

01; 04; 07

## СКИН-ЭФФЕКТ В ПЛОТНОЙ ИОНИЗУЮЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ

Г. В. Иваненков, С. Б. Тараненко

Исследуется влияние многократной ионизации и излучения (тормозного и фоторекомбинационного) на скин-эффект в плотной плазме. Рассматриваются предельные случаи: 1) быстрый скин-эффект, когда за короткие времена нагрева не успевают сказаться движение плазмы и любые виды потерь (излучение, электронная теплопроводность); 2) замедление скинирования под влиянием радиации, достигающей равновесия с джоулевым нагревом. Исследуются автомодельные решения задачи для полупространства. Результаты применяются к анализу экспериментов с взрывающимися проволочками. Показывается, что в типичных для сильноточных ускорителей условиях в результате скинирования тепла и тока при свободном разлете плазмы, образующейся при взрыве, возникают трубчатые структуры. Их размеры порядка десятков микрон, а температура превосходит 50 эВ. Погонная мощность и полный выход излучения «трубочек» уже на этой стадии дают существенный вклад в баланс энергии в разряде.

Неисчезающий интерес к быстрому  $z$ -пинчу вызван его применением к УТС, генерации мягкого рентгеновского излучения, сильных импульсных магнитных полей. Сильноточные ускорители со скоростью роста тока разряда 1–10 кА/нс успешно выступили в роли генераторов плотной, горячей и высокоионизованной плазмы. Типичны системы с взрывающимися одиночными [1], несколькими параллельными [2] или скрещенными ( $x$ -пинч) [3] проволочками (см. обзор [4]). В них происходит разогрев металла током, взрыв, разлет образующейся плазмы, ее дальнейший нагрев, скинирование тока, замагничивание электронов и пинчевание в перетяжках. Возникающие микропинчи выделяются яркостью свечения на остальном фоне. Получены плотности электронов до  $10^{22}$ – $10^{23}$  см $^{-3}$ , температуры  $\sim 1$  кэВ, кратности ионизации вплоть до Ni-подобных ионов W $^{+46}$  и Au $^{+81}$  с энергиями отрыва последнего электрона 20–25 кэВ. Размеры соответствующих источников линейчатого излучения 1–10 Å в  $x$ -пинче часто были  $< 10$  мкм [5, 6], а удельная мощность порядка скорости ввода энергии.

Малость пространственно-временных масштабов перетяжек обуславливает их незначительность, несмотря на высокую удельную интенсивность, в общем энергобалансе взрывающихся проволочек. К этому выводу ведут и оценки [5], и прямые измерения энерговклада [7]. Поэтому интересны такие особенности свечения плазменного шнура, как трубчатые структуры на обскуrogramмах, полученных для самых различных материалов проволочек в экспериментах на ускорителе «Дон» без предымпульса [5, 8], и ускорителе «Грифон» с предымпульсом [7]. В  $x$ -пинче они целиком охватывают шнуры плазмы вне микропинча в перекрестьях [6]. Это позволяет считать, что «трубочки» образуются еще при разлете плазмы до пинчевания. Непосредственно перед образованием перетяжек на ЭОП-граммах [9] наблюдались также кольцевые структуры.

В настоящей работе мы займемся процессами нагрева разлетающейся плазмы и образования трубчатых структур. В основу положим данное в [5, 6] объяснение явления свечением скин-слоя. Ограничимся свободным разлетом плазмы (токи еще малы для замагничивания электронов), исключив процессы торможения шнура и формирования кольцевых структур. Качественное объяснение последнего на основе теории [10] дано в [8].

В ходе нелинейного скинирования тепла и тока в плотной плазме удобно выделить два этапа. На самом быстром первом этапе в нагреве не успевают

сказаться движение плазмы и любые виды потерь энергии (прежде всего радиационных), кроме ионизации. Излучение (тормозное и фоторекомбинационное, линейчатое же в наших условиях невелико), резко замедляющее сканирование, важно на втором этапе. В обоих случаях можно ограничиться неподвижной плазмой, равновесной по Саха.

## 1. Основные задачи

Скин-эффект в неподвижной и незамагнеченной плазме описывается уравнениями квазистационарной электродинамики и теплообмена

$$\Delta E = 4\pi c^{-2} \partial_t (\varepsilon E), n \partial_t \varepsilon = \varepsilon E^2 - Q. \quad (1)$$

Здесь  $n$  — плотность ионов, а  $Q$  — плотность потерь тепла, малых для холода, но важных для достаточно нагретой плазмы. Зависимость проводимости  $\varepsilon$  и удельной (на один атом) внутренней энергии  $\varepsilon$  от температуры  $T$  и кратности ионизации  $Z$  ведет к нелинейности системы, которую надо дополнить уравнением для  $Z$ . Просты модели полностью ионизованной плазмы из электронов и голых ядер (можно принять  $Z=1$ ) и плазмы с тяжелыми ионами, полная «обдирка» которых недостижима за время нагрева, а связь  $Z$  и  $T$  определяется условием равновесия Саха.

