

01; 06; 09

МАГНИТОСТАТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛЕ

Г. Н. Бурак, В. В. Гримальский, Н. Я. Коцаренко

Исследовано распространение магнитостатических волн в ферромагнитных пленках, помещенных в неоднородное подмагничивающее поле. Получены уравнения, описывающие траекторию распространения МСВ. Подробно проанализирован случай прямых объемных МСВ в нормально намагниченной пленке при радиально-симметричной неоднородности. Показано, что в зависимости от частоты МСВ и величины подмагничивающего поля возникают режимы прохождения, отражения или захвата МСВ неоднородностью поля.

В настоящее время магнитостатические волны (МСВ) в ферромагнитных пленках нашли широкое применение при создании устройств обработки сигналов твердотельной микроэлектроники [1]. Подробно изучены спектры МСВ в предположении однородности внешнего подмагничивающего поля \mathbf{H}_0 и намагниченности насыщения пленки M_0 [2]. Однако в реальных условиях однородность полей во всей области распространения МСВ выполняется лишь приближенно. Это может приводить к явлениям, характерным для волновых процессов в неоднородных средах [3], а также к новым эффектам, обусловленным волноводным характером распространения МСВ в тонких пленках [3-7]. Важно, что в эксперименте неоднородность поля с подходящим профилем может быть легко создана при помощи внешних магнитных систем или методов ионной имплантации, что позволяет активно воздействовать на параметры МСВ (траекторию, скорость, глубину локализации).

Рассмотрим намагниченную до насыщения ферромагнитную пленку ($-L \leq x \leq L$), помещенную во внешнее магнитное поле \mathbf{H}_e . Будем пренебрегать обменным взаимодействием (что допустимо при $k < 10^5 \text{ см}^{-1}$), анизотропией и поглощением МСВ. Внешнее магнитное поле в общем случае неоднородно. Мы рассмотрим случай слабой неоднородности, когда $\mathbf{H}_e = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}^-$, где $\mathbf{H}_0 = \text{const}$, а неоднородная добавка $\mathbf{H}^- = \mathbf{H}^-(\mathbf{r})$ мала и медленно меняется на расстоянии порядка длины волны λ ($H_e \simeq H_0 + (\mathbf{H}_0 \mathbf{H}^-)/H_0$, $H^-/H_0 \sim \lambda/L \ll 1$, где L^- — характерный размер неоднородности). Считаем $M_0 \parallel H_0$. Пусть вдоль поверхности пленки распространяется МСВ частоты ω с волновым вектором $\mathbf{k} = \{0, k_y, k_z\}$. Исходя из уравнений Ландау—Лифшица нетрудно получить выражение для магнитной индукции вида, характерного для диспергирующих сред [8],

$$b_i = h_i + \omega_M \int_0^\infty \chi_{ik}(\tau, \mathbf{r}) h_k(t - \tau) d\tau, \quad i, k = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где $h_i = \partial\varphi/\partial x_i$ — высокочастотное поле МСВ, φ — магнитный потенциал, $\omega_M = 4\pi\gamma M_0(\mathbf{r}) \equiv \omega_M(\mathbf{r})$, $\omega_H = \gamma H_e(\mathbf{r}) \equiv \omega_H(\mathbf{r})$, $\chi_{ik}(\tau, \mathbf{r})$ — функция отклика, γ — гиромагнитное отношение.

Зависимость ω_M и ω_H от координат обусловлена слабой неоднородностью поля или намагниченности насыщения пленки. В случае волнового пакета

$h_i = h_i^0(t) e^{i\omega t} + \text{к. с.}$, где $h_i^0(t)$ — медленно меняющаяся амплитуда, выражение для b_i приобретает вид

$$b_i = \left[\mu_{ik}(\omega, \mathbf{r}) h_k^0 + i \frac{\partial \mu_{ik}(\omega, \mathbf{r})}{\partial \omega} \frac{\partial h_k^0}{\partial t} \right] e^{i\omega t} + \text{к. с.}, \quad (2)$$

