

$$(\lvert \delta k \times H \rvert_x + \lvert k \times \delta H \rvert_x) x_0 + \left( H_z \delta k_z + k_z \delta H_x + i \frac{\partial \delta H_z}{\partial x} \right) y_0 - \\ - \left( H_x \delta k_y + k_y \delta H_x + i \frac{\partial \delta H_y}{\partial x} \right) z_0 = - \frac{\omega}{c} \delta E - \frac{\delta \omega}{c} \frac{\partial (\omega \hat{E})}{\partial \omega} E. \quad (5)$$

Умножим скалярно уравнение (4) на  $H^*$  и (5) на  $E^*$  и вычтем второе из первого. При группировке слагаемых учтем уравнения, комплексно сопряженные с (3). В результате получим

$$\frac{16\pi}{c} \delta k (S_{\parallel} - v_r w) + i \frac{\partial}{\partial x} (H_y^* \delta E_z - H_z^* \delta E_y + E_x^* \delta H_y - E_y^* \delta H_z) = \frac{\omega}{c} (H^* \hat{\mu} \delta H - \delta H \hat{\mu}^* H^* + E^* \delta E - \delta E \hat{\epsilon}^* E^*). \quad (6)$$

В отсутствие поглощения в феррите тензоры  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\epsilon}$  эрмитовы, поэтому правая часть (6) обращается в нуль. Разумеется, это утверждение справедливо и вне феррита. Проинтегрируем (6) по  $x$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Поскольку под знак  $\partial/\partial x$  входят лишь касательные к границам феррита компоненты векторов  $H$ ,  $E$ ,  $\delta H$ ,  $\delta E$ , непрерывные на границах диэлектриков, то интеграл от второго слагаемого в левой части (6) равен нулю. Таким образом,

$$\delta k (P - v_r W) = 0. \quad (7)$$

В силу произвольности  $\delta k$  отсюда следует, что  $v_r = v_s$ .

Приведенное доказательство по существу не изменится, если в системе не один, а несколько ферритовых слоев, разделенных немагнитными диэлектриками, а также если параллельно поверхности ферритовой пленки расположен идеальный металлический экран (или два экрана), так как на идеальном металле  $E_y, \delta E_y = 0$ .

### Список литературы

- [1] Ващковский А. В., Гречушкин К. В., Стальмахов А. В. // РЭ. 1985. Т. 30. № 12. С. 2422 — 2428.
- [2] Гречушкин К. В., Стальмахов А. В., Тюлюкин В. А. // РЭ. 1986. Т. 31. № 8. С. 1487 — 1494.
- [3] Фетисов Ю. К., Преображенский В. Л. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 3. С. 564—566.
- [4] Лукомский В. П., Седлецкий Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 5. С. 654 — 664.
- [5] Pizzarello F. A., Collins J. H., Coerver L. E. // J. Appl. Phys. 1970. Vol. 41. N 3. P. 1016 — 1017.
- [6] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
- [7] Аграпович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1979. 432 с.
- [8] Зильберглейт А. С., Копилевич Ю. И. // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 2. С. 241—251. Там же. Вып. 3. С. 449—460.

Поступило в Редакцию  
18 апреля 1988 г.

### УВЛЕЧЕНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ СТРУКТУР АВТОВОЛНАМИ В АКТИВНОЙ СРЕДЕ С ДИФФУЗИЕЙ

Ю. И. Балкарей, М. Г. Евтихов, М. И. Елинсон

1. В работе [1] нами начато исследование процессов взаимодействия сильно нелинейных устойчивых возбуждений — автоволны и контрастных диссипативных структур (КДС) в модельной двухслойной среде из осцилляторов Ван дер Поля, связанных диффузией. Активные среды с диффузией широко изучаются в разных областях науки (см., например, последний обзор по этой тематике [2]). Однако до сих пор речь шла о средах, в которых реализуются либо автоволны, либо диссипативные структуры. Предложенная в [1] двухслойная система — это объект, в котором оба типа нелинейных возбуждений могут сосуществовать и взаимодействовать, что приводит к новым явлениям в физике активных сред. Двухслойная среда инте-

ресна также тем, что может обладать памятью за счет формирования КДС и способностью передавать информацию от структуры к структуре и на периферию системы с помощью волн. Среда является распределенным аналогом известной модели нейронной сети, изученной в работе [3]. В настоящее время имеется возможность создания такого рода систем средствами электроники, оптоэлектроники, химии [4, 5].

