

01, 10

ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ИОНОВ В УСКОРЯЮЩИХ СИСТЕМАХ С ТРУБКАМИ ДРЕЙФА

А. Н. Антропов, В. К. Бавв, Н. М. Гаврилов, С. А. Минаев, А. В. Шальнов

Рассмотрена динамика ионов в резонансных ускорителях с фокусировкой аксиально-симметричным ускоряющим полем. Разработан метод анализа периодов фокусировки произвольного строения с учетом любого количества гармоник поля, действующего на равновесную частицу в системах с трубками дрейфа. Предложена гибридная фокусировка, сочетающая признаки фазопеременной фокусировки и фокусировки полем быстрой волны. Она позволяет снизить напряженность ускоряющего поля в зазорах (до 3—5 МВ/м) и напряжение инжекции (до 20—25 кВ) при повышенном коэффициенте захвата (70 %).

Во многих областях современной техники и технологии требуются недорогие компактные ускорители ионов на энергию до нескольких мегаэлектрон-вольт со сравнительно небольшим током пучка. Например, в ряде технологических операций при производстве микроэлектронных структур [1] требуемые токи ограничены величиной порядка 10 мА, в то же время большое значение придается снижению габаритов и энергоемкости ускорительной установки.

Указанным требованиям в принципе удовлетворяют линейные резонансные ускорители с различными разновидностями фокусировки аксиально-симметричным ускоряющим полем [2-4] (обычно это ускорители с трубками дрейфа). Они имеют высокий темп ускорения при небольших габаритах, конструктивно просты, но по эффективности и коэффициенту захвата в режим ускорения уступают ускорителям с квадрупольной фокусировкой. Это связано, видимо, не столько с потенциальными возможностями фокусировки, сколько с трудностями оптимального построения фокусирующих периодов. Одновременное действие знакопеременных сил в поперечном и продольном направлениях, большое число степеней свободы при выборе параметров периода осложняет расчеты и не позволяет пока в полной мере реализовать возможности данного типа ускорителей.

Существующая теория асимметричной фазопеременной фокусировки (АФПФ) [2] оперирует с усредненными по полупериоду фокусировки значениями фазы и амплитуды ускоряющего поля, оставляя открытым вопрос о выборе внутренней структуры периода. В то же время на практике применяются сложные периоды, состоящие из большого числа ускоряющих зазоров, причем их внутренняя структура (т. е. закон изменения фазы пролета равновесной частицей центров зазоров, угла пролета зазоров, кратности трубок дрейфа, напряженности поля) в значительной мере определяет эффективность фокусировки и фазировки. Матричные методы анализа [5] применительно к таким многозазорным периодам дают слишком громоздкие выражения. Выбор строения периодов модифицированной переменнo-фазовой фокусировки (МПФФ) проводится не по одной равновесной частице, а по некоторому начальному ансамблю частиц [3] с использованием численных методов расчета. Все большее значение приобретают также различные методы оптимизации ускоряюще-фокусирующих систем с трубками дрейфа [6, 7].

Наряду с методами численного расчета интерес представляет и развитие аналитической теории. В работах [8, 9] была предложена «двухволновая» модель ускорения и фокусировки в аксиально-симметричных системах. Такой

подход, видимо, возбудил интерес, и была подтверждена возможность увеличения коэффициента захвата в электромагнитном поле определенного гармонического состава [10].

В настоящей работе предлагается провести анализ непосредственно электрических сил, действующих на ускоряемые частицы в системах с трубками дрейфа. Эта задача существенно упрощается, если вместо длин трубок и зазоров задавать их фазовые протяженности. Когда структура периода фокусировки выбрана и проанализирована, переход к длинам не составляет труда.

Фазовые протяженности ускоряющих зазоров и трубок дрейфа определим как $\Delta\varphi_{g,i} = \omega\Delta t_{g,i}$, где ω — частота колебаний поля; $\Delta t_{g,i}$ — времена пролета зазора и трубки некоторой частицей, которую мы назовем равновесной (движение ее задано). Предположив периодический характер действия электрических сил на равновесную частицу, будем считать, что период фокусировки содержит N ускоряющих зазоров и имеет фазовую протяженность P . При этом для выполнения условия периодичности электрических сил не требуется пространственной периодичности поля.

