Журнал технической физики, т. 59, в. 4, 1989

ВОЛНЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ЭЛЕКТРОЛИТАХ

Е. Д. Эйдельман

1. В [1] было показано, что в проводящих твердых телах при наличии потоков (электрического тока, света) образуются структуры электромагнитных полей. Покажем, что в электролитах, в которых во внешнем электрическом поле E_0, например, потоком диффузии создана переменная концентрация положительно заряженных ионов n_+, т. е. в условиях, аналогичных [1], возникают колебания.

2. Состояния электролита описываются уравнениями движения с учетом электрической силы [2], неразрывности, уравнениями Максвелла и уравнениями неразрывности токов $\mathbf{j}_\pm$.

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\nabla)\,\mathbf{v}=\nu\Delta\mathbf{v}-\frac{\nabla p}{\rho}+\mathbf{g}+\frac{e}{\rho}(n_+-n_-)\,\mathbf{E},\ \operatorname{div}\mathbf{v}=0, \qquad (1),\ (2)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{E}=\frac{4\pi e}{\varepsilon}(n_+-n_-),\ \operatorname{rot}\mathbf{E}=0, \qquad (3),\ (4)$$

$$\pm\frac{\partial n_\pm}{\partial t}+\operatorname{div}\frac{\mathbf{j}_\pm}{e}=0,\ \frac{\mathbf{j}_\pm}{e}=\pm\, n_\pm\mu_\pm\mathbf{E}-D_\pm\nabla n_\pm+\mathbf{v}n_\pm. \qquad (5),\ (6)$$

Здесь $\mathbf{v}$ — скорость; p — давление; ρ — плотность; μ_+, D_+ и μ_-, D_- — коэффициенты подвижности и диффузии соответственно положительно и отрицательно заряженных ионов; e — величина заряда иона; ν — коэффициент вязкости; ε — диэлектрическая проницаемость; $\mathbf{g}$ — ускорение свободного падения. Жидкость несжимаема. Уже при $E \geqslant 1$ В/см потенциальная энергия поля $eE/|\nabla \ln n|$ превышает энергию теплового движения $T=eD_\pm/\mu_\pm$, поэтому процесс образования структур можно считать изотермическим и зависимостью ρ от координат и времени пренебрегать. Также постоянными считаются величины $\mu_\pm$, $D_\pm$, e, ν, ε и $\mathbf{g}$.

Далее будем рассматривать бесконечный (в плоскости x, y) слой и направим ось z перпендикулярно слою, так чтобы $\mathbf{E}$ было параллельно оси z. Длина, на которой существенно меняется n, гораздо больше размеров слоя h в направлении z, т. е.

$$h\,|\nabla \ln n|\ll 1. \qquad (7)$$

3. В равновесном состоянии решаем систему (1)—(6) с граничными условиями

$$E=E_0,\ n=n_0,\ \frac{dn_+}{dz}=\pm\beta \text{ при } z=0.$$

Верхний знак соответствует параллельности, а нижний — антипараллельности ∇n и оси z. В приближениях раздела 2 найдем, что стационарные концентрации $n_\pm(z)$ и электрическое поле $E(z)$ зависят от z линейно,

$$n_+(z)=n_0\pm\beta z,\ E(z)=\frac{E_0}{n_0}(n_0\pm\beta z),\ n_-(z)=(n_0\pm\beta z)\left(1\pm\frac{\varepsilon E\beta}{4\pi e n^2}\right). \qquad (8)$$

4. Отклонения от равновесного состояния описываются системой (1)—(6), линеаризованной по $\mathbf{v}$ и по отклонениям давления $p'=p-p_0$, концентраций $n'_\pm=n_\pm-n_\pm(z)$ и электрического поля $\mathbf{E}'=\mathbf{E}-\mathbf{E}(z)$ от их стационарных значений.

В приближении (7) систему (1)—(6) можно решать иттерационно. Малые отклонения возьмем в виде пропорциональном

$$\exp(-i\omega t+ik_x x+ik_y y+ik_z z).$$

Здесь $\omega=\omega'+i\omega''$ и $\mathbf{k}=(\mathbf{k}_\perp,\ k_z)=(k_x,\ k_y,\ k_z)$ — частота и волновой вектор соответственно. В электролите однородной концентрации неустойчивости нет, затухание апериодическое.

