

01; 03

РАВНОВЕСНАЯ ФОРМА ЗАРЯЖЕННОЙ КАПЛИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЯХ

А. И. Григорьев, С. О. Ширяева, Е. И. Белавина

Показано, что равновесная форма заряженной капли идеальной несжимаемой проводящей жидкости в однородном электростатическом поле и в поле сил тяжести может быть принята сфероидальной при расчетах, проводимых с точностью до членов, пропорциональных квадрату эксцентриситета. Найдено, что отклонение равновесной формы капли в таких условиях от сфероидальной, связанное с возбуждением нечетных мод капиллярных волн, весьма мало и проявляется лишь в следующем порядке теории возмущений. Исследована устойчивость заряженной капли в однородном электростатическом поле к возмущениям вида $\sim P_2(\cos \theta)$ и найдена критическая зависимость между параметрами Тейлора и Релея, разделяющая устойчивые и неустойчивые состояния капли. Показано, что образование на вершинах капли эмиссионных выступов происходит уже после потери каплей состояния устойчивости и связано с суперпозицией высоких мод капиллярных волн.

Расчет равновесной формы заряженной капли в однородном электрическом поле представляет интерес в связи с расчетами диэлектрической проницаемости жидких суспензий и аэрозвесей и изучением пробоя жидких диэлектриков, процессов микроразделения зарядов в грозовых облаках и механизма инициирования молнии [1-7]. Как показано в [8, 9], при отсутствии на электропроводной капле заряда ее равновесная форма в однородном электростатическом поле является сфероидальной. Появление на капле электрического заряда должно привести к изменению ее формы, что представляется очевидным уже из общезначимых соображений. Этот априорный вывод подтвержден и численным анализом, проведенным в [4] для конкретных значений величины заряда и внешнего поля. В [4] показано, что в новых условиях равновесная форма капли примерно яйцеобразна. В работе [5] на основе общих рассуждений говорится уже о грушевидной равновесной форме заряженной капли в однородном внешнем поле. И тем не менее вопрос об амплитуде h отклонения формы от сферической и о связи величины h с величиной заряда на капле $Q/h=h(Q)$ остается открытым. Знание же такой связи могло бы существенно помочь при расчетах как устойчивости капель, так и параметров электродиспергирования жидкостей.

Так, в области малых отклонений равновесной формы от сфероидальной, проводя различие по малому параметру, можно было бы сферическую известную погрешность проводить аналитические расчеты, используя известные выражения [10] для электростатического поля в окрестности сфероидальной поверхности. Знание зависимости $h=h(Q)$ помогло бы и в решении задачи о влиянии аэродинамических сил на равновесную форму заряженной капли, свободно падающей в однородном электрическом поле, попытка анализа которой изложена в [7], где показано, что действие аэродинамических сил приводит к яйцеобразной равновесной форме капли, как и в случае взаимодействия заряда капли с полем [4]. Интуитивно ясно, что для капель в определенном диапазоне размеров можно подобрать такие величину и знак заряда, что равновесная форма при учете аэродинамических и электростатических сил станет опять сфероидальной (конечно, с другим, большим, значением эксцентриситета, чем без учета заряда и аэродинамического взаимодействия с окружающей средой). Этот вывод объясняет хорошее согласование результатов расчетов [7], где без обоснован-

вания использоалось сфероидальное приближение, с данными экспериментов с заряженными каплями, падающими в электрическом поле, а также отмеченное в экспериментах [7] противоположное влияние зарядов разных знаков на величину поля, критического для разрушения капель.

В соответствии со сказанным проведем исследование влияния величины заряда Q на сфероидальной капле, помещенной в однородное электростатическое поле E_0 , на устойчивость ее формы по отношению к бесконечно малым осесимметричным возмущениям, придерживаясь метода, использованного в [9].

Пусть капля идеальной несжимаемой идеально проводящей жидкости начального радиуса R с зарядом Q , находящаяся в поле сил тяжести, подвешена в однородном электростатическом поле E_0 ($g \parallel -E_0$), как было осуществлено, например, в экспериментах [11]. В отсутствие гравитации и заряда на капле она вытянется вдоль поля и примет сфероидальную форму [9] с эксцентриситетом $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$, где $b = R(1 - e^2)^{1/2}$ — меньшая, а $a = R(1 - e^2)^{-1/2}$ — большая полуоси сфероида, имеющего в сферической системе координат с началом в центре капли вид

$$\eta = (\theta) = \frac{r(\theta)}{a} = \frac{\sqrt{1 - e^2}}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \theta}}, \quad (1)$$

где угол θ отсчитывается от E_0 .