где

$$\mu_{ik} = \delta_{ik} + 4\pi \chi_{ik}(\omega, \mathbf{r}), \chi_{ik}(\omega, \mathbf{r}) = (1/4\pi) \omega \int_0^\infty \chi_{ik}(\tau, \mathbf{r}) e^{-i\omega\tau} d\tau.$$

В случае не слишком коротких импульсов (что и предполагается ниже) слагаемым с $\partial h_k^0 / \partial t$ в (2) можно пренебречь. При этом выражение для свободной энергии кристалла имеет, как и в статическом случае, вид

$$\Psi = \frac{1}{8\pi} \int_V b_i h_i dV, \quad b_i = \mu_{ik}(\omega, \mathbf{r}) h_k, \quad h_k = \partial \varphi / \partial x_k, \quad (3)$$

где \mathbf{b} и \mathbf{h} берутся на частоте МСВ.

Известно [8], что уравнения квазиэтики, обычно используемые в качестве исходных, можно получить из условия минимальности свободной энергии $\delta\Psi = 0$ при вариации потенциала МСВ φ

$$8\pi \cdot \delta\Psi = \int_S b_n \cdot \delta\varphi \cdot dS + \int_{S_1} \{b_n \cdot \delta\varphi\} dS_1 - \int_V \delta\varphi \cdot \text{div } \mathbf{b} \cdot dV, \quad (4)$$

где $\{f\}$ — скачок f на поверхности пленки S_1 .

Первые два слагаемые обращаются в нуль соответственно ввиду исчезновения полей при $S \rightarrow \infty$ и из-за граничных условий непрерывности нормальной компоненты вектора индукции и потенциала на границе. Таким образом, из равенства $\delta\Psi = 0$ в силу произвольности $\delta\varphi$ следуют как уравнение движения $\text{div } \mathbf{b} = 0$, так и граничные условия независимо от величины неоднородности полей. Это позволяет для решения задачи о распространении МСВ в неоднородном поле использовать усредненный вариационный принцип Уизема [9], применяемый в теории волн в жидкости.

Полагая известным спектр МСВ для однородного поля, будем искать потенциал φ в неоднородном случае в виде волнового пакета

$$\varphi = A \cdot f(x, k) e^{i\theta} + \text{к. с.}, \quad (5)$$

где $f(x, k)$ — поперечный профиль МСВ в отсутствие неоднородности; A — медленно меняющаяся амплитуда; θ — фаза, связанная с ω и \mathbf{k} соотношениями

$$\omega = \frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad k_i = - \frac{\partial \theta}{\partial x_i}, \quad i = 2, 3. \quad (6)$$

При этом уравнения для \mathbf{k} и A получаем как вариационные из условия минимальности усредненной по периоду МСВ свободной энергии (3) [7] $\delta\bar{\Psi} = 0$

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{8\pi} \iint dydz \cdot D(\omega, \mathbf{k}, y, z) \cdot A^2(y, z, t), \quad (7)$$

где

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} [\mu_{11} f_x'^2 + (k_y^2 \mu_{22} + k_z^2 \mu_{33}) f^2 + ik_j (\mu_{1j} - \mu_{j1}) f f_x'] dx, \quad j = 2, 3,$$

$A = A(y, z, t)$, как показано ниже, не зависит от x .

Считая известным $\hat{\mu} = \hat{\mu}(\omega, y, z)$ для случая слабой неоднородности, определим а) закон дисперсии $k = k(\omega, y, z)$, б) уравнение для амплитуды A . Это позволит в конечном счете определить траекторию МСВ при слабой неоднородности \mathbf{H}_e или \mathbf{M}_0 . Далее для определенности будем рассматривать только неоднородность поля $\mathbf{H}_e(\mathbf{r})$, полагая намагниченность $\mathbf{M}_0 = \text{const}$. Варьируя A^2 , получаем

$$D(\omega, \mathbf{k}, y, z) = 0, \quad (8)$$

что определяет зависимость k от ω и планарных координат y, z , т. е. является дисперсионным уравнением задачи. Отметим, что поперечная неоднородность входит в закон дисперсии, проинтегрированной по координате x . Однако с учетом (6) уравнение (8) является уравнением для нахождения фазы Θ . Варьируя Θ , имеем уравнение для амплитуды A в виде

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (v_y B) + \frac{\partial}{\partial z} (v_z B) = 0, \quad B = \frac{D'_\omega}{8\pi} A^2, \quad (9)$$

где $v_i = -D'_{ki}/D'_\omega$ — компоненты вектора групповой скорости.