При рассмотрении электролита с неоднородной концентрацией необходимо учесть, во-первых, члены порядка $\beta h/n$ в (1)—(6) и в (8), а во-вторых, то, что $n=n_+\neq n_-$. Для выявления качественного эффекта достаточно рассмотреть линеаризованные уравнения с граничными условиями типа «свободных границ» [2]. Тогда $k_z=\pi/h$.

В этом случае и при $\varepsilon E \ll neh$ (что выполняется практически всегда) можно показать, что возникает неустойчивость. С точностью до членов порядка

$$\pi^2 \left(\frac{eEh}{T}\right)^2 \left(\frac{\varepsilon T}{4\pi e^2 h^2 n}\right)^2 \ll 1 \tag{9}$$

критерий возникновения неустойчивости имеет вид

$$\varepsilon = \frac{h\beta}{n} \frac{eEh}{T} \frac{\varepsilon E^2}{4\pi n T} \geqslant \frac{k^2}{k_z^2}, \tag{10}$$

при этом частота осцилляций

$$\omega = \frac{h\beta}{n} \left(\frac{eEh}{T}\right)^2 \frac{\pi D}{2h^2}. \tag{11}$$

При условиях (9), (10) линеаризованная система имеет пространственно-периодические, осциллирующие с частотой (11) решения. Так как такой вид имеют также E′ и v, то получаемые волны, с одной стороны, подобны структурам полей в твердых телах [1], а с другой — структурам осциллирующей конвекции [2].

5. Проанализируем условия существования неустойчивости. Из симметрии в плоскости $x0y$ $k_x = 2\pi/l_x$, $k_y = 2\pi/l_y$. Границы структур $x = \pm l_x/2$, $y = \pm l_y/2$. Структуры появляются, как только ε достигает критического значения. $\varepsilon_{\min} = 1$, при этом $k_\perp^2 \ll k_z^2$, т. е. $l_x \gg h$ и $l_y \gg h$. Электролит расслаивается на тонкие слои, перпендикулярные оси z. Оценим минимальную толщину слоя, при которой это будет происходить

$$h_{\min} = \left(\frac{4\pi n^2 T^2}{\varepsilon e E^3 \beta}\right)^{1/2}.$$

При $T \simeq 300$ K, $E \simeq 10^2$ В/см, $\varepsilon \simeq 10^2$, $n \simeq 10^{17}$ см$^{-3}$ и $|\nabla \ln n| \simeq 0.1$ см$^{-1}$ найдем $h_{\min} \simeq$ $\simeq 2$ мм, $\omega \simeq 10^2$ 1/с.

Автор благодарит И. В. Иоффе за доброжелательное обсуждение.

Литература

[1] *Гуревич Л. Э., Иоффе И. В.* // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. Вып. 4. С. 1133—1139.
[2] *Болога М. К., Гросу Ф. П., Кожухарь И. А.* Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штинница, 1977. 320 с.

Ленинградский политехнический
институт им. М. И. Калинина

Поступило в Редакцию
7 апреля 1988 г.

---

01 *Журнал технической физики, т. 59, в. 4, 1989*

ДИНАМИКА ОДНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ДИПОЛЬНОГО ВОЛЧКА В НЕОДНОРОДНОМ СИЛЬНОМ ПОЛЕ

В. М. Суслопаров

Вблизи поверхности сегнетоэлектрика электрическое поле может быть достаточно большим $\sim kT/p \sim 10^6$—10^7 В/см, где p — дипольный момент молекул газовой фазы [1]. Характерный радиус R действия этого поля определяется размерами доменов и составляет $\sim 10^{-6}$—10^{-7} см, что по порядку величины меньше длины свободного пробега молекул газа при нормальных условиях $L \sim 10^{-5}$ см. Поэтому при описании динамики движения на микроскопически малых расстояниях $z \leqslant L$ от поверхности твердого тела можно использовать классическую механику, справедливую для молекул в широкой области температур $kT \gg \hbar^2/I$ [2], где I — момент инерции диполя. Поскольку величина межчастичного взаимодействия намного меньше энергии взаимодействия дипольных молекул с сильным приповерхностным полем, то задача изучения их движения на таких расстояниях сводится к одночастичной. Актуальность данной работы обусловлена необходимостью объяснения адсорбционной способности материалов типа $BaTiO_3$ [3], являющихся источником сильного поля.