Уединенные волны нейристорного типа, или бегущие импульсы (БИ), и КДС являются наиболее интересными среди возбуждений, известных в активных средах с диффузией [2]. Контрастные диссипативные структуры имеют вид статических доменов или страт типа страт газового разряда [2, 6-8]. Условия существования БИ и КДС близки, однако в случае БИ преобладает диффузия той кинетической переменной (будем называть ее автокатализической), неустойчивость которой во времени определяет активные свойства среды. В случае реализации КДС преобладает диффузия кинетической переменной (будем называть ее ингибиторной), которая тормозит развитие неустойчивости. В [1] выбраны такие условия, что

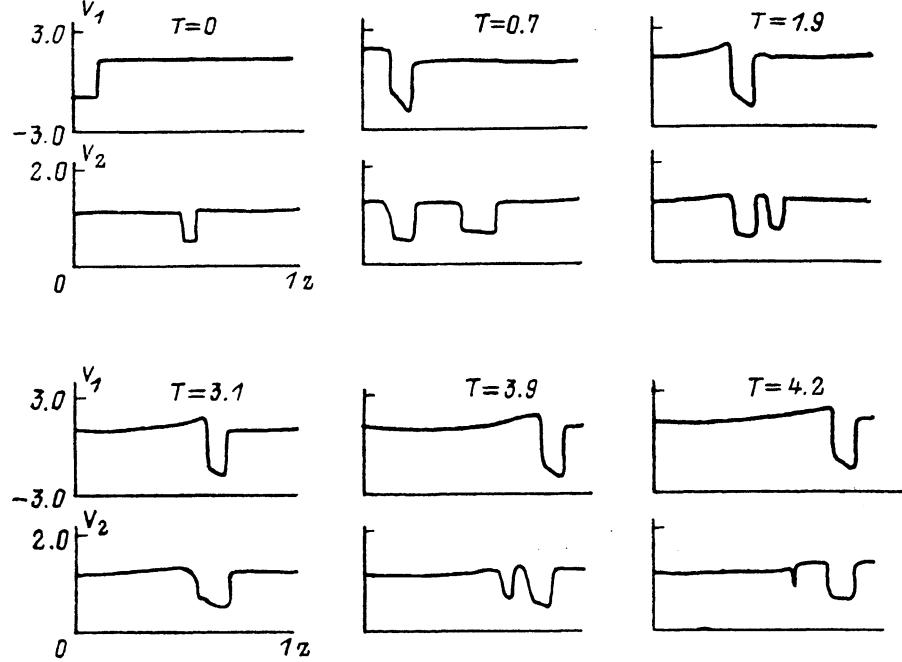


Рис. 1. Столкновение страты, увлекаемой бегущим импульсом, с неподвижной стратой.  
 $a = -0.8$ ,  $b = 0.5$ ,  $2\delta = 1$ ,  $\omega_0 = 10^{-1}$ ,  $V^0 = 1.125$ ,  $N^0 = 0.65$ ,  $\gamma_{12} = 8 \cdot 10^{-2}$ ,  $D_{21}, D_{11} = 5 \cdot 10^{-6}$ ,  $D_{12} = 0$ ,  $D_{22} = 5 \cdot 10^{-4}$ ,  $t = 5$ , время  $t = 100$   $T$ .

в одном из слоев существуют БИ, в другом — КДС, а между собой слои связаны за счет диффузии. Среди новых эффектов, обнаруженных в [1] с помощью численного эксперимента, эффект увлечения КДС движущимся БИ. Настоящее сообщение посвящено более подробному исследованию этого эффекта.

2. Математическая модель среды имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1}{\partial t} &= 2\delta_1 \left( V_1 - \frac{V_1^3}{3} \right) - N_1 + \gamma_{12} (V_2 - V_1) + D_{11} \nabla_1^2 V_1, \\ \frac{\partial N_1}{\partial t} &= \omega_{01}^2 (V_1 - b_1 N_1 - a_1) + \tilde{\gamma}_{12} (N_2 - N_1) + D_{12} \nabla_1^2 N_1, \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} &= 2\delta_2 \left( V_2 - \frac{V_2^3}{3} \right) - N_2 + \gamma_{12} (V_1 - V_2) + D_{21} \nabla_2^2 V_2, \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} &= \omega_{02}^2 (V_2 - b_2 N_2 - a_2) + \tilde{\gamma}_{12} (N_1 - N_2) + D_{22} \nabla_2^2 N_2. \end{aligned} \quad (1a)$$

