

до некоторого значения  $H_c$  (рис. 1). Для больших добротностей  $Q$  можно получить, что  $H_c = \pi M^2 / (M_m - M)$ .

Величина  $H_c$  уменьшается с ростом  $M_m$ , поэтому, приравняв  $H_c$  и  $H_p$ , мы получим верхнюю границу для значения  $M_m$ . Для наиболее широко применяемых пленок феррита  $Y_3Fe_5O_{12}$   $4\pi M = 1750$  Э,  $H_p \approx 70$  Э [6], что соответствует максимальной намагниченности насыщения ферромагнитного металла  $4\pi M_m \approx 10^5$  Э.

На рис. 2, 3 приведены зависимости коэффициента поглощения  $\alpha$  от величины  $H$  напряженности внешнего магнитного поля, рассчитанные по формуле (2) применительно к пленке феррита  $Y_3Fe_5O_{12}$  и железоникелевому сплаву ( $Ni 82\%$ ,  $Fe 18\%$ ,  $4\pi M_m = 8070$  Э,  $Q = 40$  [8]). Кривые на рис. 2 и 3 соответствуют двум возможным экспериментальным ситуациям возбуждения МСВ: возбуждению на фиксированной частоте (рис. 2) и возбуждению при фиксированном волновом числе (рис. 3). Асимметрия кривой  $\alpha(H)$  в первом случае обусловлена тем, что волновое число  $k'$ , от которого зависит напряженность высокочастотного поля, создаваемого МСВ в металле, является при фиксированной частоте функцией внешнего магнитного поля.

Приведенная на рис. 3 полевая зависимость величины  $e^{-2\alpha L}$  ( $L$  — длина распространения МСВ) показывает, что изменения коэффициента поглощения при добротности  $Q \geq 40$  вблизи антирезонанса могут привести к существенным изменениям интенсивности прошедшей вдоль структуры волны.

В заключение отметим, что диапазон напряженностей подмагничивающего поля и частот МСВ, в которых возможно наблюдение антирезонансных особенностей характеристик МСВ, может быть расширен за счет сближения значений намагниченостей насыщения феррита и ферромагнитного металла.

Авторы выражают благодарность Б. Ф. Мещерякову за полезное обсуждение результатов работы.

### Список литературы

- [1] Беспятых Ю. И., Зубков В. И. // ЖТФ. 1975. Т. 45. № 11. С. 2386—2394.
- [2] Bongianni W. L. // J. Appl. Phys. 1972. Vol. 43. N 6. P. 2541—2548.
- [3] Kittel C. // Phys. Rev. 1948. Vol. 73. N 2. P. 155—161.
- [4] Каганов М. И. // Физика металлов и металловедение. 1959. Т. 7. № 2. С. 288—289.
- [5] Гейнрих Б., Мещеряков В. Ф. // ЖЭТФ. 1970. Т. 59. Вып. 2. С. 424—433.
- [6] Лебедев Ю. Г., Титяков И. Г., Филимонов Б. Н. // Физика металлов и металловедение. 1976. Т. 41. № 6. С. 1159—1168.

Московский институт  
радиотехники, электроники и автоматики

Поступило в Редакцию  
13 апреля 1988 г.  
В окончательной редакции  
12 августа 1988 г.

01; 10

Журнал технической физики, т. 59, в. 8, 1989

## ДИНАМИКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЗНАКОПЕРЕМЕННОМ ТОРОИДАЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Я. С. Дербенев, Ю. Л. Мартиросян, М. Л. Петросян

Как известно из теории ускорителей [1], использование постоянных во времени магнитных полей при создании циклических ускорителей заряженных частиц позволяет избежать множество нежелательных явлений в ускорительной технике и существенно повысить интенсивность пучка ускоряемых частиц. В работах [2, 3] предлагалась одна из таких возможностей — использование тороидальных полей, где вертикальный дрейф частиц подавлялся при помощи пар магнитных квадрупольных линз, установленных по тору. Однако выявились существенные трудности для получения замкнутых орбит движения частиц. Следует отметить, что тороидальные магнитные поля использовались в ускорителях и раньше (например, в обобщенном бетатроне вдобавок к полю обычного бетатрона [4, 5]). Однако в этих установках применялись изменяющиеся в процессе ускорения тороидальные поля.