Аппроксимируем распределение электрического поля на оси системы ступенчатой функцией, принимающей значение E_i в i -ом зазоре и равной нулю в трубках. Считая заданными фазовые протяженности зазоров $\Delta\varphi_{g,i}$ и трубок $\Delta\varphi_{t,i}$, а также амплитуды полей в зазорах E_i , разложим электрическое поле, действующее на равновесную частицу, в ряд Фурье на периоде фокусировки P . Окончательное выражение можно привести к виду

$$E_p(\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \cos\left(\frac{n}{p}\omega t + \theta_n\right), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

$$E_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \text{tg } \theta_n = -\frac{b_n}{a_n},$$

$$a_n = \frac{1}{\pi(n+p)} \sum_{i=1}^N E_i \sin\left[\left(\frac{n+p}{p}\right) \frac{\Delta\varphi_{gi}}{2}\right] \cos u_{ci},$$

$$b_n = \frac{1}{\pi(n+p)} \sum_{i=1}^N E_i \sin\left[\left(\frac{n+p}{p}\right) \frac{\Delta\varphi_{gi}}{2}\right] \sin u_{ci},$$

$$u_{ci} = \frac{n+p}{p} \left[\Delta\varphi_n + \sum_{j=1}^{i-1} (\Delta\varphi_{gj} + \Delta\varphi_{Tj}) + \frac{\Delta\varphi_{gi}}{2} \right]. \quad (2)$$

Здесь $p = P/2\pi$ — безразмерная величина периода фокусировки; u_{ci} — фазовая координата центра i -го зазора, $\Delta\varphi_n$ — фазовая протяженность начальной полутрубки.

Рассмотрим теперь движение равновесной частицы. Поскольку фокусировка ускоряющим полем наиболее эффективна в области низких энергий, то ограничимся нерелятивистским приближением. Уравнение движения в этом случае имеет вид

$$m_0 \frac{d^2 z_p}{dt^2} = e \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \cos\left(\frac{n}{p}\omega t + \theta_n\right). \quad (3)$$

Интегрируя (3) и пренебрегая ускорением в пределах рассматриваемого периода, получим

$$z_p = v_p t - \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{e E_n}{m_0 \omega^2} \left(\frac{p}{n}\right)^2 \cos\left(\frac{n}{p}\omega t + \theta_n\right), \quad (4)$$

где v_p — среднее значение скорости равновесной частицы.

Амплитуду вынужденных колебаний равновесной частицы за счет действия нерезонансных гармоник можно оценить как

$$\delta\varphi_{\text{макс}} = \frac{\omega}{v_p} \sqrt{\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left[\frac{eE_n}{m_0\omega^2} \left(\frac{p}{n} \right)^2 \right]^2}. \quad (5)$$

Эту величину мы будем полагать малой ($\delta\varphi_{\text{макс}} \ll \pi$). Из выражения (3) видно, что при $n=0$ на равновесную частицу действует поле постоянной величины, аналогичное полю ускоряющей (или резонансной) пространственной гармонике в моногармонических системах. Сохраняя традиционные обозначения, примем $\theta_0 = \varphi_p$, $E_0 = E_p$.

По известному полю, действующему на равновесную частицу (1), и зависимости $z_p(t)$ (4) можно восстановить продольное электрическое поле на оси ускоряющей системы E_z и поперечную составляющую поля E_p в приосевой области

$$E_z(z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n \cos \left[\left(\frac{n+p}{p} \right) \left(\frac{\omega}{v_p} z + \delta\varphi_0 \right) - \omega t + \theta_n \right],$$

$$E_r(r, z, t) = \frac{r\omega}{2v_p} (1 - \delta\varphi_s) \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} E_n \left(\frac{n+p}{p} \right) \sin \left[\left(\frac{n+p}{p} \right) \left(\frac{\omega}{v_p} z + \delta\varphi_0 \right) - \omega t + \theta_n \right],$$

$$\delta\varphi_0 = \frac{\omega}{v_p} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{eE_n}{m_0\omega^2} \left(\frac{p}{n} \right)^2 \cos \left(\frac{n}{p} \frac{\omega}{v_p} z + \theta_n \right),$$

$$\delta\varphi_s = \frac{\omega}{v_p} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{eE_n}{m_0\omega^2} \left(\frac{p}{n} \right) \sin \left(\frac{n}{p} \frac{\omega}{v_p} z + \theta_n \right). \quad (6)$$