В первом порядке приближения по отклонению сфероидальной поверхности от сферической e^2 выражается через E_0 , R и σ (коэффициент поверхностного натяжения): $e^2 \approx (9/16\pi) E_0^2 R \sigma^{-1}$. Если p_1 и p_2 — постоянные давления в капле и во внешней среде соответственно, то равновесная в поле E_0 сфероидальная форма капли (1) аналитически определится из условия баланса давлений на поверхности капли

$$2\sigma H = (p_1 - p_2) + (1/8\pi) E_1^2. \quad (2)$$

Здесь $2\sigma H = p_s$ — лапласовское давление, H — средняя кривизна поверхности в окрестности данной точки [12], $(1/8\pi) E_1^2 = P_E$ — давление электростатического поля на поверхность капли, E_1 — результирующая напряженность поля в окрестности данной точки поверхности. В отсутствие поля E_0 соотношение (2) определяет радиус равновесной сферической капли. Выражение для p_s в произвольной точке сфероидальной поверхности в первом порядке приближений по e^2 имеет вид [9]

$$p_s = (2\sigma/R) [1 - e^2(1/3 - \cos^2 \theta)]. \quad (3)$$

Напряженность поля у поверхности идеально проводящего сфероида, ориентированного по полю, в сферических координатах описывается выражением [10]

$$E_1 = E_0 K_1 \frac{\eta(\theta) \cos \theta}{\sqrt{1 - e^2 \eta^2(\theta) \cos^2 \theta}},$$

$$K_1 = \frac{e^3}{\sqrt{1 - e^2} [1/2 \ln((1 + e)/(1 - e)) - e]}. \quad (4)$$

Учет гравитационного поля приведет к появлению гидростатического давления на поверхности капли $r = r(\theta)$

$$p_g = (\rho_1 - \rho_2) g (r - z) = (\rho_1 - \rho_2) g (1 - \cos \theta) r,$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотность капли и окружающей среды, координата z отсчитывается от центра капли вдоль E_0 .

Наличие заряда Q на капле приведет к изменению напряженности электрического поля у ее поверхности в результате суперпозиции полей на величину [10]

$$E_2 = \frac{Q}{R^2} \frac{(1 - e^2)^{1/2}}{\sqrt{1 - e^2 \eta^2(\theta) \cos^2 \theta}}. \quad (5)$$

Естественно ожидать, что изменится и равновесная форма капли. Новую равновесную форму будем искать из уравнения баланса давлений на поверхность капли, приравнявая лапласовское давление под искривленной поверхностью к сумме гидростатического, электростатического и перепада постоянных давлений $p_1 - p_2$, учитывая в нулевом приближении влияние искажения поверхности $h(\theta)$ лишь на p_σ . Пусть равновесная форма описывается уравнением

$$r(\theta) = a\eta(\theta) + h(\theta) = a\eta(\theta) + \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(\cos\theta), \quad (6)$$

где P_n — полиномы Лежандра.

Второе слагаемое в этом выражении описывает отклонение формы капли от сферoidalной $|h(\theta)| \ll R$. Электростатическое давление будет равно

$$P_{E1} + P_{E2} = \frac{1}{8\pi} E_1^2 + \frac{1}{8\pi} (E_2^2 + 2E_1 E_2),$$

а лапласовское давление под искаженной сферoidalной поверхностью

$$p_\sigma + \delta p_\sigma = \frac{2\sigma}{R} \left[1 - \frac{e^2}{3} (1 - 3 \cos^2 \theta) \right] - \frac{\sigma}{R^2} \left\{ 2 \left[\left(1 - \frac{2}{3} e^2 \right) + 2e^2 \cos^2 \theta \right] - \left[1 + \frac{e^2}{3} (1 - 3 \cos^2 \theta) \right] \hat{M} \right\} h(\theta), \quad (7)$$

где \hat{M} — угловая часть оператора Лапласа в сферических координатах.