Значение  $\varepsilon$  в ионизующейся среде включает кинетическую энергию частиц и вклад ионизации

$$\varepsilon = 3(1+Z)T/2 + \int_0^Z \varepsilon_Z dZ$$

( $\varepsilon_Z$  — энергия отрыва  $Z$ -го электрона, интерполированная в непрерывной области изменения  $Z$ ). С помощью кулоновской оценки  $\varepsilon_Z \approx \varepsilon_1 Z^2$ , пренебрегая логарифмическим по Саха изменением отношения  $\eta = T/\varepsilon_Z$ , представим интеграл как  $ZT/3\eta$ . Параметр  $\eta$  в широком диапазоне температур принимает значения 0.1—0.3 [11]. Фиксируя  $\eta = 2/9 \approx 0.2$ , получим  $\varepsilon \approx 3(1+2Z)T/2$ . Для  $Z \geq 2$  в скобках можно опустить единицу. В итоге формулы для проводимости и внутренней энергии плазмы примут вид

$$\varepsilon = Z^{-1} k T^{3/2}, \quad \varepsilon = 3ZT \quad (2)$$

( $k \approx 1/m_e^{1/2} e^2 \Lambda$  — спитцеровская комбинация постоянных и кулоновского логарифма). При этом кратность ионизации связана с температурой  $Z = \sqrt{T/T_*}$ ,  $T_* = \eta \varepsilon_1 \approx 1$  эВ. Полезны и типичные значения  $\varepsilon_* = kT_*^{3/2}$  и  $\varepsilon_* = 3T_*$ .

Пока нагрев мал, слабо и излучение и в уравнениях (1)  $Q=0$ . Сразу после взрыва  $Z \approx 1$ , далее оказывается ионизация. Оба случая можно объединить, заменив в формулах (2) заряд ионов величиной  $Z^\beta$ . Параметр  $\beta=0$  без ионизации и 1 в ионизующейся плазме. Классической теории скин-эффекта с постоянной проводимостью отвечает  $\beta=3$ . Формально сохраняя связь  $T=T_* Z^2$  и при  $\beta \neq 1$ , перепишем систему (1)

$$\Delta E = \frac{4\pi \varepsilon_*}{c^2} \partial_t (Z^{3-\beta} E), \quad (2+\beta) \partial_t Z = \frac{\varepsilon_*}{n \varepsilon_*} (Z^{1-\beta} E)^2. \quad (3)$$

Препятствуют сканированию теплопроводность и излучение  $Q=Q_c+Q_r$ . Мощность последнего возьмем в виде [5, 6, 8]

$$Q_r = Q_* Z^{3+1}; \quad Q_* = K b n^2 \sqrt{T_*}, \quad K \approx 1 + \beta K_0 / \eta, \quad K_0 \approx 1 \quad (4)$$

( $\beta K_0 / \eta$  — отношение рекомбинационных и тормозных потерь, постоянная  $b \approx 8\pi e^6 / 3m_e^{5/2} c^3 \hbar$ , поглощение и линейчатое излучение опущены). Оценив электронную теплопроводность  $Q_c \approx n \chi T^{-2}$  ( $\chi = \chi_* Z^{5-\beta} \sim Z^{-\beta} T^{4/3}$ ;  $\chi_* \approx 1$  см<sup>2</sup>/с), обнаружим преобладание радиации всюду, кроме поверхностного слоя ширины  $l \approx \sqrt{\chi_* t_*} Z^{3-2\beta}$ . Время  $t_* = n \varepsilon_* / Q_r$  определяет темп радиационного охлаждения. Для типичной плотности  $10^{20}-10^{21}$  см<sup>-3</sup> [5, 8] оно  $\approx 10$  нс, в области 1—10 эВ

$(Z \sim 1)$  размер  $l \simeq 1$  мкм, тогда как ширина скин-слоя  $100-10$  мкм. Влияние радиации на скин-эффект мало, если время нагрева  $t_0 \simeq n\epsilon/\sigma_* E_0^2 \ll t_*$ . Однако условие  $Q_c \ll Q_r$  ведет к неравенству  $l \ll c\sqrt{t_0/\sigma_*}$ , правая часть которого характеризует толщину скин-слоя. Отсюда ограничение

$$c^{-2}\gamma_*\sigma_* \ll (E_*/E_0)^2 \ll 1 \quad (E_* = \sqrt{Q_*/\sigma_*}). \quad (5)$$

В полях  $E_0 \sim 0.1$  МВ/см ему отвечают плотности  $10^{18}-10^{21}$  см $^{-3}$ , вполне реальные в экспериментах с проволочками в диодах ускорителей.