Уравнения продольного и поперечного движений неравновесной частицы при этом имеют вид

$$m_0 \frac{d^2(\Delta z)}{dt^2} = e [E_z(z_p + \Delta z, t) - E_z(z_p, t)], \quad (7)$$

$$m_0 \frac{d^2 r}{dt^2} = e E_r(r, z_p + \Delta z, t), \quad (8)$$

где Δz , r — продольное и поперечное отклонения частицы от равновесной.

Для того чтобы освободиться от связи уравнений (7), (8), сделаем обычные в теории ускорителей допущения. Во-первых, полагаем, что продольная составляющая поля E_z не зависит от поперечной координаты. Во-вторых, считаем набег фазы продольных колебаний на периоде фокусировки небольшим. При этом Δz входит в уравнение (8) как медленно меняющийся параметр.

Наиболее известны два способа исследования динамической устойчивости, дополняющие друг друга: сведение уравнений движения к уравнениям Матвея—Хилла, область устойчивых решений которых известна, и метод усреднения по быстрым осцилляциям. В первом случае мы вынуждены ограничиться линейным приближением и считать амплитуду колебаний малой. Метод усреднения позволяет исследовать нелинейное движение, но применим только для малых набегов фазы собственных колебаний на периоде $\mu \ll \pi$ и не позволяет определить верхнюю границу устойчивости $\mu = \pi$.

Рассмотрим сначала случай, когда малы как поперечные, так и продольные колебания. Подставляя в уравнения (7), (8) выражения (6) с учетом (4) и линеаризуя их, можно видеть, что наряду с осциллирующими членами в них появляются члены, явно не зависящие от времени и не связанные с действием резонансной гармонике. Они обусловлены наличием в (6) периодического фа-

зового сдвига $\delta\varphi$. Пренебрегая осциллирующими слагаемыми порядка $E_{\pm}\delta\varphi^2$ по сравнению с E_{\pm} и независимыми от времени слагаемыми порядка $E_{\pm}(\delta\varphi_{\pm})^2$, сведем (7), (8) к уравнениям

$$\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} + \frac{1}{2\pi\beta_p} \left[A_p \sin \varphi_p - Q + \sum_{m=1}^{\infty} R_m \sin \left(\frac{m}{p} \varphi + \varphi_m \right) \right] \dot{\psi} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{1}{4\pi\beta_p} \left[A_p \sin (\varphi_p + \psi) - Q + \sum_{m=1}^{\infty} R_m \sin \left(\frac{m}{p} \varphi + \theta_m \right) \right] r = 0, \quad (10)$$

$$Q = \frac{1}{4\pi\beta_p} \sum_{m=1}^{\infty} \left[A_m^2 \frac{p+m}{m} - A_{-m}^2 \frac{p-m}{m} + 2A_m A_{-m} \cos (\theta_m + \theta_{-m}) \right], \quad (11)$$

$$R_m = \sqrt{A_m^2 \left(\frac{p+m}{p} \right)^2 + A_{-m}^2 \left(\frac{p-m}{p} \right)^2 - 2A_m A_{-m} \frac{(p+m)(p-m)}{p^2} \cos (\theta_m + \theta_{-m})}, \quad (12)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{A_m(p+m) \sin \theta_m + A_{-m}(p-m) \sin \theta_{-m}}{A_m(p+m) \cos \theta_m - A_{-m}(p-m) \cos \theta_{-m}}, \quad A_{\pm m} = \frac{eE_{\pm m}\lambda}{m_0 c^2}. \quad (13)$$

Здесь $\varphi = \omega t$ — текущая фаза колебаний поля, $\psi = \omega \Delta z / v_p$ — малое фазовое отклонение неравновесной частицы от равновесной, β_p — усредненная по периоду фокусировки относительная скорость равновесной частицы, c — скорость света, λ — длина волны генератора.

