

06; 09

## ВОЗБУЖДЕНИЕ И ПРИЕМ ПОВЕРХНОСТНЫХ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН МНОГОЭЛЕКТРОДНЫМИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ. II

И. А. Гиллинский, И. М. Щеглов

Исследованы предельные случаи теории возбуждения и приема поверхностных магнитостатических волн, развитой в предыдущей работе. Рассмотрен случай «редких» электродов, когда расстояния между электродами велики по сравнению с толщиной магнитной пленки и шириной электродов. Показано, что при этом условии задача эффективно сводится к одноэлектродной. Исследован также простой случай «узких» электродов, ширина которых мала по сравнению с толщиной пленки. Приведены примеры численных расчетов некоторых характеристик возбуждающего преобразователя с «узкими» электродами.

Развитая в предыдущей работе [1] строгая теория возбуждения и приема ПМСВ требует проведения большого объема вычислений на ЭВМ. Поэтому целесообразно исследовать некоторые предельные случаи, позволяющие получить явные выражения для искомых величин, либо существенно уменьшить время, требуемое на численные расчеты. Можно выделить две такие ситуации.

### «Редкие» электроды

Будем считать, что толщина пленки  $l$  мала по сравнению с расстоянием между электродами  $y_{m+1} - y_m$ , а ширина электрода  $w_m$  и  $l$  могут быть одного порядка. Будем учитывать члены первого порядка малости  $l/(y_{m+1} - y_m)$  и пренебрегать поправками второго порядка. Покажем, что задача об определении  $j_z(y)$  в этом случае эффективно сводится к одноэлектродной.

Рассмотрим уравнение (6) из [1] на  $m$ -м электроде. Мы должны сохранить как сингулярный член, содержащий  $(y - y')^{-1}$  на «своем» электроде, так и член с  $k_0(y - y')$ . В интегралах по остальным электродам возможны следующие упрощения. В тех членах  $K_0(y - y')$ , которые содержат  $e^{\pm i k_0(y - y')}$ , мы можем пренебречь множителем  $e^{-(\pi/l)|y - y'|}$  по сравнению с единицей. Во всех остальных членах  $K_0(y - y')$  можно заменить  $y - y'$  на среднее значение  $y - y' \simeq y_m - y_n$ . Та же замена проводится в  $\int_L j_z^{(n)}(y')(y - y')^{-1} dy'$ .

Введем новые переменные  $\xi = y - y_0 - y_m$ ,  $\xi' = y' - y_0 - y_m$ . В результате приходим к уравнению

$$\begin{aligned} \mu' j_z^{(m)}(z) + \frac{(\mu^2 - \mu'^2 + \mu)}{i\pi} \int_{-w_m/2}^{w_m/2} \frac{j_z^{(n)}(\xi z', z)}{\xi' - \xi} d\xi' + \frac{[(\mu + 1)^2 - \mu'^2]}{2\pi} \int_{-w_m/2}^{w_m/2} j_z^{(n)}(\xi') K_0(\xi - \xi') \times \\ \times d\xi' + \sum_{n=1}^{N'} \gamma_{mn} J_n + B_m^+ e^{i k_0 \xi} + B_m^- e^{-i k_0 \xi} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\gamma_{mn} = \frac{[(\mu + 1)^2 - \mu'^2]}{2\pi} \left[ \frac{2\mu}{[\mu^2 - (\mu' - 1)^2]} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{e^{-2k_0 r}}{2lr - i(y_m - y_n)} - \right.$$

$$-\frac{2\mu}{[\mu^2 - (\mu' + 1)^2]} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{e^{-2k_0 r}}{2lr + i(y_m - y_n)} \Big] + \frac{\mu^2 - \mu'^2 + \mu}{i\pi(y_n - y_m)},$$

$$B_m^+ = \frac{c [(\mu + 1)^2 - \mu'^2]}{4\pi i} a_0 e^{ik_0(y_0 + y_m)} - \frac{2\pi i \mu (\mu - \mu' + 1)}{l(\mu - \mu' - 1)} \sum_{n=1}^{m-1} e^{ik_0(y_m - y_n)} j_n(k_0),$$

$$B_m^- = -\frac{2\pi i \mu (\mu + \mu' + 1)}{l(\mu + \mu' - 1)} \sum_{n=m+1}^N e^{-ik_0(y_m - y_n)} j_n(-k_0),$$

$$j_n(\pm k_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-w_n/2}^{w_n/2} j_n(\xi') e^{\mp ik_0 \xi'} d\xi'.$$