Появление δp_σ обусловлено искажением формы $h(\theta)$. Составим уравнение баланса давлений

$$p_\sigma + \delta p_\sigma = (p_1 - p_2) + \frac{1}{8\pi} [E_1^2 + 2E_1 E_2 + E_2^2] + p_g$$

и перегруппируем его следующим образом:

$$p_\sigma - (p_1 - p_2) - \frac{1}{8\pi} E_1^2 = \frac{1}{8\pi} [E_2^2 + 2E_1 E_2] + p_g - \delta p_\sigma. \quad (8)$$

Несложно видеть, что в приближении $|h(\theta)| \ll R$ левая часть (8) тождественно обращается в нуль на сферoidalной поверхности в силу (2) и (5). Тогда правая часть (8) обратится в нуль на добавке к сферoidalности $h(\theta)$

$$-\delta p_\sigma + p_g + \frac{1}{8\pi} [E_2^2 + 2E_2 E_1] = 0. \quad (9)$$

Разложим составляющие уравнения (9) по полиномам Лежандра с точностью до e^2

$$\begin{aligned} \delta p_\sigma = & -\frac{\sigma}{R^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ [4 + n(n+1)] \frac{(n+1)(n+2)}{(2n+1)(2n+3)} e^2 P_{n+2} + \right. \\ & + P_n \left[2 \left(1 - \frac{2}{3} e^2 \right) - \left(1 + \frac{e^2}{3} \right) n(n+1) \right] + e^2 [4 + n(n+1)] \frac{n(n-1)}{(2n-1)(2n+1)} P_{n-2} + \\ & \left. + e^2 [4 + n(n+1)] \frac{(2n(n+1)-1)}{(2n-1)(2n+3)} P_n \right\} a_n, \end{aligned} \quad (10)$$

$$p_g = R(p_1 - p_2) g \left\{ P_0 - \left(1 + \frac{2}{15} e^2 \right) P_1 + \frac{1}{3} e^2 P_2 - \frac{1}{5} e^2 P_3 \right\}, \quad (11)$$

$$P_{E2} = \frac{1}{8\pi} \left\{ \frac{Q^2}{R^4} P_0 + 2 \left(3 + \frac{11}{5} e^2 \right) \frac{QE_0}{R^2} P_1 + \frac{2}{3} e^2 \frac{Q^2}{R^4} P_2 + \frac{18}{5} e^2 \frac{E_0 Q}{R^2} P_3 \right\}. \quad (12)$$

Подставим (10)–(12) в (9) и, требуя обращения в нуль суммы коэффициентов при полиномах Лежандра равного порядка, найдем неизвестные коэффициенты a_n (в безразмерной форме $X_n = a_n/R$), определяющие отклонение новой рав-

повесной формы капли от сферoidalной. В итоге в первом порядке приближения по e^2 получим

$$X_2 = \left(\frac{1}{3} w^2 + \frac{1}{12} \eta^2 \right) e^2,$$

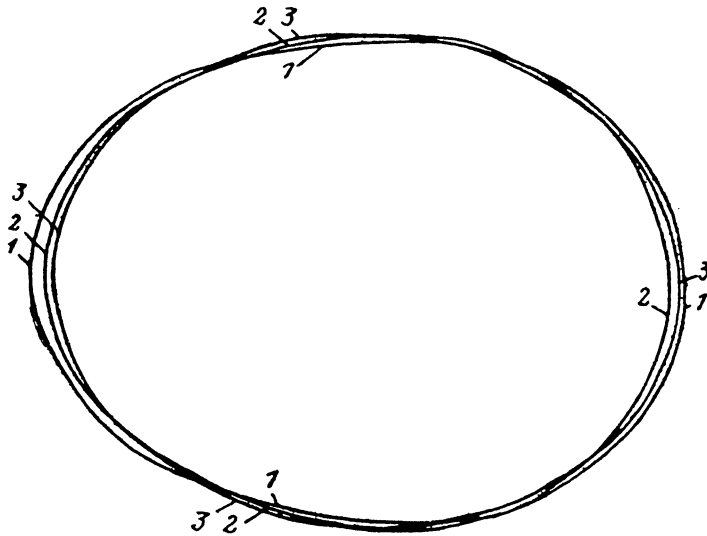
$$X_3 = \frac{1}{50 \sqrt{\pi}} (9Ww - \sqrt{\pi} \eta^2) e^2,$$

$$X_n = 0, \quad n \geq 4, \quad (13)$$

где

$$W^2 = \frac{E_0^2 R}{\sigma}, \quad w^2 = \frac{1}{16\pi} \frac{Q^2}{R^2 \sigma}, \quad \eta^2 = \frac{R^2 g (\rho_1 - \rho_2)}{\sigma}. \quad (14)$$