В данной работе обсуждается возможность использования знакопеременного тороидального

ного магнитного поля в качестве магнитной дорожки колышевого ускорителя электронов. В таком поле вертикальный дрейф частиц, возникающий в отдельном участке, компенсируется обратным дрейфом в соседнем участке.

Рассмотрим магнитную дорожку, состоящую из участков торoidalных полей, имеющих противоположные направления. Пусть имеется  $N$  периодов магнитной дорожки каждый длиной  $l_T = 2\pi R/N$ , а каждый элемент периодичности состоит из двух участков чисто торoidalных полей  $H(+)=H_0R/r$  и  $H(-)=-(H_0R)/r$ , где  $R$  — большой радиус тора;  $H_0$  — значение магнитного поля на этом радиусе и краевых полей рассеяния, которые определим ниже.

Рассмотрим задачу об устойчивости поперечных колебаний электронов вблизи оси симметрии торoidalных соленоидов (предполагаем, что концы соленоидов расположены вплотную друг к другу). Будем использовать систему криволинейных систем координат  $(x, i, z)$ , где  $s$  — длина вдоль оси симметрии системы,  $x$  и  $z$  — радиальное и вертикальное отклонения от этой оси.

Линеаризованные уравнения движения по  $x/R, z/R$  при этом имеют вид

$$U'' + i\nu(S) U' + \frac{i\nu'(S)}{2} U = \frac{1}{R}, \quad (1)$$

где  $\nu(s) = eH(s)/Pc$ ,  $H(s)$  — продольное магнитное поле вблизи оси симметрии системы,  $U = x + iz$  — комплексная амплитуда,  $P$  — импульс частицы,  $c$  — скорость света,  $e$  — заряд электрона.

Надо отметить, что среднее относительное радиальное отклонение имеет величину порядка  $\Delta R/R \approx 1/\nu^2 R^2$ . Вынуждающий член  $1/R$  в правой части уравнения (1) связан с торoidalностью системы, ответственной за эффект дрейфа. Штрихи над буквами означают дифференцирование по  $s$ .

Для решения уравнения (1) сделаем фазовое преобразование

$$U = V \exp \left\{ -\frac{i}{2} \int \nu(s) ds \right\}, \quad (2)$$

после чего оно принимает вид

$$V'' + \frac{\nu^2(s)}{4} V = \frac{1}{R} \exp \left\{ \frac{i}{2} \int \nu(s) ds \right\}. \quad (3)$$

Как видно из (3), при  $\nu(s) = \text{const}$  торoidalное поле приводит к [неограниченному дрейфу. В общем случае решение уравнения (3) можно представить суммой свободного и вынужденного движения

$$V(s) = V_0(s) + V_{cb}(s), \quad (4)$$

где  $V_{cb}(s)$  удовлетворяет уравнению (3) без правой части и описывает малые колебания вокруг замкнутой орбиты,  $V_0(s)$  есть частное решение и описывает поведение замкнутой орбиты (условие замкнутости будет получено ниже). Она определяется методом вариации произвольных постоянных и выражается через фундаментальную систему решений однородного уравнения формулой

$$V_0(s) = V_2 \int \frac{V_1 S(s)}{W} ds - V_1 \int \frac{V_2 S(s)}{W} ds, \quad (5)$$

где  $W = V_1 V'_2 - V_2 V'_1$  — бронскиан однородного уравнения (3),  $V_{cb}(s) = c_1 V_1(s) + c_2 V_2(s)$ ,  $J(s) = \frac{1}{R} \exp \left\{ \frac{i}{2} \int \nu(s) ds \right\}$ .