Уравнение (1) одноэлектродное, численные методы его решения развиты в [2], однако величины  $B^\pm$  содержат неизвестные фурье-компоненты токов  $j_n(\pm k_0)$ , поэтому решения (1) должны быть согласованы таким образом, чтобы определить  $j_n(\pm k_0)$ . Необходимо поступить следующим образом. Полагаем сначала  $B_m^\pm \equiv 0$ ,  $\gamma_{mn} \equiv 0$  и находим численное решение однородного уравнения  $\Psi_{m0}(\xi)$ , нормированное условием  $\int_{-w_m/2}^{w_m/2} \Psi_{m0}(\xi) d\xi = 1$ . Фактически это решение найдено в [2]. Далее считаем  $B^\pm \equiv 0$ ,  $\sum_{n=1}^N \gamma_{mn} I_n \equiv 1$  и находим решение  $\psi_{m1}(\xi)$  соответствующего неоднородного уравнения. После этого полагаем  $\gamma_{mn} \equiv 0$ ,  $B_m^- \equiv 0$ ,  $B_m^+ \equiv 1$  и находим решение  $\Psi_m^+(\xi)$  нового неоднородного уравнения. Считая затем  $\gamma_{mn} \equiv 0$ ,  $B_m^+ \equiv 0$ ,  $B_m^- \equiv 1$ , получаем решение  $\Psi_m^-$  третьего неоднородного уравнения. Все эти решения, как показано ранее [3], удовлетворяют условиям

$$\int_{-w_m/2}^{w_m/2} \Psi_{m1}(\xi) d\xi = 0, \quad \int_{-w_m/2}^{w_m/2} \Psi_m^\pm(\xi) d\xi = 0.$$

Плотность тока на  $n$ -м электроде равна

$$j_z^{(n)}(\xi, z) = I_n(z) \psi_{n0}(\xi) + \sum_{r=1}^{N'} \gamma_{nr} I_r \Psi_{n1}(\xi) + B_n^+ \Psi_n^+(\xi) + B_n^- \Psi_n^-(\xi). \quad (2)$$

Умножаем (2) на  $e^{\mp ik_0 z/2\pi}$  соответственно и интегрируем по  $n$ -му электроду. Получаем систему  $2N$  алгебраических уравнений на неизвестные величины  $j_m(k_0)$  и  $j_m(-k_0)$  ( $m = 1, 2, \dots, N$ )

$$\begin{aligned} j_m(k_0) &= \Psi_{n0}^+(k_0) I_m(z) + \sum_{n=1}^{N'} \gamma_{mn} I_n(z) \Psi_{m1}(k_0) + \\ &+ B_m^+ \Psi_m^+(k_0) + B_m^- \Psi_m^-(k_0), \\ j_m(-k_0) &= \Psi_{n0}^-(k_0) I_m(z) + \sum_{n=1}^{N'} \gamma_{mn} I_n(z) \Psi_{m1}(-k_0) + \\ &+ B_m^+ \Psi_m^+(-k_0) + B_m^- \Psi_m^-(-k_0), \\ \Psi_{m0,1}(\pm k_0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-w_m/2}^{w_m/2} \Psi_{m0,1}(\xi) e^{\mp ik_0 \xi} d\xi, \quad \Psi_m^\pm(\pm k_0) = \\ &= \int_{-w_m/2}^{w_m/2} \frac{\Psi_m^\pm(\xi) e^{\mp ik_0 \xi}}{2\pi} d\xi. \end{aligned} \quad (3)$$

Решение уравнений (3) представляется в виде

$$j_n(\pm k_0) = \frac{cl}{2\pi^2} a_0 e^{ik_0 y_0} \Gamma_n^\pm + \frac{l}{2\pi i} \sum_{r=1}^N \Gamma_{nr}^\pm I_r, \quad (4)$$