Можно показать, что B связано со средней энергией $\bar{W} = (1/8\pi) \int_{-\infty}^{\infty} h_i^* (\omega \mu_{ik})'_\omega h_k dx$ соотношением $\bar{W} = B \cdot \omega$; соответственно (9) является уравнением непрерывности \bar{W} при распространении МСВ в неоднородном поле.

Далее более подробно рассмотрим случай прямых объемных МСВ в нормально намагниченной пленке $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{e}_x$. При этом в пленке $f(x, k) = \cos kx/g \sin kgL$ (симметричные моды), в подложке $f(x, k) = \pm \exp[k(L - |x|)]$. Здесь $g = \sqrt{-\mu}$, а тензор магнитной проницаемости, равный

$$\mu_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & \mu_{12} & \mu_{13} \\ \mu_{21} & \mu & \mu_{23} \\ \mu_{31} & \mu_{32} & \mu \end{pmatrix}, \quad \mu = 1 - \frac{\omega_H \omega_M}{\omega^2 - \omega_H^2}, \quad \omega_M = 4\pi\gamma M_0(\mathbf{r}), \\ \omega_H = \gamma H_{0i} \equiv \omega_H(\mathbf{r}), \quad H_{0i} = H_0 - 4\pi M_0,$$

может в общем случае иметь отличные от нуля недиагональные компоненты, что связано с векторным характером неоднородности $\mathbf{H} \sim \mathbf{H}(\mathbf{r})$. Реально для не слишком толстых пленок можно пренебречь изменением внешнего поля внутри пленки по поперечной координате x . При этом для рассматриваемого

случая в (8) в силу симметрии оказывается $\int_{-L}^L f f'_x dx = 0$, поэтому в закон дисперсии недиагональные компоненты $\hat{\mu}$ вклада не дают. Тогда дисперсионное уравнение (8) приобретает вид

$$\text{ctg}(gL \sqrt{\Theta_y'^2 + \Theta_z'^2}) - g = 0. \quad (10)$$

Для однородного случая (10) сводится к обычному дисперсионному уравнению для ПОМСВ. В [7] исследовался случай одномерной неоднородности.

Ниже рассмотрим случай радиально-симметричной неоднородности $\mu = \mu(\omega, r)$, $r = (y^2 + z^2)^{1/2}$. В общем случае уравнение (10) можно исследовать только численными методами. Однако вблизи граничных частот МСВ ω_H , $[\omega_H(\omega_H + \omega_M)]^{1/2}$ удается найти приближенное решение (10). Результаты оказываются наиболее наглядными при частотах $\omega \simeq \omega_H$, когда $|\omega - \omega_H| \ll \omega_H$, ω, ω_M ; $\mu = -\omega_M/2(\omega - \omega_H)$, $k^2 = (n\pi/L)^2 \cdot 2 \cdot (\omega - \omega_H)/\omega_M$, $n = 1, 2, \dots$. В этом случае дисперсионное уравнение (10) для ПОМСВ можно переписать в полярных координатах в виде

$$\Theta_r'^2 + \frac{1}{r^2} \Theta_\varphi'^2 = q(r), \quad (11)$$

где $q(r) = (gL)^{-2} (n\pi + \text{arccctg } g)^2$, $g = g(r)$, $y = r \cos \varphi$, $z = r \sin \varphi$, φ — азимутальный угол.