При занулении коэффициентов связи  $\gamma_{12}$ ,  $\tilde{\gamma}_{12}$  модель распадается на две независимых подсистемы, два слоя. Переменные  $V_1, V_2$  являются автокатализическими, переменные  $N_1, N_2$  — ингибиторными. Параметры  $\delta_i$ ,  $\omega_{0i}$ ,  $b_i$ ,  $a_i$ ,  $D_{ik}$  — положительные константы;  $\nabla_i^2$  — оператор

Лапласа, действующий в плоскости системы. При  $a_i=0$ ,  $b_i=0$  однородные уравнения (1а) и (1б) сводятся к стандартному уравнению осциллятора Ван дер Поля с коэффициентом трения  $2\delta_i$  и частотой  $\omega_0$ .

Для реализации интересующих нас возбуждений следует принять, что  $2\delta_i \gg \omega_0$ , т. е. осцилляторы являются релаксационными, а параметры  $a_i$  и  $b_i$  подбираются из условия существования у осцилляторов ждущего режима. Последний обеспечивает одиночный временной импульсный отклик на слабое, но надпороговое возмущение. При указанных условиях в случае неравенства на диффузионные длины  $L_{11} \gg L_{12}$  ( $L_{11}=(D_{11}/2\delta_1)^{1/2}$ ,  $L_{12}=(D_{12}/\omega_{01})^{1/2}$ ) в подсистеме (1а) без связи с подсистемой (1б) в ответ на слабое локальное возмущение формируется БИ. Если принять для изолированной подсистемы (1б) условие  $L_{21} \ll L_{22}$  ( $L_{21}=(D_{21}/2\delta_2)^{1/2}$ ,  $L_{22}=(D_{22}/\omega_{02})^{1/2}$ ), то в ней в ответ на аналогичное локальное возмущение формируется уединенная струя.

Связи в дальнейшем вводятся только по автокаталитическим переменным, поскольку связи по ингибиторным переменным способствуют расцеплению слоев. В данном сообщении рассматривается одномерный случай. На отрезке  $0 \leq z \leq L$  в качестве граничных к уравнениям (1а), (1б) задаются условия

$$\frac{dV_1}{dz} \Big|_{z=0; L} = \frac{dN_1}{dz} \Big|_{z=0; L} = \frac{dV_2}{dz} \Big|_{z=0; L} = \frac{dN_2}{dz} \Big|_{z=0; L} = 0. \quad (2)$$

При численном моделировании используется метод прогонки и неявная итерационная разностная схема, применяемая для решения квазилинейного уравнения теплопроводности [9].

3. Переходим к результатам численных экспериментов по увеличению КДС бегущими импульсами. Удобно выбрать все параметры слоев, кроме коэффициентов диффузии, одинаковыми. Тогда и амплитудные значения переменных  $V_i$  и  $N_i$  в КДС и БИ близки, что приводит зачастую при заметной связи слоев к существенному локальному сдвигу положения равновесия в слое (1а) из-за образования струи в слое (1б). Эта область в слое (1а) становится автокоалебательной, из нее начинают периодически исходить БИ, пробегающие по всей среде. Образуется так называемый ведущий центр (ВЦ) [1], который сейчас нас не интересует. Чтобы избежать образования ВЦ, можно существенно уменьшить масштаб струи и таким образом уменьшить ее влияние на другой слой. При этом следует сохранить однородные стационарные состояния слоев  $V_1^0$ ,  $N_1^0$  и  $V_2^0$ ,  $N_2^0$  одинаковыми (равновесие в отсутствие возбуждений). Вводя масштабный множитель  $l$ , выбирая  $2\delta_1=2\delta_2=2\delta$ ,  $\omega_{01}=\omega_{02}\equiv\omega_0$ ;  $b_1=b_2\equiv b$ ,  $a_1=a$ ,  $a_2=a/l$ ,  $V_1^0=V_2^0\equiv V^0$ ,  $N_1^0=N_2^0\equiv N^0$ , переписываем (1а), (1б) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1}{\partial t} &= 2\delta \left( V_1 - \frac{V_1^3}{3} \right) - N_1 + \gamma_{12} (V_2 - V_1) + D_{11} \frac{\partial^2 V_1}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial N_1}{\partial t} &= \omega_0^2 (V_1 - bN_1 - a) + D_{12} \frac{\partial^2 N_1}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial V_2}{\partial t} &= 2\delta \left[ (V_2 - V_0) - l^2 \frac{(V_2 - V_0)^3}{3} \right] - (N_2 - N_0) + \gamma_{12} (V_1 - V_2) + D_{21} \frac{\partial^2 V_2}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} &= \omega_0 \left[ (V_2 - V_0) - b (N_2 - N_0) + \frac{a}{l} \right] + D_{22} \frac{\partial^2 N_2}{\partial z^2}, \\ V_0 &= \left( 1 - \frac{1}{l} \right) V^0, \quad N_0 = \left( 1 - \frac{1}{l} \right) N^0. \end{aligned} \quad (3a)$$

