

ФОКУСИРОВКА ПОЛЫХ КОНИЧЕСКИХ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Л. А. Баранова, Г. Н. Дьякова, С. Я. Явор

Рассмотрена фокусировка полых конических пучков некоторыми типами линз, образованных осесимметричными электродами. Получено параксиальное уравнение траекторий. В приближении для тонких линз найдено выражение для фокусного расстояния.

В энергетической и масс-спектрометрии для увеличения чувствительности приборов применяют осесимметричные анализаторы, в которых используются полые конические пучки заряженных частиц. В качестве примера можно привести энергоанализатор на цилиндрическом зеркале [1] и гиперболоидный масс-спектрометр [2]. Используя позиционно-чувствительные детекторы можно одновременно анализировать угловое распределение заряженных частиц, вылетающих из источника [3]. Фокусировка таких пучков на щель прибора или детектора, а также при необходимости изменение их энергии осуществляются с помощью специальных конических линз. Схема двух вариантов линз для фокусировки полых конических пучков дана на рисунке. Линза, показанная на рисунке, *a*, образована двумя конусами, в пространстве между которыми движется пучок заряженных частиц. Конусы могут иметь как параллельные, так и непараллельные образующие, например исходящие из одной точки. Поскольку каждый из конусов имеет один поперечный разрез, то представленная линза является иммерсионной. При увеличении числа разрезов она может быть и одиночной. В системе, представленной на рисунке, *b*, осевые траектории пучка направлены перпендикулярно образующим конических поверхностей. В отличие от первого варианта, где увеличение числа электродов достигается увеличением числа разрезов на двух конусах, во втором случае каждый дополнительный электрод создается дополнительным конусом. Здесь также возможны одиночные и иммерсионные линзы. При условии сохранения осевой симметрии можно использовать и другие конфигурации электродов, например сферические.

Двухконусная линза (см. рисунок, *a*) описана в работе [4], где она использована для фокусировки пучка на выходе из тороидального энергоанализатора.

Актуальной задачей является разработка теории фокусировки конических пучков. Поля рассматриваемых систем удобно описывать в сферических координатах (r , θ , φ). Уравнение Лапласа с учетом осевой симметрии поля имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = 0. \quad (1)$$

Из (1) видно, что задача сводится к двумерной.

Разложим потенциал в ряд вокруг некоторой прямой, принятой за осевую и расположенной под углом θ_0 к оси симметрии системы. В линзе, показанной на рисунке, *a*, расположим осевую линию посередине между электродами, а в системе на рисунке, *b* проведем ее через центры отверстий.

Поскольку поле не обладает симметрией по углу θ относительно осевой линии, то разложение потенциала будет содержать как четные, так и нечетные

степени $(\theta - \theta_0)$. Подставляя ряд в (1), получим связь между его коэффициентами. В дальнейшем ограничимся рассмотрением только меридиональных траекторий и для удобства перейдем к декартовой системе координат (x, y) . Ось x совместим с введенной выше осевой прямой (см. рисунок). Тогда распределение потенциала имеет вид

$$\varphi(x, y) = \Phi(x) + \Phi_1(x)y - \frac{1}{2} \left(\Phi'' + \frac{1}{x} \Phi' + \frac{1}{x} \operatorname{ctg} \theta_0 \Phi_1 \right) y^2 + \dots \quad (2)$$

Здесь $\Phi_0(x)$ и $\Phi_1(x)$ — коэффициенты, определяемые формой электродов.

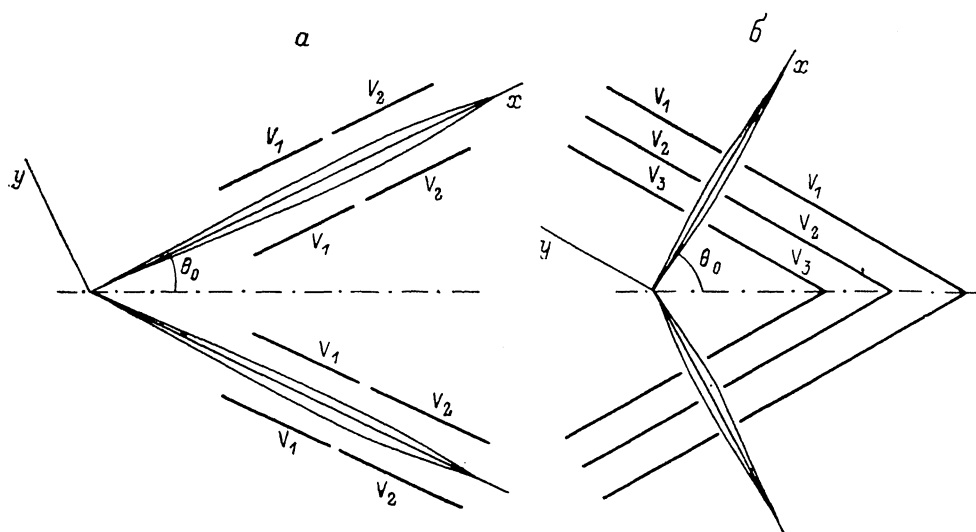
Получим уравнение траектории исходя из уравнений движения

$$m\ddot{y} = -e \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (3)$$

и закона сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = -e\varphi. \quad (4)$$