Уравнение (11) допускает разделение переменных, поэтому его решение ищем в виде $\Theta = \omega_0 t - p_\varphi \varphi + \Theta_1(r)$, $p_\varphi = \text{const}$. Видно, что (11) подобно уравнению Гамильтона—Якоби для задачи о движении тела в центрально-симметричном поле [10]. Используя соответствующую теорию, легко находим уравнение траектории

$$\varphi - \varphi_0 = \pm \int \frac{(p_\varphi/r^2) \cdot dr}{\sqrt{q(r) - p_\varphi^2/r^2}}, \quad (12)$$

а также «временное» уравнение и уравнение для Θ_1 в виде

$$t - t_0 = - \int \frac{q'_0 dr}{2\sqrt{q(r) - p_\varphi^2/r^2}}, \quad \Theta_1 = \pm \int \sqrt{q(r) - p_\varphi^2/r^2} \cdot dr. \quad (13)$$

Соотношения (12), (13) полностью решают задачу о распространении МСВ в слабонеоднородном радиально-симметричном поле. При этом $p_\varphi = q'_0 r_0 \sin \chi_0$, где q_0 , r_0 , χ_0 — соответственно значения q , r и угла χ между \mathbf{k} и \mathbf{r} в начальный момент времени $t=t_0$.

Для наглядности рассмотрим легко реализуемую экспериментально ситуацию, когда неоднородность создается витком или системой витков площади S с током I , расположенными на малом расстоянии над пленкой параллельно ее поверхности. При этом на расстоянии $r \gg L^-$ (L^- — характерный размер не-

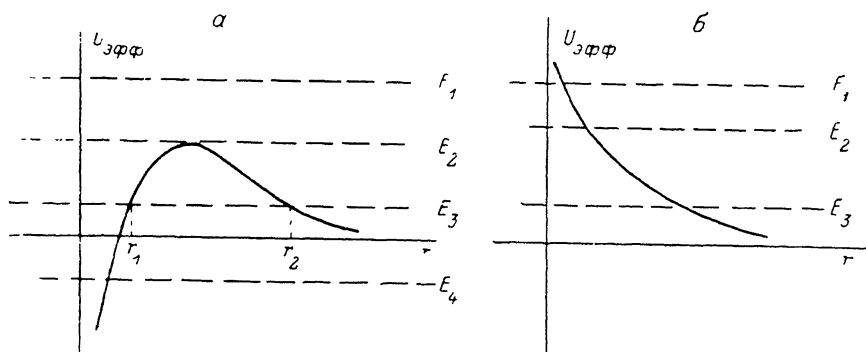


Рис. 1. Режимы распространения МСВ в неоднородном магнитном поле при $H^- = \sigma/r^3$.

$$E_i = \omega - \omega_{H0} \quad (E_1 > E_2 > E_3 > E_4); \quad a - \sigma < 0, \quad b - \sigma > 0.$$

однородности) в плоскости пленки оказывается $H^- = -IS/cr^3$ [8], а уравнение (12) приобретает вид

$$\varphi - \varphi_0 = \int \frac{(p_\varphi/r^2) dr}{\sqrt{2\tilde{m} (E - U_{\varphi\phi}(r))^{1/2}}} = - \int \frac{du}{P^{1/2}(u)}. \quad (14)$$

Здесь $P(u) = -(\sigma/|\sigma|)u^3 - u^2 + a_2$, $u = (a_1 r)^{-1}$, $E = \omega - \omega_{H0}$, $U_{\varphi\phi} = (\sigma/r^3) + (p_\varphi^2/2\tilde{m}r^2)$, $\sigma = -\gamma IS/c$, $2\tilde{m} = 2(n\pi/L)^2/\omega_M$, $a_1 = p_\varphi^2/2\tilde{m}|\sigma|$, $a_2 = E/|\sigma|a_1^3$. Еще не решив (14), можно сделать некоторые качественные выводы: МСВ будет распространяться в тех частях пленки, где $E = \omega - \omega_{H0} > U_{\varphi\phi}$ (рис. 1). Для частот $\omega > \omega_{H0}$ ($E > 0$) в зависимости от направления тока I (знака σ) имеют место различные режимы распространения. С математической точки зрения это определяется расположением нулей $a > b > c$ подкоренного выражения $P(u)$ в (14).

Рассмотрим сначала случай $\sigma < 0$, когда поле неоднородности противоположно полю H_0 (рис. 1, а). При $\omega - \omega_{H0} > V_{кр}^6 \equiv p_\varphi^6/54\tilde{m}^3\sigma^2\gamma^2 = p_\varphi^6 c^2 \omega_M^3 L^6/54\gamma^2 I^2 S^2 (\pi n)^6$ МСВ распространяется по всей пленке ($P(u)$ имеет только один вещественный корень $c < 0$).