Для получения характеристик траектории частиц в ускорителе будем решать уравнение (3) по отдельным участкам и «спинять» эти решения на границах участков с учетом непрерывности и гладкости траектории

$$U_+(\Theta_{rp}) = U_-(\Theta_{rp}); \quad U'_+(\Theta_{rp}) = U'_-(\Theta_{rp}), \quad (6)$$

где индексы «+» и «-» соответствуют значениям, взятым на границе приближении к ней слева и справа. Большая длина соленоидов (условие  $l_s \gg p_0$ ) дает возможность при определении матрицы перехода пользоваться асимптотиками поведения магнитного поля и решений однородного уравнения

$$V'' + \frac{\nu^2(s)}{4} V = 0 \quad (7)$$

для областей вдали от переходной, в которой магнитное поле проходит через нуль. Поведение магнитного поля  $H(s)$  двух тороидальных соленоидов с противоположными полями, расположенных вплотную друг к другу, вблизи оси симметрии этих соленоидов описывается выражением [6]

$$H(s) = H_0 \frac{s}{p_0} \frac{1}{[1 + (s/p_0)^2]^{1/2}}, \quad (8)$$

где  $p_0$  — малый радиус соленоидов.

В переменных  $y=s/p_0$  уравнение (7) принимает вид

$$V'' + \frac{\lambda^2}{4} \frac{y^2}{1+y^2} V = 0. \quad (9)$$

В нашей работе ограничимся актуальным случаем, когда безразмерный параметр  $\lambda = eH_0l_0/Pc \gg 1$ , что соответствует большой величине магнитного поля (или низким энергиям электронов) настолько, что на характерном размере переходной области  $\Delta s \approx 2p_0$  электрон совершает много ларморовских осцилляций.

После соответствующего преобразования Лиувилля решение уравнения (9) можно представить в виде [7]

$$V_{1,2}(s) = \left[ \frac{(1+y^2)}{y^2} - \xi^2 \right]^{1/4} W_{1,2}(\xi), \quad (10)$$

где  $\xi = \left( \int_0^y |i| di / \sqrt{1+i^2} \right)^{1/2}$ , а функции  $W_{1,2}(\xi)$  имеют вид

$$\begin{aligned} W_1(\xi) &= \xi^{1/2} [J_{1/4}(\lambda\xi^2) + \varepsilon_1(\xi)], \\ W_2(\xi) &= \xi^{1/2} [Y_{1/4}(\lambda\xi^2) + \varepsilon_2(\xi)], \end{aligned} \quad (11)$$

где  $J_{1/4}(x)$  и  $Y_{1/4}(x)$  — функции Бесселя первого и второго родов порядка  $1/4$  соответственно.

Остаточные члены  $\varepsilon_{1,2}(\xi)$  имеют порядок малости

$$\varepsilon_{1,2}(\xi) \sim O(\lambda^{-3/4} \ln \lambda). \quad (12)$$

Подобные же оценки имеют место и для производных решений [7]. Отметим, что переменная  $\xi$  имеет те же свойства симметрии, что и  $y$ . Из аналитических свойств функций Бесселя следует, что решения  $V_{1,2}(y)$  являются симметричной и антисимметричной функциями от  $y$  соответственно. Эти свойства решений отвечают симметрии поведения магнитного поля как функций от  $y$ . Используя асимптотические поведения функций Бесселя при большом аргументе [8], можно показать, что решения  $V_{1,2}(y)$  вдали от точки примыкания соленоидов имеют асимптотический вид

$$\begin{aligned} V_1(y) &\simeq \sqrt{\frac{2}{\pi\lambda}} \cos\left(\lambda|y| - \frac{3}{8}\pi\right), \\ V_2(y) &\simeq \sqrt{\frac{2}{\pi\lambda}} \sin\left(\lambda|y| - \frac{3}{8}\pi\right) \operatorname{sign}(y). \end{aligned} \quad (13)$$

Из (13) следует, что свойства данного преобразования аналогичны элементарным свойствам преобразования при постоянном  $H_0^2$ . Роль переходной области сводится к появлению дополнительного фазового сдвига. Следовательно, для матрицы перехода за один элемент периодичности можно писать

$$M_T = \begin{pmatrix} \cos\left(2\nu_0\theta_c - \frac{3}{2}\pi\right) & \frac{1}{\nu_0} \sin\left(2\nu_0\theta_c - \frac{3}{2}\pi\right) \\ -\nu_0 \sin\left(2\nu_0\theta_c - \frac{3}{2}\pi\right) & \cos\left(2\nu_0\theta_c - \frac{3}{2}\pi\right) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где  $\nu_0 = eH_0R/Pc$ ,  $\theta_c = l_c/R$  — угловой раствор соленоидов.