Легко проверить, что при такой записи однородные стационарные состояния слоев совпадают, а амплитудные значения у струи в  $l$  раз меньше, чем у БИ.

На рис. 1 видно, как в исходно однородном состоянии среды в центре создается локальное начальное возмущение в слое (1б), из которого формируется устойчивая неподвижная струя. Одновременно в слое (1а) у левого края создается локальное возмущение, ведущее к образованию БИ. За счет связи слоев БИ порождает в слое (1б) спаянную с ним струту. К моменту  $T=1.9$  начинается столкновение движущегося комплекса БИ—струя с неподвижной струей. В результате столкновения происходит сложный процесс: струи сливаются, БИ продолжает увлекать единую широкую струту, правая стенка последней движется несколько быстрее левой, что приводит к дополнительному уширению струи. Для достаточно

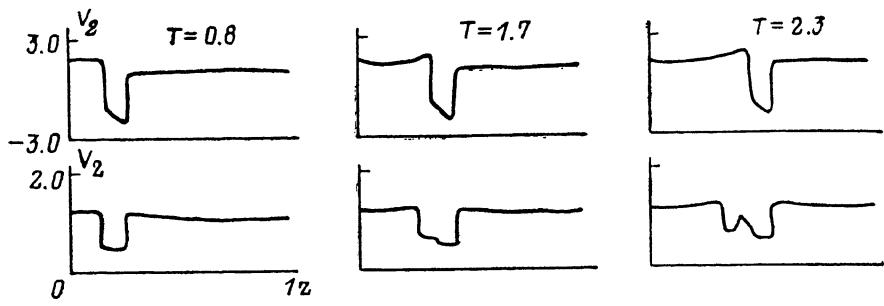


Рис. 2. Отщепление неустойчивых страт от страты, увлекаемой БИ.  
Параметры те же, что и на рис. 1.

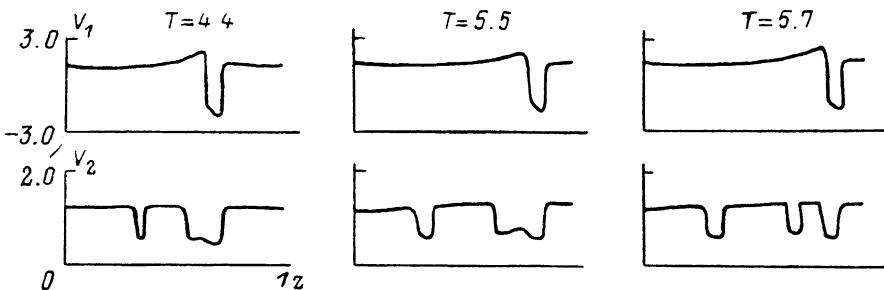
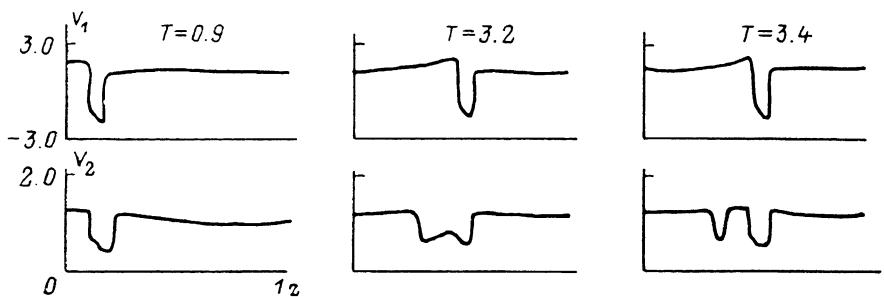


Рис. 3. Отщепление устойчивых страт от страты, движущейся вместе с БИ.  
 $\gamma_{12} = 6 \cdot 10^{-2}$ ,  $D_{21} = 2.5 \cdot 10^{-6}$ ,  $D_{12} = 0$ ,  $D_{21} = 5 \cdot 10^{-6}$ ,  $D_{22} = 5 \cdot 10^{-4}$ . Остальные параметры те же, что и на рис. 1.