$\Gamma_n^\pm$  и  $\Gamma_{nr}^\pm$  — известные функции коэффициентов уравнений (3). Тогда плотность тока на  $n$ -м электроде принимает вид

$$\begin{aligned} j_z^{(n)}(\xi) = & \frac{c[(\mu+1)^2 - \mu'^2]}{4\pi i} \left[ 1 + \frac{2}{[\mu^2 - (\mu'+1)^2]} \sum_{r=1}^{n-1} \Gamma_r^+ e^{-ik_0 y_r} \right] \times \\ & \times \Psi_n^+(\xi) a_0 e^{ik_0(y_0+y_n)} - \frac{c\mu(\mu-\mu'+1)}{4\pi i(\mu+\mu'-1)} \sum_{r=n+1}^N e^{ik_0 y_r} \Gamma_r^- \Psi_n^-(\xi) a_0 e^{ik_0(y_0-y_n)} + \\ & + \Psi_{n0}(\xi) I_n + \sum_{r=1}^{N'} \gamma_{nr} \Psi_{n1}(\xi) I_r - \frac{\mu(\mu-\mu'+1)}{(\mu-\mu'-1)} e^{ik_0 y_n} \sum_{r=1}^N I_r \sum_{s=1}^{n-1} e^{-ik_0 y_s} \Gamma_{sr}^+ \Psi_n^+(\xi) + \\ & + \frac{\mu(\mu+\mu'+1)}{(\mu+\mu'-1)} e^{-ik_0 y_n} \sum_{r=1}^N I_r \sum_{s=n+1}^N e^{ik_0 y_s} \Gamma_{sr}^- \Psi_n^-(\xi). \end{aligned} \quad (5)$$

Вычисляя фурье-компоненту полного тока  $j_z(k)$  и подставляя в (17) из [1], находим эдс  $E_m$  и матрицу взаимных сопротивлений для случая «редких» электродов

$$\begin{aligned} E_m = & \frac{\omega}{ck_0} e^{ik_0 y_m} + \frac{\omega[(\mu+1)^2 - \mu'^2]}{2\pi c} \sum_{n=1}^N e^{ik_0 y_n} \left[ 1 + \frac{\mu}{[\mu^2 - (\mu'+1)^2]} \times \right. \\ & \times \left. \sum_{r=1}^{n-1} e^{-ik_0 y_r} \Gamma_r^+ \right] \int_{-w_n/2}^{w_n/2} \Psi_n^+(\xi) G(y_n - y_m + \xi) d\xi - \frac{\omega\mu(\mu+\mu'+1)}{2\pi c(\mu+\mu'-1)} \times \\ & \times \sum_{n=1}^N e^{-ik_0 y_n} \sum_{r=n+1}^N e^{ik_0 y_r} \Gamma_r^- \int_{-w_n/2}^{w_n/2} \Psi_n^-(\xi) G(y_n - y_m + \xi) d\xi, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} Z_{ma} = & -\frac{2i\omega}{c^2} \left\{ \int_{-w_n/2}^{w_n/2} \Psi_{n0}(\xi) G(y_n - y_m + \xi) d\xi + \sum_{r=1}^{N'} \gamma_{rn} \int_{-w_n/2}^{w_n/2} \Psi_{r1}(\xi) \times \right. \\ & \times G(y_r - y_m + \xi) d\xi + \frac{\mu(\mu+\mu'+1)}{(\mu+\mu'-1)} \sum_{r=1}^N e^{-ik_0 y_r} \sum_{s=r+1}^N e^{ik_0 y_s} \Gamma_{sr}^- \int_{-w_n/2}^{w_n/2} \Psi_r^-(\xi) G(y_n - y_m + \\ & \left. + \xi) d\xi - \frac{\mu(\mu-\mu'+1)}{(\mu-\mu'-1)} \sum_{r=1}^N e^{ik_0 y_r} \sum_{s=1}^{r-1} e^{-ik_0 y_s} \Gamma_{sr}^+ \int_{-w_n/2}^{w_n/2} \Psi_r^+(\xi) G(y_r - y_m + \xi) d\xi \right\}. \end{aligned}$$

Определение функции  $G(y)$  дано в [4].

Отметим теперь упрощения, возникающие при вычислении матрицы взаимных емкостей  $C_{mn}$ . Взаимным влиянием электродов, как показывают оценки, при нахождении  $\sigma(y, z)$  можно пренебречь. Тогда легко найти решение (10) из [1]

$$Y_n(y, z) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{w_n^2}{4} - (y - y_0 - y_n)^2 \right)^{-1/2}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (14) из [1], получаем

$$C_{mn}^{-1} = \frac{2}{\pi} \int_{-w_n/2}^{w_n/2} T(y_m - y_n - \xi) \left( \frac{w_n^2}{4} - \xi^2 \right)^{-1/2} d\xi, \quad (9)$$

$$T(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D_1(k)(1 - e^{-2kd})}{|k|D(k)} e^{iky} dk.$$

