d\theta_0\right). \quad (19)$$

При большом параметре $\sigma^2\geqslant 1$ оказывается удобнее перейти к другим новым безразмерным переменным

$$\tilde{\zeta}=\frac{i_0^{1/2}|d|}{a^{3/2}}\zeta,\quad \tilde{\nu}=\frac{a^{3/2}\nu}{i_0^{1/2}|d|},\quad \tilde{\varepsilon}=\frac{a^{3/4}\varepsilon}{i_0^{3/4}|d|^{1/2}},\quad \tilde{\delta}=\frac{a^{3/2}\delta}{i_0^{1/2}|d|}, \quad (20)$$

Когда система уравнений (15) переписывается в таком виде:

$$\frac{d\theta}{d\tilde{\zeta}}=\tilde{\nu}-\tilde{\delta},\quad \frac{d\tilde{\mathscr{E}}}{d\tilde{\zeta}}=\frac{\sigma^{-3/2}}{\pi}\int_0^{2\pi}e^{i\theta}d\theta_0,$$

$$\frac{d\tilde{\nu}}{d\tilde{\zeta}}=\sigma^{-3/2}\operatorname{Re}(\tilde{\mathscr{E}}e^{-i\theta})-\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}n\frac{d_n^2}{|d|^2}\operatorname{Im}\left(e^{-in\theta}\int_0^{2\pi}e^{in\theta}d\theta_0\right). \quad (21)$$

Системы уравнений (19), (21) имеют интегралы энергии

$$\frac{|\tilde{\mathscr{E}}|^2}{4}-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\tilde{\nu}d\theta_0=\text{const}, \quad (22)$$

которые можно получить также из (17) в пределе $2(\gamma^2-1)|\nu|\ll 1$. Запишем также выражение для отношения приращения потока электромагнитной энер-

---

[2] В случае отрицательного знака коэффициента депрессии $d^2<0$ знак перед суммой в последних уравнениях (19), (21) должен быть противоположным.

гии плазменной волны к потоку кинетической энергии инжектируемого в сечении $z=0$ электронного пучка. Имеем

$$\eta=\frac{eu\left[|E_0(z)|^2-|E_0(0)|^2\right]}{16mc^2I(\gamma-1)\varkappa_0^2a^3}=\frac{\gamma(\gamma+1)}{4}\frac{|\mathcal{E}|^2-|\mathcal{E}_0|^2}{i_0}=\frac{\gamma(\gamma+1)}{4}i_0^{1/3}(|\tilde{\mathcal{E}}|^2-|\tilde{\mathcal{E}}_0|^2)=$$
$$=\frac{\gamma(\gamma+1)}{4}\frac{\Omega_b}{\omega}|d|(|\tilde{\mathcal{E}}|^3-|\tilde{\mathcal{E}}_0|^2). \qquad (23)$$

В силу интегралов энергии (17) и (22) величина $\eta$ представляет собой усредненную по периоду относительную потерю кинетической энергии электронного пучка.

## Результаты численных расчетов нелинейных уравнений

Для строгого решения системы нелинейных уравнений (15), кроме коэффициентов связи и депрессии, на частоте $\omega$ необходимо также знать коэффициенты депрессии на высших гармониках частоты $n\omega$ (9). При этом величина диэлектри-

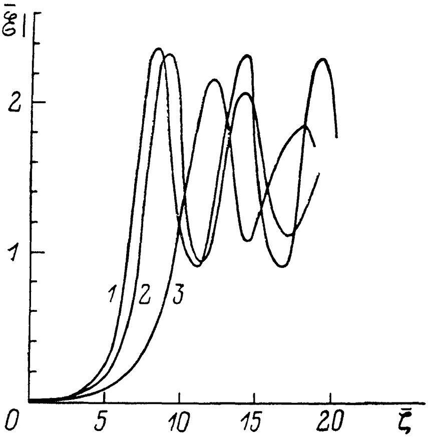


Рис. 3. Зависимости амплитуды поля плазменной волны от координаты.

$\tilde{\mathcal{E}}_0=10^{-2}$; $\sigma^2$: *1* — 0, *2* — 0.3, *3* — 1.

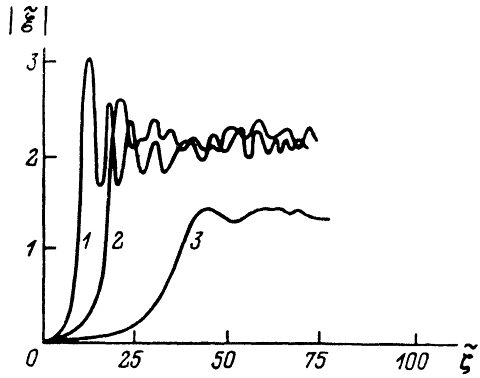


Рис. 4. Зависимости амплитуды поля плазменной волны от координаты.