Изменение коэффициента a_0 , соответствующее возбуждению мод с $n=2, 3$, несложно найти из условия постоянства объема капли, как было сделано, например, в [9]. Но в данном рассмотрении эта процедура опущена как не представляющая интереса, поскольку поправка к a_0 появляется лишь во втором порядке приближения по e^2 .



1 — сферoidalная поверхность с возмущением $0.33e^2 P_2 + 0.1e^2 P_3$, 2 — равновесный сферoid с $e^2=0.4$, 3 — сферoidalная поверхность с возмущением $0.1e^2 P_3$.

Выше было учтено, что капля в полях E_0 и g неподвижна, это приводит к соотношению $a_1=0$. Из условия неподвижности капли следует связь между параметрами W , w и η

$$\eta^2 = \frac{3}{\sqrt{\pi}} Ww. \quad (15)$$

Параметр η при $\rho_1 \ll \rho_2$ имеет смысл отношения радиуса капли к капиллярной постоянной жидкости. Для воды капиллярная постоянная ≈ 2.8 мм. Поэтому для реальных условий облачной капли всегда $\eta^2 \leq 1/2$. Предельные значения параметров W и w определяются критическими условиями развития в капле неустойчивости Тонкса—Френкеля $w_{\max}=1$ [13-15], $W_{\max}=1.62$ [16]. Для проведения грубой оценки диапазона изменения параметров W и w их можно связать соотношением, справедливым в нулевом приближении по e^2 [3-5, 13],

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} W + w \approx 1. \quad (16)$$

Тогда из (13) несложно видеть, что наличие на сферoidalной капле заряда существенно сказывается на поправке к амплитуде основной моды лишь при

больших w , т. е., согласно (16), для малых W , а значит, для малых значений эксцентриситета [8], и проявляется в используемом приближении в увеличении эксцентриситета. Влияние гравитационного поля, согласно (13), еще незначительней, заметно лишь для очень крупных капель с $\gamma^2 \approx 0.5$ и также проявляется в основном в увеличении эксцентриситета. Из общефизических (энергетических) соображений ясно, что (не учтенное выше) аэродинамическое взаимодействие капли с окружающей средой (в случае свободного падения капли) вызовет искажение рельефа поверхности капли такого же масштаба, что и гравитационное поле (для $R < 1$ мм). Это и объясняет хорошее совпадение экспериментальных и теоретических данных работы [7].

Но наиболее важным результатом проведенных рассуждений является вытекающий из (13), (15) факт малости амплитуды моды с $n=3$, пропорциональной e^3 . В приближении же $\sim e^2$ наличие на капле заряда сказывается лишь на увеличении ее эксцентриситета на $\delta e^2 \approx w^2 e^2$. Этот результат представляется достаточно интересным, чтобы остановиться на нем подробнее, поскольку, считая в соответствии с вышеполученными данными, что с точностью до e^2 равновесная форма заряженной капли в поле E_0 сфероидальна, найдем ее эксцентриситет.

На рисунке приведен исходный сфероид ($e^2=0.4$) с увеличенными в 10 раз отклонениями, описываемыми (13).

Примем, что температура капли и окружающей среды постоянна и объем жидкой фазы не изменяется. Согласно [8], равновесная форма капли в таких условиях есть сфероид вращения, вытянутый по полю с эксцентриситетом e , связанный с параметром Тейлора W в линейном по e^2 приближении соотношением $e^2 = (9/16\pi) W^2$. Энергия сил поверхностного натяжения такой капли есть

$$U_\sigma = 2\pi R^2 \sigma (1 - e^2)^{1/2} \left(1 + \frac{\arcsin e}{e (1 - e^2)^{1/2}} \right). \quad (17)$$

Энергия капли в поле E_0 равна

$$U_E = -\frac{1}{3} E_0^2 R^3 \frac{e^3}{(1 - e^2) [\ln((1 + e)/(1 - e)) - 2e]}. \quad (18)$$

Вышеприведенное соотношение между e^2 и W получено в [8] на основе выражений (17), (18) из принципа минимума свободной энергии системы.