### «Узкие» электроды

Дополнительно к условию  $l/(y_{m+1} - y_m) \ll 1$  будем считать, что ширина каждого из электродов  $w_m$  мала по сравнению с  $l$  и с длиной магнитостатической волны, т. е. выполнены еще условия

$$\frac{w_m}{l} \ll 1 \text{ и } k_0 w_m \ll 1. \quad (10)$$

Как показывают численные расчеты, для одиночного преобразователя реально электрод оказывается «узким» даже при  $w/l \sim 0.5$ ,  $k_0 w \sim 0.3$ , поэтому случай узких электродов можно использовать для быстрой, но грубой оценки амплитудно-частотной характеристики преобразователя. В некотором смысле он эквивалентен методу  $\delta$ -источников в акустоэлектронике, широко применяемому для расчетов приборов на поверхностных акустических волнах.

Для определения плотности тока на узком электроде воспользуемся уравнением (1) и рассмотрим его на  $m$ -м электроде. С учетом (10) получаем упрощенное уравнение для плотности тока

$$\mu' j_z^{(m)} + \frac{(\mu^2 - \mu'^2 + \mu)}{i\pi} \int_{L_m} \frac{j_z^{(m)}(y') dy'}{y' - y} + \frac{c[(\mu + 1)^2 - \mu^2]}{4\pi i} a_0 e^{ik_0(y_0 + y_m)} = 0.$$

Его решение, нормированное на полный ток  $I_m(z)$   $m$ -го электрода, имеет вид

$$j_z^{(m)} = \frac{\text{ch } \pi^2}{\pi} I_m(z) X_m^+(y - y_0) - a_0 e^{ik_0(y_0 + y_m)} \frac{c(1 + M)(\mu + \mu' + 1)}{8\pi \text{ch } \pi\beta(\mu + \mu')} \times \\ \times [y - y_0 - y_m + i\beta w_m], \\ X_m^+(y) = [(b_m - y)(y - a_m)]^{-1/2} \left[ \frac{b_m - y}{y - a_m} \right]^{\pm\beta}, \\ M = \frac{(\mu + \mu')(\mu - \mu' + 1)}{(\mu - \mu')(\mu + \mu' + 1)}; \quad \beta = \frac{\ln M}{2\pi}. \quad (11)$$

Для вывода телеграфных уравнений в случае узких электродов удобно воспользоваться непосредственно уравнением (17) из [1]. Подставляя в него фурье-компоненту  $j_z(k)$ , полученную из (11), и учитывая (10), находим следующее уравнение:

$$\frac{dV_m(z)}{dz} = \frac{2i\omega}{c^2} \frac{\text{ch } \pi\beta}{\pi} \sum_{s=1}^N I_s \int_{-w_s/2}^{w_s/2} \frac{G(y' + y_s - y_m) dy'}{\left(\frac{w_s}{2} - y'\right)^{\frac{1}{2} - i\beta} \left(\frac{w_s}{2} + y'\right)^{\frac{1}{2} + i\beta}} + \\ + \frac{\omega}{ck_0} e^{ik_0(y_0 + y_m)} a_0. \quad (12)$$

Отсюда следует, что

$$E_m \approx \frac{\omega}{ck_0} e^{ik_0 y_m}, \\ Z_{mm} \approx -\frac{2i\omega}{c^2} G_1(0) - \frac{4i\omega}{\pi c^2} \times \\ \times \frac{\text{ch } \pi\beta}{[(\mu + 1)^2 - \mu^2]} \int_{-w_m/2}^{w_m/2} \frac{(\mu^2 - \mu'^2 + \mu) \ln \frac{2d}{|y'|} - i \frac{\pi}{2} \mu' \text{sign } y'}{\left(\frac{w_m}{2} - y'\right)^{\frac{1}{2} - i\beta} \left(\frac{w_m}{2} + y'\right)^{\frac{1}{2} + i\beta}} dy',$$

$$Z_{mn} \approx -\frac{2i\omega}{c^2} G(y_n - y_m) \quad (m \neq n). \quad (13)$$

Используемая здесь функция  $G_1(y)$  определена в [4].