Так как интеграл от поля  $\int_T^y v(s) ds = 0$ , то элементы матрицы перехода для  $U$  и  $V$

совпадают. Собственные значения этой матрицы есть  $L_{1,2} = \exp\{\pm 2i\nu_0\theta_c \mp \frac{3}{2}\pi\}$ . Таким образом, движение будет устойчивым, если [9]

$$-\frac{3}{2}\pi + 2\nu_0\theta_c \neq 2\pi n; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

Подставляя выражения функций  $V_{1,2}(y)$  из (10) в (5) и производя интегрирование в соответствующих пределах, можно показать, что условия (15) достаточны для существования замкнутых орбит движения электронов в рассматриваемой магнитной системе. Как следует из (10), амплитуда свободных колебаний достигает своего максимального значения вблизи точки перехода через нуль тороидального магнитного поля и имеет величину

$$|U|_{\max} \sim \Gamma\left(\frac{1}{4}\right) \frac{1}{\pi} \left(\frac{2}{\lambda}\right)^{1/4}. \quad (16)$$

Отношение этой амплитуды к минимальной амплитуде колебаний, которая получается в центре тороидальных соленоидов (вдали от точки перехода), имеет порядок

$$\frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} \approx \frac{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{1/4}. \quad (17)$$

Верхний предел допускаемой энергии частиц в таком ускорителе определяется допуском на дрейф частицы в вертикальном направлении, величина которого при условии  $\nu_0^2 \geq 1$  определяется выражением

$$\Delta Z_d \approx R_0 \theta / \nu_0 \quad (18)$$

и достигает своего максимального значения в конце тороидальных участков  $\Delta Z_d \approx R \theta_c / \nu_0$ . Из требования  $\Delta Z_d \leq p_0$  получаем следующее ограничение на допускаемую максимальную энергию частицы:

$$T_{\max} (\text{МэВ}) = \frac{1}{2} \{ [1 + (NK)^2]^{1/2} - 1 \}, \quad (19)$$

где  $K = 2 \cdot 10^{-4} H_0 (\Theta) p_0$  (см),  $N = 2\pi R/l_T$ .

Приведем некоторые практические оценки. Для увеличения предельной максимальной энергии необходимо увеличить  $H_0$ ,  $R$  и  $N$ . Увеличение  $N$  при заданных  $H_0$ ,  $R$  и  $p_0$  ограничивается условием  $l_c \geq p_0$ , поставленным при решении данной задачи. Однако на практике можно ограничиваться условием  $l_c \geq 4l_0$ . Тогда максимальная энергия в основном будет определяться величинами  $H_0$  и  $R_0$ . Принимая для примера  $R = 50$  см и  $H_0 = 1.5 \cdot 10^3$  Э (для теплых магнитов), для максимальной энергии из (19) получаем  $T_{\max} \approx 6$  МэВ. Для сверхпроводящих магнитов, принимая  $H_0 = 4 \cdot 10^4$  Э, при том же диаметре ускорителя получаем  $T_{\max} \approx 160$  МэВ. Число периодов  $N$  будет определяться величиной  $p_0$ . При  $p_0 \approx 1$  см получаем  $N \approx 30$ . Легко убедиться, что при приведенных цифрах условие  $\nu_0^2 \geq 1$  не нарушается.

Полученные результаты могут иметь практический интерес. Исходя из этого в дальнейшем необходимо более точно исследовать динамику частиц с учетом нелинейных поправок от краевых полей, влияние отброшенных членов  $\sim \lambda^{-3/2}$  в выражении (11), погрешности ориентации тороидальных соленоидов и т. д. Так как одна из основных областей применения таких систем — ускорение больших токов, то представляется важным также исследование влияния пространственного заряда на устойчивость пучка ускоряемых частиц.