Рассмотрим теперь влияние радиации на скин-эффект в многократно ионизующейся плазме, когда важны тормозные потери и фоторекомбинация. В экспериментах с проволочками радиационная стадия сменяет быстрое скинирование при  $Q \simeq 0$ . Здесь можно оценить (см. раздел 4), что  $n = 10^{20}-10^{21}$  см $^{-3}$ ,  $Z^2 \geq 10$ ,  $E > 0.1$  МВ/см, скин-слой прозрачен для квантов непрерывного спектра. Аналогичные оценки подтверждают запертость линий (пробег  $\sim 1$  мкм) в плазме, все еще холодной для ионизации глубоких оболочек. Обычные для сильноточных ускорителей поля больше  $E_* = 10-100$  кВ/см, нагрев может балансироваться излучением. Выбрав за масштаб поле на поверхности  $E_s$ , напишем критерий квазистационарности

$$Z = E/E_*, \quad t_* \ll Z_s E_s / \dot{E}_s, \quad (6)$$

преобразовав второе уравнение системы (1) с помощью (2), (4) при  $\beta = 1$ . Здесь  $Z_s = E_s/E_*$  — пропорциональная  $E_s$  кратность ионизации на поверхности, а время в правой части неравенства — скорость нагрева.

Условие (6) превращает систему (1) в нелинейное уравнение теплопроводности

$$\Delta Z = 12\pi c^{-2} \sigma_* Z^2 \partial_t Z. \quad (7)$$

Тип температурной зависимости коэффициента, противоположный известному случаю [11], запрещает появление решений с резким фронтом. Все же, как и в последней теории, полезно начать с автомодельных решений. Отметим, что таковые возможны и для полных уравнений (1), (2), (4) [12].

## 2. Автомодельные решения системы (3)

Исследуем нелинейный эффект усиления вытеснения тока к поверхности с ростом проводимости при нагреве плазмы этим током. Рассмотрим одномерную задачу для полупространства  $x > 0$ . На поверхности  $x=0$  зададим поле  $E_s(t)$  (приложенное напряжение). Вид последнего установим из совместности с условием автомодельности.

Для  $\beta = 3$  такая задача автомодельна [13]. Рассмотрим ее обобщение

$$E(x, t) = E_s(t) f(\xi), \quad Z(x, t) = Z_s(t) g(\xi); \quad \xi = x/\delta(t) \quad (8)$$

с неизвестным пока масштабом  $\delta$  (толщиной скин-слоя). Деля в (3) с помощью (8) переменные, найдем уравнения временного и пространственного изменений полей. Четыре постоянных разделения связаны парой соотношений (одно отражает задание поля на поверхности, а другое — переопределенность системы уравнений временной эволюции). Одна из постоянных фиксирует масштаб автомодельной переменной  $\xi$ . Это связано с масштабной инвариантностью уравнений для  $f$  и  $g$ , в принципе позволяющей преобразовать систему в автономную и затем понизить ее порядок.

Для выбора масштаба  $\xi$  потребуем, чтобы выражение для  $\delta$  при  $\beta = 3$  перешло в формулу классической теории скин-слоя при мгновенном включении постоянного поля. Это вводит [12] еще одну связь между постоянными разделения. Остается один независимый параметр, например  $\gamma$  — темп эволюции скин-слоя с изменением напряжения. В итоге задача принимает вид

$$(2 + \beta) f'' = f g^{3-\beta} [(\gamma - 2 + 3\beta/2) + (3 - \beta) f^2 g^{1-2\beta} + \gamma \xi (\ln f')], \quad -\gamma \xi (\ln g)' = 1 - f^2 g^{1-2\beta}; \quad f(0) = g(0) = 1, \quad f(\infty) = 0. \quad (9)$$

$$E_s = E_0 (1 - t/t_0)^{-\alpha}, \quad Z_s = Z_0 (1 - t/t_0)^{-1/(2\gamma-3+\beta)} \quad (10)$$

содержат искомый закон изменения напряжения. Постоянная интегрирования  $t_0$ , характеризующая время нагрева, имеет любой знак в зависимости от связанного с  $\gamma$  показателя степени  $\alpha$ . Напряжение имеет взрывной рост при положительных значениях величин  $\alpha$  и  $t_0$  и степенной (со сдвигом  $t$  на  $|t_0|$ ) — при отрицательных. При  $\alpha t_0 < 0$  напряжение падает, а температура растет. Наконец, скин-слой сжимается при  $\gamma > 0$

$$\delta = \frac{c \sqrt{n \epsilon_* / 4\pi}}{\sigma_* E_s Z^{3-\beta/2}} \sim (1 - t/t_0)^{\gamma(2\gamma-3+\beta)}, \quad (11)$$

увеличиваясь в противном случае. Анализ показывает, что в растущем поле скинирование без ионизации отвечает  $0 < \alpha < 1/2$  в области взрывного роста напряжения, а в ионизующейся плазме  $\alpha > 1/2$  (взрывной рост) или  $\alpha < 0$  (степенной рост). Отметим вырождение при  $\alpha=1/2$  ( $t_0=0$ ) и  $\pm\infty$  ( $|t_0|=\infty$ ) — нарушение условия (5).