$\tilde{\mathcal{E}}_0=10^{-2}$, $d_n^2/d^2=1$; $\sigma^{-3/2}$: *1* — 1, *2* — 0.5, *3* — 0.2.

ческой проницаемости плазмы $\varepsilon_p(n\omega)$, входящая в выражение (9), может быть вычислена с помощью формулы

$$\varepsilon_p(n\omega)=1-\frac{\omega_p^2}{n^2\omega^2}=1+\frac{1}{n^2}\left[\varepsilon_p(\omega)-1\right], \qquad (24)$$

где $\varepsilon_p(\omega)$ определяется из дисперсионного соотношения (2). Расчеты, проведенные для тех же параметров, что и на рис. 1, 2, показали, что в области $d^2>0$ (где только и может быть важным учет пространственного заряда пучка и его гармоник) всегда отношение $d_n^2/d^2>1$, $n\geqslant 2$, причем значения $d_n^2$ весьма близки друг к другу. Разность $(d_n^2/d^2)-1$ может составлять от нескольких долей единицы до нескольких единиц и возрастает с увеличением параметров $\varkappa_0 r_p$ и $R/r_b$. В дальнейшем при расчетах полагаем $d^2>0$.

В линейном приближении по амплитудам возмущений из систем уравнений (15), а также (19) и (21) получаем результаты работы [5]. Из них следует, что максимальное линейное усиление в условиях, противоположных (5), достигается при величине расстройки $\delta=0$, а в случае слабой связи (5) — при $\tilde{\delta}=1$ $(\delta=\Omega_b/\omega d)$. Вследствие этого, решая уравнения (19), будем далее полагать $\delta=0$, а в первом из уравнений (21) считать, что $\tilde{\delta}=1$.

На рис. 3 приведены результаты расчета системы уравнений (19) для значения $\mathcal{E}_0=10^{-2}$. При $\sigma^2=0$ кривая $|\mathcal{E}(\xi)|$ с точностью до нормирующих коэффициентов $4^{1/3}$ по вертикальной оси и $2^{-1/3}$ по горизонтальной оси совпадает с аналогичной кривой работы [10]. В условиях $\sigma^2 \leqslant 1$ учет высших гармоник пространственного заряда с номерами $n \geqslant 2$ оказывается практически несущественным, а поле пространственного заряда на частоте $\omega$ с ростом параметра $\sigma^2$ приводит к уменьшению размаха осцилляций амплитуды $|\mathscr{E}(\xi)|$. С увеличением параметра $\sigma^2$ происходит также уменьшение максимально достижимой амплитуды $|\mathscr{E}|_{\max}$. Последнее обусловлено смещением области усиления плазменной волны электронным пучком в сторону положительных значений расстройки $\delta > 0$.[3]

Гораздо более существенно взаимодействие электронного пучка с плазменной волной определяется параметром $\sigma^2$ в области $\sigma^2 \geqslant 1$. Это показано на рис. 4, где представлены графики зависимостей $|\tilde{\mathscr{E}}(\zeta)|$, полученные из решения системы уравнений (21) при $\tilde{\mathscr{E}}_0=10^{-2}$ и $d_n^2/d^2=1$. Видно, что с ростом параметра $\sigma^2$ происходит дальнейшее уменьшение размаха осцилляций амплитуды поля плазменной волны, а также уменьшение максимально достижимой величины $|\tilde{\mathscr{E}}|_{\max}$. Изучение фазовых картин для частиц пучка показывает, что с ростом параметра $\sigma^2$ ухудшается их группирование. Таким образом, сильное поле пространственного заряда препятствует группировке пучка. Вместе с тем отметим, что максимальная амплитуда поля плазменной волны $|\tilde{\mathscr{E}}|_{\max}$ при $\sigma^2=1$ (рис. 4, кривая *1*) превышает максимальную амплитуду $|\mathscr{E}|_{\max}$ при $\sigma^2=0$ (рис. 3, кривая *1*). В соответствии с этим небольшой пространственный заряд может привести к некоторому увеличению максимальной амплитуды поля плазменной волны, что согласуется с аналогичными результатами в СВЧ электронике.

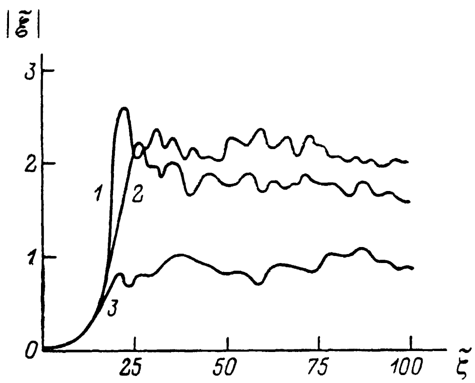


Рис. 5. Зависимости амплитуды поля плазменной волны от координаты.