В параксиальном приближении имеем $v^2 = \dot{x}^2$. Следует учесть, что в рассматриваемых линзах несимметрия поля относительно оси x невелика, и можно



Электростатические конические линзы для фокусировки полых пучков.

считать, что Φ_1/Φ — малая величина. Тогда, сохраняя в уравнении траектории члены первого порядка малости относительно величин $(y, y', \Phi_1/\Phi)$, получим

$$y'' + \frac{\Phi'}{2\Phi} y' + \frac{1}{2\Phi} \left(\Phi'' + \frac{1}{x} \Phi' \right) y = \frac{\Phi_1}{2\Phi}. \quad (5)$$

Таким образом, параксиальные траектории описываются неоднородным линейным дифференциальным уравнением второго порядка. При $\Phi_1=0$ оно совпадает с параксиальным уравнением траектории в вертикальной плоскости трансаксиальной линзы [5]. Интересно отметить, что полученное уравнение не зависит от угла θ_0 . Когда $\theta_0=0$, т. е. осевая линия параллельна оси симметрии системы, параксиальное уравнение траектории приобретает иной вид (обращается в нуль член Φ/x)

$$y'' - \frac{\Phi'}{2\Phi} y' + \frac{\Phi''}{2\Phi} y = \frac{\Phi_1}{2\Phi}. \quad (6)$$

Левая часть в (6) совпадает с уравнением траектории в двумерных линзах.

Как известно, общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения представляет собой сумму общего решения однородного уравнения

и частного решения неоднородного. Общее решение однородного уравнения описывает фокусирующие свойства системы. Частное решение неоднородного уравнения не зависит от начальных условий траектории n , следовательно, описывает отклонение пучка как целого.

Рассмотрим подробнее фокусирующие свойства описываемых линз, для чего проанализируем соответствующее однородное уравнение

$$y'' + \frac{\Phi'}{2\Phi} y' + \frac{1}{2\Phi} \left(\Phi'' + \frac{1}{x} \Phi' \right) y = 0. \quad (7)$$

Проинтегрируем (7) один раз, причем для второго члена воспользуемся формулой интегрирования по частям аналогично тому, как это сделано в [6]. Тогда имеем

$$y'(x_2) - y'(x_1) = -\frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} \left[\left(\frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 + \frac{1}{x} \frac{\Phi'}{\Phi} \right] y dx, \quad (8)$$

где x_1 и x_2 — координаты плоскостей, ограничивающих поле со стороны предметного пространства и пространства изображений соответственно. Первый член в подынтегральном выражении всегда положителен и имеет тот же вид, что и в двумерных линзах. Второй член может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от того, ускоряет линза или замедляет заряженные частицы. Поэтому из выражения (8) мы не можем сделать вывод о том, что подынтегральное выражение всегда положительно и линза является собирающей. Более того, в слабых линзах, когда Φ'/Φ — малая величина, второй член может превосходить по абсолютной величине первый, тогда замедляющая линза может стать рассеивающей. Однако оптическая сила ее очень мала, так как определяется разностью малых величин.

Воспользуемся известной подстановкой $Y = y\Phi^{1/4}$ для нахождения фокусных расстояний в приближении тонкой линзы. После замены переменной уравнение (7) приобретает вид

$$Y'' + \left[\frac{7}{16} \left(\frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 + \frac{1}{4} \frac{d}{dx} \left(\frac{\Phi'}{\Phi} \right) + \frac{1}{2x} \frac{\Phi'}{\Phi} \right] Y = 0. \quad (9)$$

Полагая Y постоянным в пределах линзы и учитывая, что $\Phi'(x_1) = \Phi'(x_2) = 0$, после однократного интегрирования получим для фокусного расстояния в пространстве изображений

$$\frac{1}{f_i} = -\frac{y'(x_2)}{y(x_1)} = \left(\frac{\Phi_0}{\Phi_i} \right)^{1/4} \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{7}{16} \left(\frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 + \frac{1}{2x} \frac{\Phi'}{\Phi} \right] dx, \quad (10)$$

где $\Phi_0 = \Phi(x_1)$, $\Phi_i = \Phi(x_2)$. Здесь, как обычно, рассматривалась траектория, параллельная оси x в предметном пространстве ($y'(x_1) = 0$).