Система (9) точно решается для постоянных проводимости  $\beta=3$  или толщины скин-слоя при  $\beta > 1/2$ ,  $\gamma=0$ . Осмыслено лишь  $\beta=1$  — затухание поля в глубь ионизующейся плазмы при спаде напряжения по закону (10) с показателем  $\alpha=1/4$ . Интересен и случай ступенчатого напряжения  $\alpha=0$  при  $\beta=4/3$ . Близость

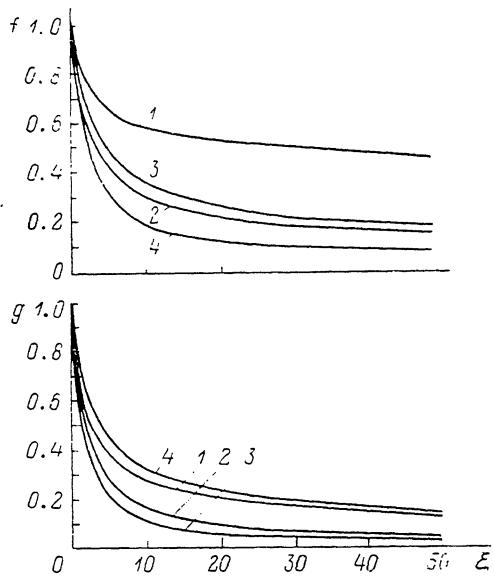


Рис. 1. Пространственное изменение напряженности электрического поля и среднего заряда ионов с глубиной плазмы.  
f: 1 — 0, 2—4 — 1; g: 1 — 2.2, 2 — 0, 3 — 0.6, 4 — 2.

$4/3$  к 1 позволяет приближенно решить задачу с  $\alpha=0$  для плазмы с неограниченной возможностью «обтирки» ионов, нагрев и ионизация которой идут быстрее изменения напряжения. В этом случае темп скинирования  $\gamma \rightarrow 0$ , тогда уравнения (9) приближенно сводятся к автономной системе на плоскости [12]. Границные условия выделяют траекторию, отвечающую монотонно убывающему с глубиной полю. Близкие траектории характеризуются сменой спада неограниченным ростом.

Асимптотическая неустойчивость затрудняет решение задачи стандартными численными методами. Поэтому вместо условия исчезновения поля на бесконечности потребуем выхода решения на асимптотики [12]

$$f \simeq (1 + B^{-1/\mu} \xi)^{-\mu}, \quad g \simeq (1 + C^{-1/\nu} \xi)^{-\nu}. \quad (12)$$

Постоянные  $B$  и  $C$  в (12) связаны с производной  $f'(0)$ , оценка которой полезна при решении системы (9) методом пристрелки. Степенные показатели имеют значения  $0 < \mu < 1$ ,  $0 < \nu < 1/2$  в отсутствие ионизации и  $1/2 < \mu < 1$ ,  $0 < \nu < 1$  при многократной ионизации. В этих случаях скинированию отвечает взрывной рост напряжения с показателями  $0 < \alpha < 1/2$  ( $\gamma > 2$ ) при  $\beta=0$  и  $\alpha > 1/2$  ( $\gamma > 1$ ) при  $\beta=1$ , область значений показателя  $\alpha$  теперь уже. Ситуация с  $\alpha$  у нас сложнее, чем для известных типов автомодельности первого и второго родов, когда связь  $\xi$  и  $t$  дается анализом размерностей либо исследованием фазовых траекторий вблизи особых точек [11, 14]. Автомодельность требует существования пары независимых размерных постоянных задачи, отличных от длины и

времени. В нашем случае среди определяющих параметров присутствуют  $c$ ,  $\sigma_*$ ,  $\epsilon_*$ ,  $E_0$ ,  $Z_0$  и удается ввести постоянные длины и времени. Группа подобия теперь шире (так что термин «автомодельный» у нас не вполне корректен), и наши неравенства, видимо, полностью определяют область изменения  $\alpha$ .

Полученные результаты позволили решать методом пристрелки на каждом шаге задачу Коши вместо краевой. В роли теста бралось точное решение  $\beta=1$ ,  $\gamma=0$ , имеющее вид (12). Интегрирование показало наличие критического значения  $\xi_c$ , выше которого численное решение резко уходило от истинного. С уточнением  $f'(0)$  значение  $\xi_c$  увеличивалось. В приведенных на рис. 1 примерах достигались значения  $\xi_c \approx 100$  с выходом на асимптотики при  $\xi \leq 30$ . Наиходшее с точки зрения счета поведение решений наблюдалось для кривой 1. Медленность спада  $f(\xi) \sim \xi^{-0.2}$  вела к накоплению ошибок счета, в связи с чем  $\xi_c$  доводилось лишь до  $\approx 60$ , что потребовало уточнения  $f'(0)$  до десятого знака ( дальнейшие итерации теряли смысл). В других случаях оказалось  $\xi_c = 100 - 120$ .