Каждому значению m в выражениях (9)–(13) соответствуют две гармоники с номерами m и $-m$, имеющие одинаковый период воздействия на равновесную частицу. Если отвлечься от вынужденных колебаний, то эти гармоники можно интерпретировать как аналоги соответственно быстрых и медленных (по отношению к частицам) пространственных гармоник; номера $n > -p$ соответствуют прямым, а $n < -p$ — обратным гармоникам.

Точное исследование уравнений (9), (10) затруднено в силу «многочастотности» их осциллирующих членов. Однако можно предположить, что основной вклад в фокусировку вносят две гармоники с номерами $m \pm 1$, период воздействия которых на частицы совпадает с периодом фокусировки P . С учетом только этих двух гармоник, наиболее близких к ускоряющей, уравнения движения (8), (9) сводятся к уравнениям Матъе

$$\frac{d^2\psi}{du^2} + (\delta_{\varphi} + \varepsilon_{\varphi} \sin u) \psi = 0, \quad (14)$$

$$\frac{d^2r}{du^2} + (\delta_r + \varepsilon_r \sin u) r = 0, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} u &= p\omega t + \varphi_1, \\ \delta_{\varphi} &= \frac{p^2}{2\pi\beta_p} (A_p \sin \varphi_p - Q), \\ \delta_r &= -\frac{p^2}{4\pi\beta_p} [A_p \sin (\varphi_p + \psi) - Q], \\ \varepsilon_{\varphi} &= \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_{-1}^2 - 2\varepsilon_1 \varepsilon_{-1} \cos (\theta_1 + \theta_{-1})}, \\ \varepsilon_r &= -\frac{1}{2} \varepsilon_{\varphi}, \quad \varepsilon_{\pm 1} = \frac{p(p \pm 1) A_{\pm 1}}{2\pi\beta_p}. \end{aligned} \quad (16)$$

Q здесь определяется выражением (11); φ_1 , $A_{\pm 1}$ и $\theta_{\pm 1}$ — из выражений (13), (2) с учетом $m=1$, $n=\pm 1$.

Как известно, область устойчивых решений уравнения Матъе аппроксимируется неравенством $-(\varepsilon^2/2) < \delta < 1/4 - (\varepsilon/2)$ [11]. Для того чтобы движение

частиц было устойчиво в продольном и поперечном направлениях одновременно, рабочая точка с координатами δ_φ , ϵ_φ должна располагаться в пределах области совместной устойчивости [8].

Периодическое изменение скорости равновесной частицы в соответствии с (3) приводит к появлению в уравнениях движения явно не зависящего от времени члена Q подобно тому, как в системе электростатических линз колебание скорости частиц влечет за собой дополнительный фокусирующий эффект. Этот эффект известен и в резонансных ускорителях под названием статической фокусировки [12, 5]. В нашем случае в зависимости от знака Q статический эффект может смещать рабочую точку по оси δ либо в область фокусировки и дефазировки, и наоборот, не изменяя при этом величины области совместной устойчивости. Это значит, что статическая фокусировка в резонансных ускорителях, обусловленная колебанием скорости частиц в поле нерезонансных гармоник, сопровождается «статической дефазировкой», в то время как динамическое действие гармоник всегда фокусирующее и фазирующее одновременно. Как показывают расчеты, «статические» эффекты часто бывают невелики и на этапе предварительного выбора структуры периода ими можно пренебречь, полагая $Q=0$. Заметим, что в тех случаях, когда одна из гармоник дает преимущественный вклад в фокусировку, уравнения (14), (15) с точностью до статической фокусировки переходят к известным уравнениям двухволновой модели [8].