Сообщим теперь капле заряд Q . Ее электрическая энергия при этом увеличится на

$$U_Q = -\frac{Q^2}{4R} (1 - e^2)^{1/2} \frac{1}{e} \ln \frac{1 + e}{1 - e}. \quad (19)$$

Пренебрегая в линейном по e^2 приближении в соответствии с результатами расчетов весьма малыми амплитудами возбужденных нечетных мод, будем считать в том же приближении, что равновесная форма заряженной капли в поле E_0 также сфероидальна. Тогда из принципа минимума свободной энергии найдем эксцентриситет новой равновесной сфероидальной формы e_0 как функцию от параметров Тейлора W и Релея w . Для этого продифференцируем полную свободную энергию нашей системы $U_\sigma + U_E + U_Q$ по e , приравнявая результат к нулю, найдем e_0 . В линейном по e^2 приближении после указанной процедуры получим

$$\frac{9}{16\pi} W^2 = e_0^2 (1 - w^2), \quad (20)$$

при $w < 1$

$$e_0^2 = \frac{(9/16\pi) W^2}{1 - w^2} \approx \frac{9}{16\pi} W^2 (1 + w^2 + \dots)$$

или

$$e_0^2 = e^2 (1 + w^2 + w^4 + \dots). \quad (21)$$

Следует отметить, что соотношение (20), (21) не теряет смысла и при $w=1$. Это очевидно из того, что одновременно со стремлением параметра Релея к еди-

нице $\omega^2 \rightarrow 1$ параметр Тейлора W стремится к нулю по линейному закону $W^2 \rightarrow 0$.

Таким образом, результат данного рассмотрения с точностью до слагаемых $\sim \omega^4 e^2$ совпадает, с данными, полученными при условии, что все рассуждения проводились из качественных соображений.

На основании вышесказанного представляется обоснованным утверждение, что при теоретических оценках и расчетах процессов в грозовых облаках, производимых в линейном по e^2 приближении, в качестве равновесной формы капли следует принимать сфероидальную. Точность же расчетов более высокая, чем $\sim e^2$ при расчетах процессов микроразделения зарядов в грозовых облаках, вряд ли возможна в связи с большой скоростью изменения в пространстве и времени как электрических, так и аэродинамических характеристик среды. Так, характерные пространственные масштабы изменения указанных физических свойств среды будут варьироваться от размера капли до среднего расстояния между каплями в облаке.

В соответствии с данными проделанных выше расчетов появление на капле заряда приводит в линейном по e^2 приближении к возмущению рельефа поверхности капли $\sim P_2(\cos \theta)$. В этой связи представляется целесообразным исследовать устойчивость заряженной капли в поле E_0 по отношению к виртуальному возмущению $\sim P_2(\cos \theta)$. Это тем более интересно, что, согласно [15, 16], неустойчивость капли как по отношению к собственному заряду, так и во внешнем поле начинается именно с неустойчивости ее основной моды с $n=2$: по мере увеличения амплитуды основной моды начинают генерироваться неустойчивости более высоких мод в порядке возрастания их номеров.

Итак, примем, что капля претерпела виртуальное возмущение формы $\zeta_0 P_2(\cos \theta)$. В результате изменились также p_g и p_E на δp_g и δp_E соответственно. В линейном по e^2 приближении легко получить

$$\delta p_g = (\rho_1 - \rho_2) g \zeta_0 \left[-\frac{2}{5} P_1(\cos \theta) + P_2(\cos \theta) - \frac{3}{5} P_3(\cos \theta) \right]. \quad (22)$$

Чтобы выписать δp_E , учтем, что в используемом приближении возмущение формы вида $\zeta_0 P_2(\cos \theta)$ эквивалентно увеличению квадрата эксцентриситета капли на

$$\delta e^2 = \frac{3\zeta_0}{R} \left(1 - \frac{7}{6} e^2 \right). \quad (23)$$