широких страт, как известно [8], характерен процесс распада на более узкие. Этот процесс завершается на рис. 1 к моменту  $T=3.9$ . Продолжающий движение БИ увлекает одну часть распавшейся страты до границы среды, где импульс и страта, как это характерно для БИ [2], исчезают. Оставшаяся часть страты оказывается неустойчивой и схлопывается. Таким образом, можно сказать, что движущийся комплекс БИ—страта стирает неподвижную страту.

На рис. 2 видно, что аналогичный процесс может реализоваться и без столкновения с сияния с неподвижной стратой. При распространении комплекса БИ—страта происходят уширение страты до критического размера, ее распад, схлопывание одной части и увлечение другой. Если выбрать отрезок среды достаточно длинным, то этот процесс может многократно повторяться.

На рис. 3 приведен случай, когда неувлекаемая после отщепления часть страты приходит к устойчивому состоянию и не схлопывается. В таком режиме на длинном отрезке в результате пробегания БИ происходит формирование системы неподвижных страт. На этом рисунке хорошо также виден известный эффект осцилляторного установления страты: после отщепления последняя сначала сужается, потом расширяется до стационарного размера. Этот эффект предсказан в [10] и изучен в численном эксперименте в [11, 12].

Проведенное исследование расширяет представление о многообразии динамических явлений в активных средах с диффузией.

### Список литературы

- [1] Балкареев Ю. И., Евтихов М. Г., Елинсон М. И. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 2. С. 209—218.
- [2] Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г. Автоволновые процессы. М.: Наука, 1987. 239 с.
- [3] Wilson H. R., Cowan J. D. // Cybernetic. 1973. Vol. 13. N 1. P. 55—80.
- [4] Балкареев Ю. И., Голик Л. Л., Елинсон М. И. Автоволновые среды (использование в электронике). М.: Знание, 1985. 64 с.
- [5] Дубинин Ф. Д. Оптоэлектронные модели однородных сред. М.: Радио и связь, 1984. 124 с.
- [6] Кернер Б. С., Осипов В. В. // ЖЭТФ. 1978. Т. 74. Вып. 5. С. 1675—1697.
- [7] Кернер Б. С., Осипов В. В. // Микроэлектроника. 1985. Т. 14. № 5. С. 389—407.
- [8] Балкареев Ю. И., Евтихов М. Г., Елинсон М. И. // Микроэлектроника. 1979. Т. 8. № 6. С. 493—500.
- [9] Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
- [10] Кернер Б. С., Осипов В. В. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 6. С. 2201—2214.
- [11] Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Лазурчак И. И., Осипов В. В. // Микроэлектроника. 1986. Т. 15. № 2. С. 180—183.
- [12] Балкареев Ю. И., Евтихов М. Г., Елинсон М. И. // Микроэлектроника. 1987. Т. 16. № 4. С. 348—351.

Институт радиотехники и электроники АН СССР  
Москва

Поступило в Редакцию  
25 апреля 1988 г.

05; 06; 09; 12

Журнал технической физики, т. 59, в. 8, 1989

### ИЗМЕРЕНИЕ КОНСТАНТ МАГНИТОСТРИКЦИИ ФЕРРИТ-ГРАНАТОВЫХ ПЛЕНОК МЕТОДОМ НИЗКОЧАСТОТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ

A. M. Гришин, B. F. Дроботько, H. H. Усов, B. A. Шаповалов

1. Разработка современных устройств памяти на цилиндрических магнитных доменах (ЦМД) предполагает решение проблемы магнитострикционных эффектов. Она возникает, например, в оценке пограничной одноосной магнитной анизотропии (обусловленной анизотропией магнитострикционных констант) в ионно-имплантированных доменоприводящих структурах. Особую актуальность эффекты магнитострикции приобретают в запоминающих устройствах на ЦМД с токовым управлением (в силу сравнительно малой глубины магнитостатических явлений) и перспективных устройствах памяти на вертикальных блоховских линиях (при