Рассмотрим теперь большие, существенно нелинейные фазовые колебания. Воспользуемся методом усреднения по быстрым осцилляциям [13]. Следуя этому методу, представим фазовое отклонение частицы от равновесной в виде суперпозиции двух составляющих: медленной и быстрой

$$\frac{\omega}{v_p} \Delta z = \Delta\varphi + \Delta\tilde{\varphi}. \quad (17)$$

Полагаем, что $\Delta\varphi$ может принимать любые значения, но на периоде фокусировки изменяется мало. Составляющая $\Delta\tilde{\varphi}$, напротив, совершает «быстрые» колебания с периодом фокусировки, амплитуда которых мала. Последнее допущение по существу совпадает со сделанным ранее $\delta\varphi_{\max} \ll \pi$ (5). Подставляя (17) в уравнение (7) и разлагая правую часть в ряд по $\Delta\tilde{\varphi}$, найдем в первом линейном приближении выражение для $\Delta\tilde{\varphi}(t)$. Снова подставляя его в исходное уравнение (7), можем найти усредненную по периоду фокусировки силу, действующую на неравновесную частицу, и соответствующую «эффективную» потенциальную энергию продольных колебаний

$$U_{\text{эфф}} = \frac{eE_p \beta_p \lambda}{2\pi} (H_0 + H_1) + C, \\ H_0 = \Delta\varphi \cos \varphi_p - \sin(\varphi_p + \Delta\varphi), \\ H_1 = -\frac{\cos \Delta\varphi}{4\pi \beta_p A_p} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{p}{m}\right)^2 \left[\frac{p+m}{p} A_m^2 + \frac{p-m}{p} A_{-m}^2 - \right. \\ \left. - 2A_m A_{-m} \cos(\Delta\varphi + \theta_m + \theta_{-m}) \right]. \quad (18)$$

Здесь H_0 и H_1 — безразмерные потенциальные функции, определяющие энергию колебаний частиц в поле одной только ускоряющей гармоники и энергию быстрых осцилляций (включая эффект статической фокусировки); C — постоянная интегрирования.

Степень приближения полученного результата зависит как от набега фазы продольных колебаний на периоде μ_φ , так и от амплитуды быстрых вынужденных колебаний $\delta\varphi_{\max}$. В нашем случае эти величины связаны и можно показать, что относительная ошибка выражения (18) имеет порядок $(\mu_\varphi/\pi)^2$.

Разложив (18) в ряд по увеличившимся членами порядка $(\Delta\varphi)^3$, найдем экстремумы потенциальной функции $\Delta\varphi_{\text{мин}}=0$, $\Delta\varphi_{\text{макс}}=-2\varphi_0$ и фазовую протяженность области устойчивых продольных колебаний

$$\Delta\Phi_0 = 3\Delta\varphi_0, \quad (19)$$

где

$$\Delta\varphi_0 = \frac{A_p \sin \varphi_p - Q + \frac{1}{4\pi\beta_p} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{p}{m}\right)^2 R_m^2}{A_p \cos \varphi_p + \frac{3}{2\pi^3 p} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{p}{m}\right)^2 A_m A_{-m} \sin(\theta_m + \theta_{-m})}.$$

Учитывая только две нерезонансные гармоники, наиболее близкие к ускоряющей, и полагая $\cos \varphi_p \approx 1$, что практически всегда выполняется, выражение (19) можно упростить

$$\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi\beta_p}{p^2 A_p \cos \varphi_p} \left(\delta_\varphi + \frac{1}{2} \varepsilon_\varphi^2 \right), \quad (20)$$

где δ_φ , ε_φ — коэффициенты уравнения Матье (14).

При выборе структуры периода для оценки фазовой протяженности области устойчивых колебаний в выражении (20) можно полагать $\delta_\varphi = -1/5 \varepsilon_\varphi^2$, что соответствует расположению рабочей точки в центре диаграммы совместной устойчивости (по оси δ).

Итак, полученные соотношения позволяют анализировать периоды фокусировки произвольного строения с учетом любого числа гармоник электрических сил, действующих на частицы. Рассмотрим теперь вопрос об их реальном качестве, которое целесообразно учитывать на практике.