Фокусное расстояние в предметном пространстве имеет вид

$$\frac{1}{f_0} = \left(\frac{\Phi_i}{\Phi_0} \right)^{1/4} \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{7}{16} \left(\frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 + \frac{1}{2x} \frac{\Phi'}{\Phi} \right] dx. \quad (11)$$

Если поле линзы занимает достаточно узкую область и значение координаты x в его пределах меняется мало, то второй член в (10), (11) можно проинтегрировать, положив $x = \text{const} = x_g$, где x_g — координата центра линзы. Тогда имеем для f_i

$$\frac{1}{f_i} = \left(\frac{\Phi_0}{\Phi_i} \right)^{1/4} \left[\frac{7}{16} \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 dx + \frac{1}{2x_g} \ln \frac{\Phi_i}{\Phi_0} \right]. \quad (12)$$

Аналогичное выражение получается для f_0 . Отсюда видно, что в приближении тонких линз второй член в выражениях для фокусных расстояний обращается в нуль, если линза одиночная. При этом формулы имеют тот же вид,

что и в случае двумерных линз. Фокусные расстояния всегда положительны, и линза может быть только собирающей. В иммерсионных линзах второй член в (12) не обращается в нуль, он увеличивает оптическую силу ускоряющей линзы и уменьшает замедляющей.

Оценка величины фокусного расстояния была проведена в предположении линейного изменения потенциала на оси линзы

$$\Phi(x) = \Phi_0 + \frac{\Phi_i - \Phi_0}{(x_2 - x_1)}(x - x_1). \quad (13)$$

Расчеты показали, что по абсолютной величине второй член в (10), (11), как правило, меньше первого. Однако роль его возрастает с уменьшением силы линзы. Так, при $\Phi_i/\Phi_0 = 0.5$ и $x_1 = 5(x_2 - x_1)$ отношение второго члена к первому равно нулю. При изменении Φ_i/Φ_0 до 0.83 это отношение становится равным -1.1 и линза превращается в рассеивающую.

Следует отметить, что наличие в распределении потенциала (2) члена $\Phi_1(x)$ приводит к появлению aberrаций второго порядка относительно y . Поскольку отклонение траектории мало, то малы и соответствующие aberrации.

Если источник заряженных частиц, расположенный на оси симметрии, имеет конечные размеры, а также если источник кольцевой, то в пучке будут присутствовать траектории, не лежащие в меридиональных плоскостях. Ввиду осевой симметрии системы Ψ -составляющие поля отсутствуют и фокусировки в этом направлении не происходит. Очевидно, что траектории симметричны относительно меридиональной плоскости, содержащей точку вылета. Разложение траектории по углу γ , который она составляет с меридиональной плоскостью, содержит только четные степени γ . Таким образом, наличие немеридиональных траекторий приводит только к aberrационному расширению кольцевого изображения, главный член которого пропорционален γ^2 .

Проведенное рассмотрение остается справедливым также и в том случае, когда на электроды системы подаются дополнительные потенциалы, вызывающие небольшое отклонение пучка. В системе, показанной на рисунке, а, этому соответствует подача потенциала $+V_0$ на внешний конус и $-V_0$ — на внутренний. В системе, представленной на рисунке, б, одинаковый дополнительный потенциал $+V_0$ можно подать на части конусов, прилегающие к вершинам, и $-V_0$ — на их наружные части.

Таким образом, уравнение траектории в линзах с полым пучком и обычных осесимметричных линзах существенно отличается. Оно ближе к уравнению траектории в вертикальной плоскости трансаксиальной и двумерной линз. Отличительной особенностью полученного уравнения является наличие правой части, что приводит к дополнительному отклонению пучка заряженных частиц.

Литература

- [1] Афанасьев В. П., Явор С. Я. Электростатические энергоанализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978. 224 с.
- [2] Шеретов Э. П. // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 7. С. 1360—1365.
- [3] Баранова Л. А., Явор С. Я. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 2. С. 217—232.
- [4] Engelhardt H. A., Back W., Menzel D. // Rev. Sci. Instr. 1981. Vol. 52. N 6. P. 835—839.
- [5] Баранова Л. А., Явор С. Я. Электростатические электронные линзы. М.: Наука, 1986. 190 с.
- [6] Пирс Дж. Р. Теория и расчет электронных пучков. М.: Сов. радио, 1956. 216 с.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
31 мая 1988 г.