Перейдем теперь к вычислению коэффициентов отражения  $\Gamma_{\pm}$  для случая узких электродов. Определяя  $j_z(\pm k_0)$  из формулы (11) с учетом (10) и (7) из [1], получаем для  $\Gamma_{\pm}$  выражения

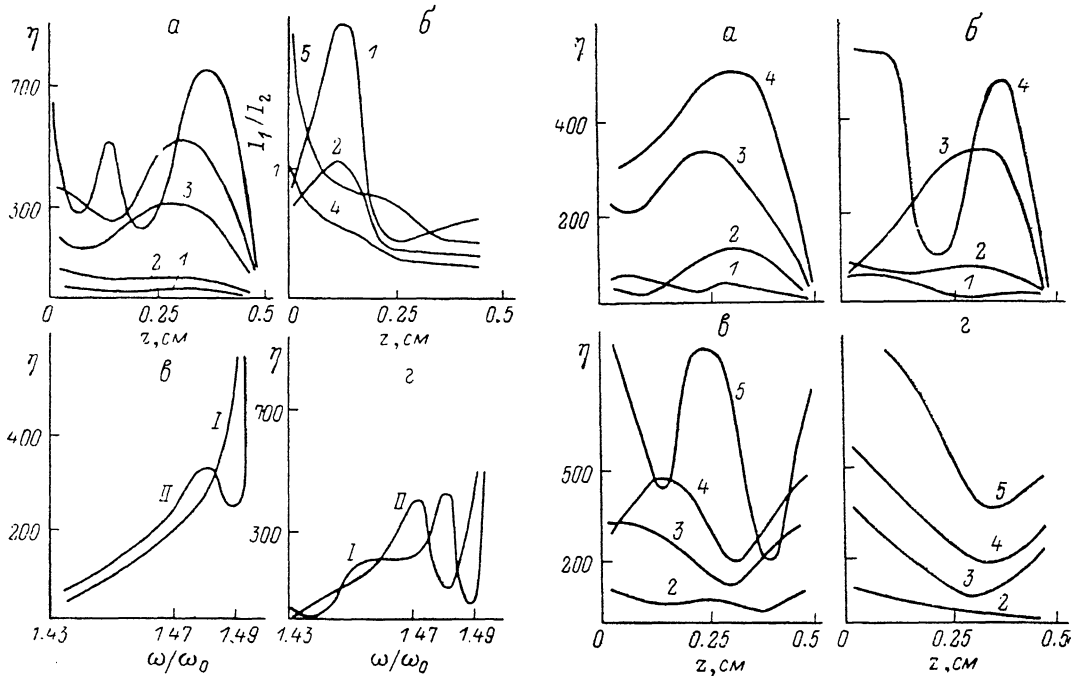


Рис. 1.

$\omega/\omega_0$ : 1 — 1.43, 2 — 1.44, 3 — 1.47, 4 — 1.48, 5 — 1.49;  $N=2$  (в), 5 (д);  $\epsilon, \epsilon, z$ , см: I — 0.12, II — 0.2.

Рис. 2. Координатные зависимости  $\bar{\Gamma}_{\pm}$ .

$y_1$ , мкм: а — 150, б — 250, в — 125, г — 50;  $y_2$ , мкм: а, б — 0, в — 125, г — 50;  $y_3$ , мкм: а — 150, б — 250;  $\omega/\omega_0$ : 1 — 1.43, 2 — 1.44, 3 — 1.47, 4 — 1.48, 5 — 1.49.

$$\Gamma_{+} = -\frac{i\pi\mu k_0 \left(\beta^2 + \frac{1}{4}\right) (1+M)}{4l(\mu + \mu')(\mu - \mu' - 1) \operatorname{ch}^2 \pi\beta} \sum_{m=1}^{N_{\Pi}} e^{2ik_0 y_m} W_m^2,$$

$$\Gamma_{-} = -\frac{i\pi\mu k_0 (\mu + \mu' + 1) \left(\beta^2 + \frac{1}{4}\right) (1+M)}{4l(\mu + \mu') [\mu^2 - (\mu' - 1)^2] \operatorname{ch}^2 \pi\beta} \sum_{m=1}^{N_{\Pi}} W_m^2. \quad (14)$$

Как видно из (14),  $\Gamma_{\pm}$  пропорциональны малому параметру  $\theta = (k_0 w^2) / (l \operatorname{ch}^2 \pi\beta) \ll 1$ . Следует отметить также, что приводимые выше формулы, в частности выражение (11), для  $j_z^{(m)}$  справедливы только при достаточно малых  $N$ , когда выполнено условие  $\theta N \ll 1$  (в противном случае необходимо учитывать взаимное влияние электродов). При условии  $\theta N \ll 1$  отражение ПМСВ от преобразователя мало и мы имеем

$$a_0 \approx \frac{4\pi\mu}{cl [\mu^2 - (\mu' + 1)^2]} \sum_{m=1}^{N_{\Pi}} I_m^{\Pi} e^{-ik_0 y_m},$$

$$b_0 \approx -\frac{4\pi\mu}{cl [\mu^2 - (\mu' - 1)^2]} \sum_{m=1}^{N_{\Pi}} I_m^{\Pi} e^{ik_0 y_m}. \quad (15)$$