Тогда, раскладывая известное выражение для напряженности электрического поля у поверхности заряженного проводящего сфероида в однородном электростатическом поле (сумму выражений (4) и (5)) [10] в ряд по степеням δe^2 , найдем соответствующее вариации формы поверхности $\zeta_0 P_2$ приращения напряженности поля у поверхности сфероида δE и давления электрического поля в линейном по ζ_0/R и e^2 приближении

$$\begin{aligned} \delta p_E = \frac{1}{4\pi} E \delta E = \frac{9}{4\pi} \frac{\zeta_0}{R} \left\{ E_0^2 \left[\frac{237}{175} e^2 P_0 + \frac{18}{35} \left(1 + \frac{553}{9} e^2 \right) P_2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{24}{35} \left(1 + \frac{1663}{880} e^2 \right) P_4 + \frac{64}{77} e^2 P_6 \right] + \frac{Q^2}{R^4} \left[\frac{8}{135} e^2 P_0 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{9} \left(1 + \frac{67}{42} e^2 \right) P_2 + \frac{16}{105} e^2 P_4 \right] + \frac{Q E_0}{R^2} \left[\frac{2}{15} \left(1 - \frac{193}{210} e^2 \right) P_1 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{3}{5} \left(1 + \frac{421}{270} e^2 \right) P_3 + \frac{46}{63} e^2 P_5 \right] \right\}. \quad (24) \end{aligned}$$

Новую равновесную форму капли будем, как и раньше, искать в виде (6). Примем далее, что δp_g по-прежнему описывается выражением (11), и составим уравнение баланса давлений на искомой равновесной поверхности, которая установится в результате взаимодействия возмущения формы с электрическим и гравитационным полями. Отбрасывая слагаемые, сумма которых обращается в нуль на исходной сфероидальной поверхности с эксцентриситетом e , определенным соотношением (21), получим

$$\delta p_g + \delta p_E - \delta p_g = 0.$$

Отсюда после подстановки (11), (22) и (24) и повторения использованной выше процедуры найдем выражения для амплитуд мод капиллярных волн, которые возбуждаются в капле в результате взаимодействия вариации формы поверхности с электрическим и гравитационным полями

$$X_2 = \frac{\zeta_0}{R} \left[\left(1 + \frac{87}{42} e^2\right) w^2 + \frac{81}{280\pi} \left(1 + \frac{4171}{630} e^2\right) W^2 + \left(1 + \frac{10}{21} e^2\right) \frac{\eta^2}{4} \right],$$

$$X_3 = \frac{\zeta_0}{R} \left[\frac{27}{50\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{2489}{1350} e^2\right) Ww - \frac{3}{50} \left(1 + \frac{64}{225} e^2\right) \eta^2 \right],$$

$$X_4 = \frac{\zeta_0}{R} \left[\frac{3}{35\pi} \left(1 + \frac{117563}{554400} e^2\right) W^2 + \frac{32}{105} e^2 w^2 \right],$$

$$X_5 = \frac{\zeta_0}{R} \left[\frac{23}{98\sqrt{\pi}} e^2 Ww \right],$$

$$X_6 = \frac{\zeta_0}{R} \left[\frac{18}{385\pi} e^2 W^2 \right],$$

$$X_n = 0, \quad n \geq 7. \quad (25)$$

Согласно (25), амплитуды всех возбужденных мод X_n пропорциональны ζ_0 , и сразу же встает вопрос: какова будет установившаяся амплитуда основной моды X_2 . Из (25) несложно видеть, что при $X_2 < \zeta_0/R$ амплитуды всех мод будут затухать со временем. Это очевидно из следующих рассуждений. Примем установившуюся амплитуду основной моды за начальное возмущение ζ_1 и повторим все расчеты этого пункта сначала. Тогда амплитуды всех возбужденных мод выразятся через ζ_1 , согласно соотношениям (25). Поскольку $\zeta_1 < \zeta_0$, то и все возбужденные амплитуды X_n уменьшатся, т. е. возмущение поверхности будет затухать. Если же $X_2 > \zeta_0/R$, то возмущение будет расти. Наконец, при $X_2 = \zeta_0/R$ амплитуды возбужденных мод будут постоянны и сформируют некий метастабильный рельеф поверхности капли. В соответствии со сказанным условием $X_2 = \zeta_0/R$ будет разделять устойчивые и неустойчивые режимы волнового движения капиллярных волн в капле. Из (25) найдем, что условие неустойчивости заряженной капли в E_0 и g может быть записано в виде

$$\frac{1}{4} \left(1 + \frac{10}{21} e^2\right) \eta^2 + \left(1 + \frac{87}{42} e^2\right) w^2 + \frac{81}{280\pi} \left(1 + \frac{4171}{630} e^2\right) W^2 > 1. \quad (26)$$