### 3. Автомодельные режимы радиационного сканирования

Рассмотрим излучающее полупространство. Разделив в (7) переменные (8) (в силу (6) теперь  $g=f$ ), найдем временные законы поведения

$$\delta = (c/3Z_0) \sqrt{|t_0|/4\pi\sigma_*} (Z_0/Z_s)^\rho, \quad E_s = E_0 (1 - t/\alpha t_0)^{-\alpha}. \quad (3)$$

В них  $\rho=1+1/2\alpha$ , а в роли постоянных интегрирования выступают начальное поле  $E_0$  (как и в разделе 2) и независимая от исходных данных постоянная времени

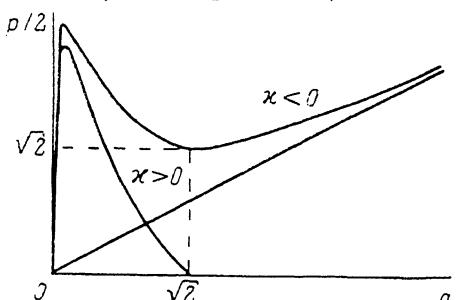


Рис. 2. Фазовые траектории системы (16), удовлетворяющие условию затухания поля с глубиной плазмы.

времени  $t_0$ . Рост приложенного к плазме поля (взрывной при  $\alpha > 0$ , экспоненциальный при  $\alpha \rightarrow \infty$  и степенной со сдвигом  $t$  на  $|\alpha| t_0$  при  $\alpha < 0$ ) отвечает  $t_0 > 0$ . Спад поля и охлаждение плазмы при  $t_0 < 0$  неинтересны.

В греющейся плазме вытеснению поля отвечает  $\rho > 0$ . В экспериментах с взрывающимися проволочками  $E_s$  определяется диодным напряжением. Импеданс плазменной нагрузки  $R \sim 1/\sigma_s \delta \sim Z_s^{-2}$  ( $\sigma_s = \sigma_* Z_s^2$  — проводимость на поверхности плазмы) падает при  $\rho < 2$ . В итоге область сканирования сужается до интервала  $|\alpha| \geq 1/2$ , куда попадает и интересное

далее значение  $\alpha = -2$ . Почти во всем этом интервале, как показывает анализ [12], при  $\alpha < -1/2$  и  $\rho > 1$  возможности применения модели (7) улучшаются с ростом времени.

Анализ пространственной структуры полей сводится к задаче

$$3f'' = f^2(f + \rho\xi f'), \quad f(0) = 1, \quad f(\infty) = 0, \quad (14)$$

имеющей точное решение  $f = (1 + \xi/\sqrt{6})^{-1}$  для постоянной толщины скрин-слоя  $\delta$  ( $\rho = 0$  или  $\alpha = -1/2$ ). В общем же случае можно воспользоваться масштабной инвариантностью уравнения (14) и путем замены  $f = \sqrt{3}u(\lambda)/\xi$  ( $\lambda = \ln \xi$ ) свести его к системе автомодельных уравнений

$$u' = v, \quad v' = (3 + \rho u^2)v - [2 + (\rho - 1)u^2]u \quad (15)$$

(штрих означает производную по  $\lambda$ ).

При  $\rho < 1$  она имеет неустойчивый узел  $u=v=0$  и пару седел  $u=\pm u_*$ ,  $v=0$  ( $u_* = \sqrt{2}/(1-\rho)$ ). В пределе  $\rho \rightarrow -\infty$  седла сливаются с узлом, а при  $\rho > 1$  их нет.

Анализ (15) говорит о монотонном затухании полей в глубь плазмы [12]. Наиболее прост случай больших  $|\alpha|$ , когда  $\rho \rightarrow 1$ . Обозначив  $\kappa = -1/2\alpha$ ,

$=1-p$ , имеем  $u_* = \sqrt{2/z}$  при  $z > 0$  (степенной рост напряжения (13)). Рассмотрим также отрицательные  $z$ . Совершим в системе (15) замену  $u=q|z|^{-1/2}$ ,  $v=p|z|^{1/2}$  и перепишем ее в виде

$$z^2 p \partial_q p = z(3 - sq^2) + (pq - 2 + sq^2)q, \quad z = |z|. \quad (16)$$

При  $z > 0$  параметр при производной мал, и в пределе уравнение (16) вырождается в алгебраическое. Первое из его двух решений проходит через узел  $p=q=0$ . Второе  $p=-sq+2/q$  распадается на пару ветвей, при  $z \rightarrow 0+$  проходящих через седла  $p=0, q=\pm\sqrt{2}$ , а при  $z \rightarrow 0-$  имеющих экстремумы  $p/2=q=\pm\sqrt{2}$ . На рис. 2 им отвечают фазовые траектории, идущие при  $\lambda \rightarrow +\infty$  в седло  $u=u_*$ , если  $z > 0$ , и в бесконечность  $u \sim \xi|z|^{1/2}$  при  $z < 0$ . Обе они согласуются с условиями (14) на поверхности и бесконечности. Решение же, идущее в седло  $u=-u_*$ , как и континuum других кривых, выходящих из узла, не удовлетворяет нас.

Полученная при  $\rho \approx 1$  качественная картина сохраняется и при других значениях  $\rho$ . Для проволочек интересен случай  $\rho=3/4$ , близкий к пределу  $z \rightarrow 0+$ . Здесь можно получить приближенное представление [12]

$$f \approx (1 + 2\sqrt{2}\xi/3)^{-1} \quad (17)$$

монотонного затухания поля в глубь нагреваемой током плазмы.