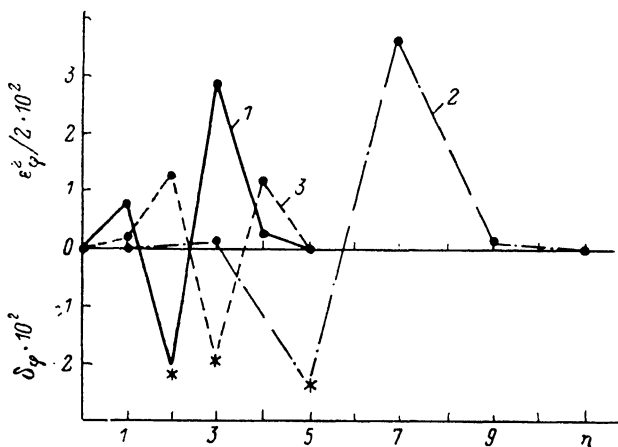
На рис. 1 точками показаны величины $\varepsilon_{\varphi m}^2/2$, характеризующие фазирующее и фокусирующее действия гармоник с различными номерами для трех вариантов строения периода фокусировки. Здесь же напротив номера ускоряющей гармоники в каждом варианте отложены значения коэффициента δ_φ (звездочки).

Первый вариант — это период АФПФ, состоящий из двух зазоров и трубок, одна из трубок имеет кратность 3. Подобный вариант рассмотрен в работе [2]. Здесь $P=4\pi$, $\varphi_{c1}=-50^\circ$, $\varphi_{c2}=70^\circ$, $\Delta\varphi_{g1}=\Delta\varphi_{g2}=35^\circ$. Второй вариант представляет собой один из периодов ускорителя протонов МИФИ с фазопеременной фокусировкой [14]. Период состоит из 5 зазоров и трубок с кратностью 1; $P=5\pi$, $\varphi_{c1}=-87^\circ$, $\varphi_{c2}=3^\circ$, $\varphi_{c3}=93^\circ$, $\varphi_{c4}=33^\circ$, $\varphi_{c5}=-27^\circ$; $\Delta\varphi_{g1}=\dots=\Delta\varphi_{g5}=35^\circ$. В третьем варианте период снова состоит из двух зазоров и трубок, причем кратность обеих трубок равна 3. $P=6\pi$, $\varphi_{c1}=-70^\circ$, $\varphi_{c2}=60^\circ$, $\Delta\varphi_{g1}=120^\circ$, $\Delta\varphi_{g2}=85^\circ$. Этот период, используемый на начальном, формирующем, участке в проекте ускорителя ионов непрерывного действия [15] сочетает признаки фазопеременной фокусировки и фокусировки полем быстрой волны [4]. Такую разновидность фокусировки в системах с кратными трубками дрейфа, где наряду с фазой пролета центров зазоров периодически изменяется также и угол пролета зазоров, а значение угла пролета для одного или нескольких зазоров превышает π , будем для краткости называть гибридной фокусировкой.

Из рисунка можно видеть, что в каждом из первых двух вариантов, обозначенных цифрами 1 и 2 (фазопеременная фокусировка), преимущественное действие оказывает одна гармоника, медленная по отношению к ускоряющей. Нетрудно убедиться, что для систем с фокусировкой полем быстрой волны также существенно влияние только одной нерезонансной гармоники, на этот раз быстрой. В случае гибридной фокусировки (вариант 3) примерно одинаковое действие на частицы оказывают две гармоники, наиболее близкие к ускоряющей: быстрая и медленная. При этом общий «коэффициент фокусировки» ε_φ^2 , согласно выражению (16), может увеличиваться в 4 раза по срав-

нению со случаем преимущественного действия одной гармоники. Анализ этих и других, не приведенных здесь вариантов, позволяет сделать вывод о том, что на этапе предварительного выбора структуры периода и для приближенных оценок допустимо учитывать не более трех гармоник (включая ускоряющую и две ближайшие нерезонансные), а в ряде случаев только две гармоники. При этом обратные гармоники на движение частиц практически не влияют.

Применение на начальной стадии ускорения гибридной фокусировки, предложенной и описанной в рамках полигармонической теории, позволило получить весьма перспективные расчетные параметры ускорителя протонов на энергию 1.2 МэВ [15]. Сравнительно большая фазовая протяженность области захвата в режим ускорения (250°) сочетается в нем с пониженными значениями напряжения инжекции (25 кВ) и мощности высокочастотного питания (~ 40 кВт). Последнее обстоятельство облегчает перевод ускорителя в квазинепрерывный режим работы, что требуется для решения ряда прикладных задач.