При $\omega_{H0} < \omega < V_{кр}$ область существования МСВ делится на две части: внешнюю $r > r_2$ и внутреннюю $r < r_1$, разделенные запрещенной зоной $r_1 < r < r_2$. При этом $P(u)$ имеет три вещественных корня $a > b > 0$ и $c < 0$. Во внешней области траектория МСВ приобретает вид

$$r = \frac{1/a_1}{-|c| + (b + |c|) \cdot \text{sn}^2 Q}, \quad Q = \frac{\sqrt{a + |c|}}{2} \varphi, \quad (15)$$

где $\text{sn } x$, $\text{cn } x$ — эллиптические функции Якоби с модулем $m^2 = (b + |c|)/(a + |c|)$, $r_1 = (aa_1)^{-1}$, $r_2 = (ba_1)^{-1}$.

При углах φ , определяемых из уравнения $\operatorname{sn} Q = \pm |c|^{1/2}/(b+|c|)^{1/2}$, знаменатель в (15) обращается в нуль, что отвечает траекториям, приходящим из бесконечности и уходящим в бесконечность. При углах $\varphi = K(m^2)/(a+|c|)^{1/2}$ ($K(m^2)$ — полный эллиптический интеграл) траектория касается запрещенной зоны при $r=r_2$, отражается и уходит из области неоднородного поля. В зависимости от величины m^2 пучок МСВ может один или несколько раз огнуть центр. В предельном случае $\omega - \omega_{D0} = V_{\text{гп}}$ в (14) оказывается $m^2=1$ ($P(u)$ имеет два одинаковых положительных корня $a=b=2/3$, $c=-1/3$) и уравнение траектории приобретает простой вид

$$r = \frac{1/a_1}{\operatorname{th}^2(\varphi/2) - 1/3}, \quad \varphi > \varphi_0 = 2 \operatorname{arth} 3^{-1/2}$$

— приходящие волны навиваются на запрещенную область, которая вырождается в окружность радиуса $r=r_{1,2}=(aa_1)^{-1}$, т. е. МСВ захватывается неодно-

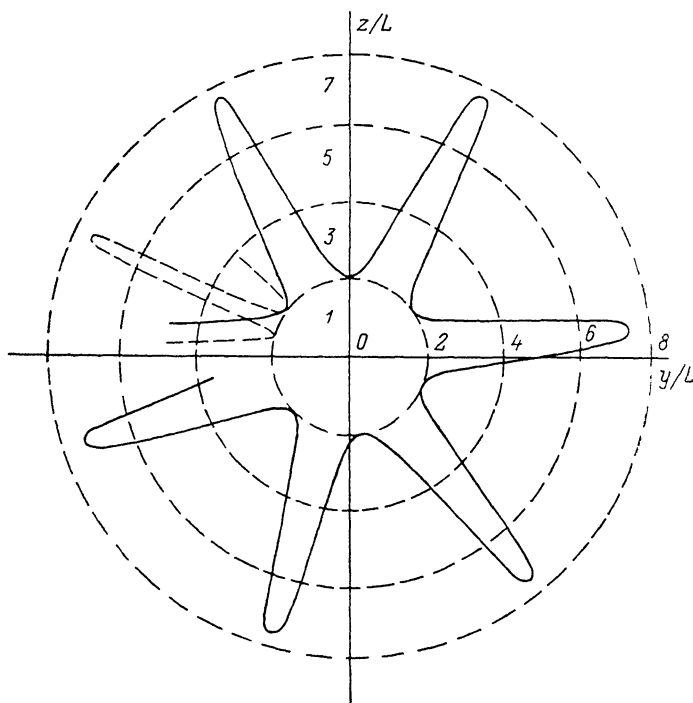


Рис. 2. Удержание ПОМСВ областью слабонеоднородного поля, образованного двумя различными круговыми concentрическими токами.

родностью. В соответствии с постоянством секториальной скорости при этом групповая скорость МСВ будет практически неизменной. Если к тому же $p_\varphi = n$ ($n=1, 2, \dots$), то в системе образуется кольцевой резонатор.