$\tilde{\mathscr{E}}_0 = 10^{-2}$, $\sigma^{-3/2} = 0.5$; $d_n^2/d$: *1* — 1, *2* — 3, *3* — 5.

При $\sigma^2 \geqslant 1$ характер усиления и максимальная амплитуда поля плазменной волны сильно зависят от величин коэффициентов депрессии $d_n^2$, т. е. от вклада высших гармоник пространственного заряда. Как видно из рис. 5, максимальная амплитуда $|\tilde{\mathscr{E}}|_{\max}$ резко уменьшается с ростом отношения $d_n^2/d^2$. При этом также ухудшается группирование частиц пучка. Аналогичные расчеты, проведенные для случая $\sigma^{-3/2}=0.2$, показывают еще более сильную зависимость амплитуды $|\tilde{\mathscr{E}}|_{\max}$ от отношения $d_n^2/d^2$.

## Заключение

Построенная в настоящей работе нелинейная теория позволяет производить расчет усиления поверхностной волны плазменного цилиндра обдувающим трубчатым электронным пучком. Для конкретной геометрии необходимо только найти величины коэффициентов связи и депрессии. Аналогичная теория применима также и к плазменно-пучковым генераторам, работа которых стационарна во времени. При этом амплитуды плазменной волны на входе и выходе связаны друг с другом коэффициентами отражения. Параметры генератора оптимальны, если на его выходе достигается максимум амплитуды плазменной волны. В таком случае наибольшая доля кинетической энергии электронов пучка преобразовывается в энергию плазменной волны. При не очень большом превышении порогового тока пучка генерация происходит на частоте, соответствующей максимальному усилению плазменной волны в линейном приближении. В случае достаточно большой длины генератора на этой частоте достигается максимум пространственного инкремента $(\mathrm{Im}\, k)_{\max}$.

---

[3] Для $\sigma^2 > 3/4^{1/3} \approx 1.89$ экспоненциальное усиление плазменной волны при $\delta=0$ отсутствует.

Использованное при выводе нелинейных уравнений (19), (21) условие малости величины $2(\gamma^2-1)\,|\,\nu\,|\ll 1$ эквивалентно в линейном приближении выполнению неравенств

$$2\gamma^2\alpha\left(\frac{\Omega_b}{\omega}\right)^{2/3}\ll 1,\quad 2\gamma^2\frac{\Omega_b}{\omega}\,|\,d\,|\ll 1. \tag{25}$$

Оба эти условия близки друг к другу, и в пределе $\varkappa_0 R\ll 1$ приводят к требованию

$$\frac{16eI}{m\gamma u^3}\ln\frac{R}{r_b}\ll 1, \tag{26}$$

которое может быть нарушено только для сильноточных пучков.

Отметим, что предельный переход $k\to k_0$ в выражении (1) для коэффициента депрессии допусти́м также лишь в условиях (25). При их нарушении изложенная в настоящей работе теория справедлива только в приближении малого пространственного заряда. В приближении же большого пространственного заряда результаты теории носят лишь качественный характер.

### Литература


[1] *Кузелев М. В., Мухаметзянов Ф. Х., Рабинович М. С.* и др. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 4. С. 1358—1365.
[2] *Кузелев М. В., Мухаметзянов Ф. Х., Рабинович М. С.* и др. // ДАН СССР. 1982. Т. 267. № 4. С. 829—832.
[3] *Кузелев М. В., Мухаметзянов Ф. Х., Рабинович М. С.* и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1983. Вып. 3. С. 160—183.
[4] *Стрелков П. С., Шкварунец А. Г.* // Тез. докл. IV Всесоюзн. семинара по релятивистской высокочастотной электронике «Мощные генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках». М., 1984. С. 76.
[5] *Карбушев Н. И.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 8. С. 1631—1634.
[6] *Кондратенко А. Н., Куклин В. М., Пенева И. Х.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 1. С. 56—66.
[7] *Альтеркоп Б. А., Росинский С. Е., Тараканов В. П.* // Физика плазмы. 1979. Т. 5. № 2. С. 291—296.
[8] *Кузелев М. В., Панин В. А.* // Изв. вузов. Физика. 1985. № 3. С. 32—34.
[9] *Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 400 с.
[10] *Онищенко И. Н., Линецкий А. Р., Мациборко Н. Г.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 12. Вып. 8. С. 407—411.



Тбилисский
государственный университет
Физический факультет



Поступило в Редакцию
4 января 1988 г.