В частности, при $\eta=0$, $W=0$, $e=0$ из (26) получим точный критерий Релея неустойчивости заряженной капли [15] $w^2 > 1$ (в гауссовой системе). При $\eta=0$, $w=0$, $e^2 = (9/16\pi)W^2$ из (26) весьма грубо получим критерий Тейлора $W^2 > 2.63$. Точная величина критического параметра Тейлора $W^2 = 2.62$ [16]. При $W=0$, $e=0$, $w=0$ из (26) получим критерий неустойчивости незаряженной капли в гравитационном поле g : $\eta > 2$. При $\eta=0$ (26) дает критерий неустойчивости заряженной капли в однородном электростатическом поле

$$w^2 \left(1 + \frac{87}{42} e^2\right) + \frac{81}{280\pi} \left(1 + \frac{4171}{630} e^2\right) W^2 > 1, \quad (27)$$

где e определяется соотношением (21).

Зависимость (27) критических значений параметров W и w друг от друга представляется достаточно неожиданной. Из общефизических соображений естественно было ожидать, что в случае заряженной капли в поле E_0 неустойчивость капиллярных волн будет иметь место при некоей критической поверхностной плотности заряда в капле и условие неустойчивости будет иметь общий вид $B_1 W + B_2 w > \text{const}$, где B_1 , B_2 — некие константы. Условие же (27) означает, что для наступления неустойчивости главную роль играют не сумма локальных напряжений электрических полей и локальная величина поверхностной плотности заряда, но сумма локальных давлений этих полей. Этот вывод подтверждается и тем, что при включении в рассмотрение гравитационного поля его влияние на критические условия неустойчивости также проявляется через давление, согласно (26).

Литература

- [1] Мучник В. М., Фишман Б. Е. Электризация грубодисперсных аэрозолей в атмосфере. Л.: Гидрометеониздат, 1982. 207 с.
- [2] Основы электрогазодинамики дисперсных систем / Под ред. И. П. Верещагина. М.: Энергия, 1974. 480 с.
- [3] Григорьев А. И. // Тез. докл. III Всесоюзн. симпозиума по атмосферному электричеству. Тарту. 1986. С. 144.
- [4] Brasier-Smith P. R. // Quart J. R. Met. Soc. 1972. Vol. 98. P. 434—439.
- [5] Гауришвили Т. Г., Маграззе Г. Д. // Тр. Института геофизики АН СССР. 1984. Т. 52. С. 46—52.
- [6] Панченков Г. М., Цабек Л. К. Поведение эмульсии во внешнем электрическом поле. М.: Химия, 1969. 190 с.
- [7] Abbas M. A., Latham G. // Quart. G. R. Met. Soc. 1969. Vol. 95. P. 63—76.
- [8] O'Konski C. I., Ihacher U. C. // G. Phys. Chem. 1953. Vol. 57. P. 955—958.
- [9] Григорьев А. И., Ширяева С. О. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 9. С. 1863—1866.
- [10] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 623 с.
- [11] Doyle A., Moffett D. R., Vonnegut B. // J. Coll. Sci. 1964. Vol. 19. P. 136—143.
- [12] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.; Л.: Гостехтеориздат, 1944. 624 с.
- [13] Григорьев А. И., Дорошенко Д. Н. // ЖТФ. 1986. Т. 57. Вып. 11. С. 2091—2098.
- [14] Rayleigh // Phil. Mag. 1882. Vol. 14. P. 184—186.
- [15] Григорьев А. И. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 7. С. 1272—1278.
- [16] Григорьев А. И., Синкевич О. А. // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1985. № 6. С. 10—15.

Ярославский
государственный университет

Поступило в Редакцию
15 марта 1988 г.