Для решения (17), как, впрочем, и в разделе 2, возникает предельная для его применения глубина  $\sim (2+t/t_0)^{1/2}$ , на которой температура падает до начального значения. Временные рамки модели в греющейся плазме ограничены сверху замагничиванием электронов. Влияние магнитного поля мало, если циклотронная частота  $\omega_{ce}=eB/m_ec$  ниже частоты электронионных соударений  $\nu_{ei}=4\pi Z^2 e^4 n / \sqrt{m_e T}$ . Используя значения параметров плазмы на поверхности, с помощью

представления  $B_s = 4\pi c^{-1} \int_0^\infty z E dx \approx 4\pi c^{-1} \varepsilon_* T_*^{1/2} E_s$  и выражения для ширины скин-слоя (13) найдем

$$Z_s/Z_0 < (36\pi e^6 m_e c^2 / Kb T_*^{1/2} t_0 Z_0^6)^{1/2(1-\rho)}. \quad (18)$$

Правая часть должна превосходить единицу, откуда следует неравенство

$$n > E_0 (\varepsilon_*^3 t_0 T_*^2 / 36\pi e^6 m_e c^2 K^2 b^2)^{1/6}.$$

Для  $E_0=0.1-0.2$  МВ/см и  $t_0=10$  нс из него находим условие  $n > 10^{20}$  см<sup>-3</sup>, выполненное в экспериментах со взрывающимися проволочками. В менее плотной неподвижной плазме с замагничиванием электронов появляется преобладающее над приложенным продольным поперечное холловское поле. Оно не только компенсирует дрейф электронов в глубь плазмы, но и перемещает ионы в том же направлении, нарушая нашу постановку задачи. В случае проволочек это отвечает торможению разлета. Последнее, в частности, позволяет исключить поджимающиеся менее плотные слои реально неоднородной плазмы.

#### 4. Применение к экспериментам со взрывающимися проволочками

Выражения для толщины скин-слоя позволяют дать оценки скинирования в плотной плазме в диодах спиралоточных ускорителей. Будем исходить из модели [5, 8], применимой к металлическим проволочкам диаметров 0.1—100 мкм. Имеющиеся фотографии подтверждают отсутствие взрыва проволочек диаметром 10—100 мкм на предынпульсе ускорителя «Дон» (100—200 кА, 200—400 кВ, 50 нс, зарядка оконечной емкости 20 пФ за время 250 нс до напряжения 400—800 кВ). Соответствующий ток ниже 50 А лишь слегка нагревает ( $\simeq 10^{-2}$  эВ) проволочку с импедансом  $\simeq 1$  Ом.

Воспользуемся расчетами [5, 8], выполненными на примере алюминиевой проволочки радиуса 10 мкм и длины 1 см. В них брался закон проводимости типа

предложенного в [15] (рис. 3). В этих условиях за несколько наносекунд металл нагревается выше температуры испарения и при нескольких электрон-вольтах неравновесно превращается в плотную плазму. Ее проводимость  $\sigma \approx \epsilon_{F,i}^{3/2} e^2 m_e^{1/2}$  ( $\epsilon_F \approx \hbar^2 n^{1/3}/m_e$ ) минимальна, а тепловая энергия атомов достаточна для их перемещения между потенциальными ямами решетки. Температура перехода  $T_{ex}=2\sqrt{3} \approx 2$  эВ ( $\Lambda \approx 3$  эВ/атом — энергия испарения) определяет скорость разлета продуктов взрыва  $V=3c_s \approx 10$  мкм/нс ( $c_s$  — скорость звука). Образуется плотная, хорошо ионизированная, холодная плазма ( $\approx 5 \cdot 10^{22}$  см $^{-3}$ ,  $\approx 2$  эВ, степень ионизации десятки процентов, давление сотни килобар и сопротивление несколько килоом). Адиабатический разлет охлаждает плазму ниже 1 эВ, доводя плотность до  $\approx 10^{21}$  см $^{-3}$ , «закалка» сохраняет высокую степень ионизации к началу следующей стадии. Квантовые эффекты, важные вначале, исчезают с джоулевым нагревом, превосходящим затем охлаждение при расширении (момент их равновесия связем с началом отсчета времени). С нагревом сопротивление плазмы быстро падает, происходит дальнейшая ионизация и возникает скин-эффект.

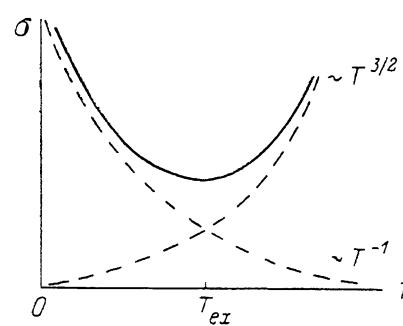


Рис. 3. Качественный температурный ход проводимости в процессе взрыва.