### Список литературы

- [1] Коломенский А. А., Лебедев А. В. Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962. 352 с.
- [2] Мартиросян Ю. Л., Петросян М. Л. Препринт ЕФИ. № 1421. Ереван, 1980. 10 с.
- [3] Мартиросян Ю. Л., Петросян М. Л., Акопов М. А. А. с. 768378. БИ. 1982. № 41. 275 с.
- [4] Rostoker N. // Bull. APS. 1980. Vol. 25. P. 854.
- [5] Barak G., Fisher A., Ishizuka H., Rostoker N. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1981. Vol. NS-28. N 3. P. 792—798.
- [6] Глазер В. Основы электронной оптики. М.: Гостехиздат, 1957. 763 с.
- [7] Olver F. W. // Trans. Amer. Math. Soc. 1977. Vol. 226. P. 227—241.

- [8] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. М. Стиган. М.: Наука, 1979. 830 с.
- [9] Якубович В. А., Старжинский В. М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М.: Наука, 1971. 718 с.

Поступило в Редакцию  
17 апреля 1987 г.  
В окончательной редакции  
10 июня 1988 г.

03; 12

Журнал технической физики, т. 59, в. 8, 1989

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ПУЧКОВ ВРЕМЯПРОЛЕТНЫМ МЕТОДОМ

*M. A. Ходорковский, A. A. Марков, A. И. Долгин*

Высокоинтенсивные молекулярные пучки широко применяются для решения задач динамики электрон-атомных столкновений, химической кинетики и др. Вместе с тем развиваются методы диагностики параметров пучков, в частности распределения молекул пучка по скоростям. Особое место среди них занимает времяпролетный (ВП) метод, заключающийся в формировании во времени коротких пакетов частиц и регистрация времени прилета их на детектор, находящийся на известном расстоянии от формирователя. По сигналу детектора, пропорциональному плотности частиц, приходящих на него в зависимости от времени пролета, восстанавливается функция распределения молекул пучка по скоростям [1, 2].

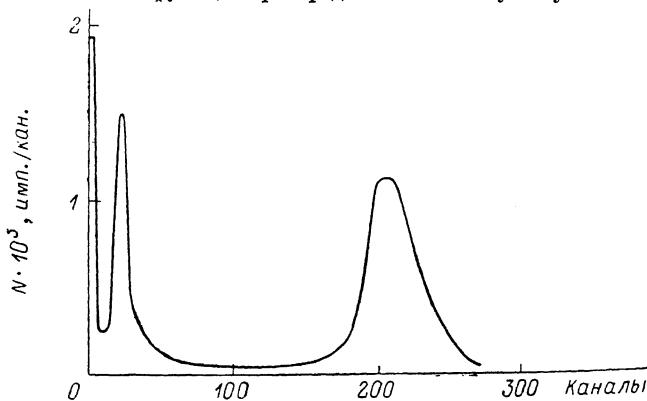


Рис. 1. Времяпролетный спектр CO.

В настоящей работе приведены результаты диагностики параметров молекулярных пучков  $H_2$ ,  $N_2$  и CO методом ВП метастабильной спектроскопии, основанном на регистрации пакетов метастабильных частиц, возбужденных импульсным электронным пучком. Эксперименты проводились на установке с источником газодинамического молекулярного пучка, конструкция и основные характеристики которого приведены в [3]. Детектором метастабильных частиц являлся вторичный электронный умножитель ВЭУ-1А, установленный на оси молекулярного пучка на расстоянии 630 мм от точки пересечения молекулярного и электронного пучков. Система регистрации сигнала работала в режиме счета отдельных частиц. Накопление ВП спектров осуществлялось многоканальным анализатором импульсов АИ-4096, запуск которого был синхронизован с импульсом тока электронной пушки. Длительность импульсов тока могла регулироваться в пределах 0.1–10 мкс.

Типичный ВП спектр молекулярного пучка CO при температуре торможения  $T_0=295$  К и давлении в ресивере  $P_0=1 \cdot 10^6$  Па представлен на рис. 1. Спектр записан при ширине канала анализатора 4 мкс, частоте следования импульсов тока электронной пушки 1 кГц, время накопления спектра  $\sim 20$  мин. Первый пик во времяпролетном спектре CO обусловлен