Влияние гармоник поля с различными номерами на устойчивость ускоряемых частиц.

Точность рассматриваемой полигармонической модели зависит как от числа принятых в рассмотрение гармоник, так и от выполнения условия малого прироста скорости на периоде фокусировки. Результаты тестовых численных расчетов систем с малым темпом ускорения показывают, что с учетом трех гармоник координаты рабочей точки δ_φ , ε_φ в рамках аналитической модели определяются с точностью около 10%. В реальных структурах периодов фокусировки с темпом ускорения 1—3 МэВ/м аналитическая модель также дает значения коэффициентов δ_φ , ε_φ , соответствующие устойчивому движению частиц вблизи равновесной, однако для получения приемлемых значений параметров ускорителя обычно требуется коррекция длин трубок и зазоров по результатам численных расчетов. Фазовая протяженность области захвата ускорителя протонов с фазопеременной фокусировкой [14], полученная в результате численного моделирования динамики частиц, составляет 90° , тогда как оценки по выражениям (19), (20) дают величину 60° . Для ускорителя с гибридной фокусировкой получены величины 250 и 190° соответственно. Это свидетельствует о том, что аналитические выражения могут использоваться не только для качественного описания механизма фокусировки и выбора рабочей точки, но и для предварительных количественных оценок.

Таким образом, рассмотренная полигармоническая модель имеет широкую область применения при описании динамики частиц в ускоряюще-фокусирующих системах с трубками дрейфа, имеющих выраженный период, включая фазопеременную фокусировку, фокусировку полем быстрой волны и гибридную фокусировку. Разумеется, в силу ряда принятых допущений аналитические методы не исключают необходимости численных расчетов на ЭВМ, но существенно облегчают поиск внутренней структуры периода фокусировки.

- [1] *Валиев К. А., Раков А. В.* Физические основы субмикронной литографии в микроэлектронике. М.: Радио и связь, 1984.
- [2] *Линейные ускорители ионов / Под ред. Б. П. Мурина.* М.: Атомиздат, 1978. Т. 1. 260 с.
- [3] *Хижняк Н. А., Хоружий В. М., Шулика Н. Г.* // УФЖ. 1983. Т. 28. № 11. С. 1668—1674.
- [4] *Баев В. К., Гаврилов Н. М., Минаев С. А., Шальнов А. В.* // ДАН СССР. 1984. Т. 275. № 4. С. 870—872.
- [5] *Капчинский И. М.* Теория линейных резонансных ускорителей. М.: Энергоиздат, 1982. 239 с.
- [6] *Гаращенко Ф. Г., Кушин В. В., Плотников С. В. и др.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 3. С. 460—464.
- [7] *Овсянников Д. А., Папкович В. Г.* // Вопр. атомн. науки и техн. Сер. Линейные ускорители. 1977. Вып. 2 (5). С. 66—69.
- [8] *Баев В. К., Минаев С. А.* // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 11. С. 2310—2314.
- [9] *Баев В. К., Гаврилов Н. М., Минаев С. А., Шальнов А. В.* // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 7. С. 1287—1292.
- [10] *Батыгин Ю. К., Данилов В. Д., Ильин А. А.* // IX Всесоюзн. совещ. по ускорителям заряженных частиц. Аннотации докл. Дубна, 1984. С. 42.
- [11] *Стокер Дж.* Нелинейные колебания в механических и электрических системах. М.: ИЛ, 1952.
- [12] *Коломенский А. А., Лебедев А. Н.* Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962.
- [13] *Капица П. Л.* // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. Вып. 5. С. 588—597.
- [14] *Абраменко Н. И., Антропов А. Н., Баев В. К. и др.* // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 5. С. 858—863.
- [15] *Антропов А. Н., Баев В. К., Гаврилов Н. М. и др.* // Вопр. атомн. науки и техн. Сер. Техника физического эксперимента. 1985. Вып. 3 (24). С. 35—37.

Поступило в Редакцию
2 апреля 1987 г.
В окончательной редакции
14 июня 1988 г.