Он сначала идет в области первой ионизации  $T=0.3-3$  эВ  $\sim T_*$ ,  $Z \approx 1$ , когда применима теория раздела 2 с  $\beta=0$ . Указанным выше параметрам отвечает время нагрева (10), по крайней мере не превышающее время радиационного охлаждения  $t_* \approx 3$  нс. Времена разлета и роста ЭДС  $\approx 10$  нс. Высокий импеданс говорит о равенстве ЭДС и диодного напряжения, и можно рассмотреть неподвижную плазму в поле  $E_s=E_0(1+\alpha t/t_0)$  с малым значением показателя  $\alpha$  и  $t_0 \approx 2$  нс ( $Z_0=-0.5$  и  $E_0=0.1$  МВ/см; при  $\alpha \approx 0.1$  время  $t_0/\alpha$  сравнивается с фронтом эдс). Поэтому скин-слой  $\delta \sim (1-t/t_0)^{-2}$  ((11) при  $\alpha \rightarrow 0$ ) быстро сжимается за время 2 нс. Результат теряет смысл при  $t \rightarrow t_0$ : наша промежуточная асимптотика нарушается как для малых времен (грубость описания начального хода нагрева), так и больших (при  $t \rightarrow t_0$  надо учесть дальнейшую ионизацию). Поэтому использование решения раздела 2 в нашем случае сводится к предсказанию быстрого ( $\sim 1$  нс) начала скинирования тока и тепла.

С нагревом до второй ионизации и выше применимы решения раздела 2 •  $\beta=1$ . Их нарушение при  $t \rightarrow 0$  связано с предыдущим случаем. При больших  $t$  оказывается излучение. Хотя потери на ионизацию снижают темп нагрева, время радиационного охлаждения  $t_* \approx 3$  нс все же коротко. Время нагрева  $-t_0=3(1-2\alpha)n\varepsilon_*Z_0/\sigma_*E_*^2$  должно быть столь же мало. При  $E_0=0.3$  МВ/см,  $\kappa \approx 10^{21}$  см $^{-3}$  и  $Z_0 \approx 1.5$  находим значение  $-t_0/(1-2\alpha) \approx 2$  нс, вынуждающее принять  $\alpha \rightarrow 0$ . Соответствующее решение применимо вплоть до  $Z \approx 3$ , температура поверхности растет от 3 до 10 эВ. При этом формула (11) говорит о сжатии скин-слоя от  $\approx 200$  до  $\leq 150$  мкм, тогда как радиус  $a$  плазмы достигает  $\approx 100$  мкм — формируется скин-слой. Далее  $T \geq 10$  эВ, наступает радиационная стадия с типичным временем 10 нс. В ее начале примем  $Z_0=3$ ,  $E_0=0.3$  МВ/см,  $\kappa_0=10^{21}$  см $^{-3}$ ,  $E_*=0.1$  МВ/см,  $\delta_0=150$  мкм,  $a_0=100$  мкм.

Теперь учтем расширение плазмы со скоростью  $V$ . Процесс разлета, начинаящийся с прохождения волны разрежения по первоначально плотному веществу и испарения значительной части перегретого металла, ведет к радиальной неоднородности плазмы. Хотя в нашей модели плотность однородна, в ней легко учесть нестационарность: определяющая решение уравнения (7) граничная функция  $Z_s(t)=E_s/E_*$  может меняться как за счет поля диода (числитель), так и пропорционального плотности знаменателя. Важно лишь совпадение типов зависимости.

В нашем примере радиационное скинирование возникает спустя  $\approx 10$  нс (длительность фронта эдс) после включения напряжения. Поэтому примем  $E_s=\text{const}$  и закон свободного разлета  $n=n_0(1+Vt/a_0)^{-2}$ , в котором  $2t_0=a_0/V \approx 10$  нс. Это эквивалентно постоянной плотности при росте поля по закону (13) с показателем  $\alpha=-2$ . Время роста приемлемо для согласования выражения (13)

с начальным размером скин-слоя 150 мкм (значение фигурирующей в (13) постоянной  $t_0 = 36\pi c^{-2} Z_0^2 \delta_0^2 \simeq 5$  нс). В итоге поле вытесняется из плазмы по закону (12) с показателем  $\rho = 3/4$  из найденного в разделе 3 промежутка 0—2. Изменение сопротивления согласуется с наблюдающимся спадом до величин  $\sim 1$  Ом. Состоянию плазмы в момент замагничивания электронов (см. (18)) отвечает пропорциональное повышение заряда ионов и такое же снижение плотности за время  $\simeq 7$  нс.