Во внутренней области $r_1 > r > 0$ траектория МСВ имеет вид незамкнутой кривой, не выходящей, однако, из области,

$$r = \frac{1}{a_1} \frac{\operatorname{sn}^2 Q}{(a+|c|) - |c| \operatorname{sn}^2 Q},$$

где $Q = \sqrt{a-c} \varphi/2$, $m^2 = (b+|c|)/(a+|c|)$.

При $Q = K(m^2)$ траектория касается запрещенной зоны изнутри $r=r_1$, переотражаясь от нее к центру. Однако анализ распространения МСВ во внутренней области требует более детального знания структуры неоднородного поля при малых r . Тем не менее качественно вид кривых мало изменится. С учетом того, что при $r \rightarrow 0$ реально $H^{\sim}(r) \rightarrow \operatorname{const}$, $U_{\text{эфф}}$ в нуле $\sim r^{-2}$, и при $p_\varphi \neq 0$ МСВ в центр не попадает. В качестве иллюстрации на рис. 2 приведен график

траектории МСВ в неоднородном поле, образованном двумя концентрическими витками с током, полученный в результате непосредственного численного решения уравнения (10).

В случае $\omega < \omega_{H0}$ ($E < 0$) (рис. 1, а) МСВ может распространяться только во внутренней области.

В случае $\sigma > 0$ (рис. 1, б) МСВ может распространяться только во внешней области $r > r_2$. Уравнение траектории в зависимости от соотношения между $\omega - \omega_{H0}$ и $V_{кр}$ также выражается через эллиптические функции.

При $\omega - \omega_{H0} = V_{кр}$ уравнение траектории приобретает простой вид

$$r = \frac{1/a_1}{1/3 - \text{th}^2(\varphi/2)}, \quad |\varphi| < \varphi_0 \equiv \text{arth } 3^{-1/2},$$

а точка отражения находится при $r = 3/a_1$.

Если считать, что характерный размер области тока равен $S^{1/2}$, то условие применимости (14) $a_1^{-1} \gg S^{1/2}$ можно также представить в виде

$$\gamma I S^{1/2} \gg \frac{p_\varphi^2 \omega_M L^2 c}{2(n\pi)^2}, \quad n = 1, 2, \dots$$

При нарушении этого условия положение запрещенной зоны может отличаться от вышеуказанного. Разумеется, при этом должно выполняться и общее условие малости неоднородности $\omega_H \gg \gamma I S a_1^3 / c$.

Численные оценки выполним для пленки ЖИГ толщиной $2L \approx 10^{-3}$ см, $\omega_M \approx 3 \cdot 10^{10}$ с $^{-1}$. Тогда при $\omega_{H0} = \gamma H_0 \approx 6 \cdot 10^{10}$ с $^{-1}$, частоте МСВ $\omega \approx 6.5 \cdot 10^{10}$ с $^{-1}$ для реализации кольцевого резонатора требуется виток (или система витков) радиуса $\approx 10^{-1}$ см с током $I \approx 50$ А.

Таким образом, использование системы витков с током вблизи поверхности пленки позволяет эффективно управлять режимами распространения МСВ путем изменения величины или направления тока подмагничивания, что представляет значительный интерес при создании устройств обработки сигналов спин-волновой электроники.

Список литературы

- [1] Ванна Г. М. // Электроника СВЧ. Сер. 1. 1984. Вып. 8. С. 1—80.
- [2] Гуревич А. Г. Ферромагнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973. 592 с.
- [3] Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.
- [4] Беспятых Ю. И., Зубков В. И., Тарасенко В. В. // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 1. С. 140—147.
- [5] Stancil D. D., Morgenthaler F. R. // J. Appl. Phys. 1983. Vol. 54. N 3. P. 1613—1618.
- [6] Tsutsumi M., Masaoka Y., Ohira T., Kumagai N. Appl. Phys. Lett., 1979. Vol. 35. N 2. P. 204—206.
- [7] Бурлак Г. Н. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 24. С. 1478—1480.
- [8] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [9] Уизем Дж. Линеинные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 580 с.
- [10] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М.: Наука, 1973. 210 с.

Киевский государственный университет
им. Т. Г. Шевченко

Поступило в Редакцию
1 августа 1988 г.