Резюмируя все сказанное о предельном случае узких электродов, мы видим, что проблема приема и возбуждения ПМСВ сводится к решению телеграфных уравнений и вычислению на ЭВМ простых интегралов, входящих в формулы (13) и (9).

Отыскание характеристик преобразователей при произвольных значениях их параметров требует большого объема вычислений. Мы ограничимся здесь лишь несколькими примерами расчета характеристик возбуждения ПМСВ узкими электродами. В расчетах полагалось, что  $\epsilon=9.6$ ,  $\epsilon_0=12.5$ ,  $\epsilon_\phi=15$ ,  $d_1=d=0.1$  см,  $4\pi M_s=1750$  э,  $\omega_m=3.08 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>. Ширина всех электродов считалась одинаковой и равной  $10^{-3}$  см, толщина магнитной пленки  $l=5 \cdot 10^{-3}$  см. Длина возбуждающего преобразователя  $b=0.5$  см.

На рис. 1, а представлены координатные зависимости безразмерной величины  $\eta=|a_0(z)b/\epsilon|$  при разных частотах. ПМСВ возбуждаются двухэлектродным преобразователем в режиме разомкнутых электродов. При увеличении частоты  $\eta$  возрастает. На частотах, близких к  $\omega=\omega_{\text{П}}=\omega_0+(\omega_m/2)$ , кривые приобретают осциллирующий характер. При  $z \rightarrow b$  амплитуда поля  $a_0$  стремится к нулю. Это обстоятельство объясняется разомкнутостью электродов ( $I_i(b)=0$ ) в соответствии с (15). Координатные зависимости модуля отношения токов 1-го и 2-го электродов  $|I_1(z)/I_2(z)|$  того же преобразователя для разных частот показаны на рис. 1, б. Это отношение в разных координатных точках может быть как больше, так и меньше единицы. Здесь проявляется эффект невзаимности при возбуждении ПМСВ. Поскольку излучение ПМСВ каждым электродом вправо и влево резко асимметрично, то токи, протекающие по электродам, будут различными и имеют разную зависимость от координаты  $z$  даже при симметричных граничных условиях. Это и приводит к колебаниям  $|I_1(z)/I_2(z)|$ . На рис. 1, в, г показаны частотные зависимости  $\eta$  при фиксированных значениях координаты  $z$  для двухэлектродного и пятиэлектродного разомкнутых преобразователей. С ростом числа электродов  $N$  частичные зависимости преобразователя начинают осциллировать с более низких частот и имеют более глубокие минимумы. Резкий рост функции  $\eta$  при  $\omega \rightarrow \omega_{\text{П}}$  объясняется наличием частотного множителя  $(\omega_{\text{П}} - \omega)^{-1}$  в формулах для  $a_0(z)$ . На рис. 2 показано влияние расстояния между электродами на координатные зависимости  $\eta$  при разных частотах. На рис. 2, а, б представлены кривые трехэлектродного разомкнутого на концах преобразователя, а на рис. 2, в, г — двухэлектродного замкнутого преобразователя, что и определило существенно другое поведение  $\eta$  при  $z \rightarrow b$ , нежели на графиках рис. 1, а.

Отметим, что большое число параметров преобразователей ПМСВ (таких как число электродов, их ширина, расстояние между ними и т. д.) дает широкие возможности для формирования заданных характеристик преобразователей ПМСВ.

#### Литература

- [1] Гилинский И. А., Щеглов И. М. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 7. С. 000.
- [2] Щеглов И. М., Гилинский И. А., Сорокин В. Г. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 5. С. 943—952.
- [3] Вугальтер Г. А., Гилинский И. А. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 11. С. 2250—2252.
- [4] Гилинский И. А., Щеглов И. М. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 12. С. 2323—2332.

Институт физики полупроводников  
СО АН СССР  
Новосибирск

Поступило в Редакцию  
24 ноября 1987 г.  
В окончательной редакции  
17 июня 1986 г.