В ходе радиационного скинирования достигаются кратность ионизации  $Z_s \simeq 8$  и температура  $T_s \simeq 60$  эВ при плотности  $n \simeq 3 \cdot 10^{20}$  см<sup>-3</sup>. Скин-слой сжимается до размера  $\simeq 50$  мкм и светится в виде «трубочек» на фоне шнура плазмы радиуса 150—200 мкм. Жесткость излучения до 0.3—0.4 кэВ ( $\varepsilon_8 = 285$  эВ,  $\varepsilon_9 = 330$  эВ,  $\varepsilon_{10} = 400$  эВ) говорит о переходе «обтирки» алюминия от  $M$ - к  $L$ -оболочке. С удалением от поверхности на 70 мкм (цилиндрическая геометрия проявляется слабо) заряд ионов снижается (см. (17)) почти вдвое и энергия квантов  $\hbar\omega \leq \varepsilon_4 = 120$  эВ. Поэтому излучающий слой высоконапонизованной плазмы сравнительно тонок. Его эмиссия преимущественно фоторекомбинационная, но содержит также тормозную и запертую, практически во всем скин-слое линейчатую составляющие. Низка и тормозная компонента (в формуле (4)  $K \simeq 10$ ). В итоге по рекомбинации погонная мощность излучения оценивается величиной 10 ГВт/см, а полный за время  $\simeq 10$  нс выход 100 Дж/см. Эмиссия в линиях  $\sim 0.1$  Дж/см. Таков же выход жесткого излучения  $\hbar\omega > 0.3$  кэВ. Преобладает мягкая эмиссия в непрерывном УФ спектре. Подобные выводы верны и для  $x$ -пинча [6], где трубчатое свечение видно по всей длине скрещенных проволочек.

Наши оценки выхода излучения согласуются с данными, полученными на ускорителе «Тритон» [7]. Сравнение картин для проволочек различных диаметров привело авторов [7] к выводу о доминировании скин-слоя в интегральном балансе излучения и малости доли перетяжек (см. также оценки излучения отдельной перетяжки [5, 6]). Однако состав тепловой эмиссии различен: в фазе радиационного сжатия (10—100 пс) в микропинче отпираются линии переходов глубоких оболочек. К сожалению, интегральный по времени характер данных [7] (мощность излучения  $\simeq 25$  ГВт, выход  $\simeq 300$  Дж) затрудняет сравнение с ними наших оценок, относящихся к стадии разлета.

Выход на беннетовское равновесие меняет динамику скин-слоя: токовая скорость превышает альвеновскую, равную звуковой, и образуются колышевые структуры, далее формирующиеся в перетяжки [9]. Это явление в [9] объясняется нелинейным опрокидыванием бегущей волны магнитного поля, вносимого в плазму сверхзвуковым потоком электронов [10]. Отметим, что сверхзвуковая токовая скорость означает узость скин-слоя  $\delta < c\sqrt{2/\omega_{pi}} = a\sqrt{m_e c^2 / 2(Ze)^2 N}$ . Радиус разлета практически не зависит от диаметра проволочки, с последним связана лишь линейная плотность ионов  $N$ . Это поясняет факт наблюдения в [7, 16] «бесперетяжечного» свечения скин-слоя при взрыве достаточно толстых проволочек. Сказанное свидетельствует об универсальности радиационного скинирования в сложной цепи процессов динамики плазмы взрывающихся проволочек.

## Литература

- [1] Mosher D., Stephanakis S. J., Vitkovitsky I. M. et al. // Appl. Phys. Lett. 1973. Vol. 23. P. 429—430.
- [2] Stallings C., Nielsen K., Schneider R. // Appl. Phys. Lett. 1976. Vol. 29. P. 404—406.
- [3] Захаров С. М., Иваненков Г. В., Коломенский А. А. и др. // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8. Вып. 17. С. 1060—1063.
- [4] Иваненков Г. В., Самохин А. И. Препринт ФИАН. № 80. М., 1984. 61 с.
- [5] Захаров С. М., Иваненков Г. В., Коломенский А. А. и др. Препринт ФИАН. № 240. М., 1984. 45 с.
- [6] Захаров С. М., Иваненков Г. В., Коломенский А. А. и др. // Физика плазмы. 1987. Т. 13. № 2. С. 206—215.
- [7] Аранчук Л. Е., Боголюбский С. Л., Тельковская О. В. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 11. С. 2222—2224.
- [8] Захаров С. М., Иваненков Г. В., Коломенский А. А. и др. // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. Вып. 18. С. 1145—1149.
- [9] Айвазов И. К., Аранчук Л. Е., Боголюбский С. Л., Волков Г. С. // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41. Вып. 3. С. 111—114.

- [10] Кингсеп А. С., Рудаков Л. И., Чукбар К. В. // ДАН СССР. 1982. Т. 262. № 5. С. 1131—1134.
- [11] Зельдович Я. Б., Райзнер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
- [12] Иваненков Г. В., Тараненко С. Б. Препринт ФИАН. № 145. М., 1987. 49 с.
- [13] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [14] Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б. // УМН. 1971. Т. 26. № 2. С. 115—129.
- [15] Волков Н. В. // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 9. С. 2000—2002.
- [16] Захаров С. М., Иваненков Г. В., Коломенский А. А. и др. Препринт ФИАН. № 264. М., 1981. Физика плазмы. 1983. Т. 9. № 3. С. 469—476.

Физический институт  
им. П. Н. Лебедева АН СССР  
Москва

Поступило в Редакцию  
19 мая 1988 г.