

01; 10

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ С ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИМИ ДЕФЛЕКТРОНАМИ

В. И. Станкевич, Ю. А. Флегонтов

Рассмотрено моделирование систем с дефлекторным отклонением, включающее расчет трехмерного распределения электростатического потенциала и траекторий частиц в комбинированном электростатическом и магнитостатическом поле.

В качестве примера рассчитана конкретная модель известной схемы видикона с фокусирующе-отклоняющей системой класса HE с 8.5 шагами дефлекторной системы Шлезингера.

В настоящее время широкое распространение получают приборы и устройства с дефлекторным управлением пучками частиц. Например, электростатические дефлекторы, обладающие известными достоинствами, представляют собой широкий класс отклоняющих систем с одним центром отклонения, положение которого не зависит от направления отклонения, и характеризуются большим разнообразием топологий электродов [1].

Электростатическое поле указанных устройств описывается трехмерным распределением потенциала. Вопрос о создании эффективных и достаточно универсальных методов анализа и параметрической оптимизации фокусирующе-отклоняющих систем (ФОС) для широкого класса такого рода устройств остается открытым [2, 3].

В данной работе, во-первых, рассматриваются несколько подходов к решению трехмерных задач электростатики на основе разложения Фурье для потенциала в замкнутых областях, во-вторых, вопросы практической реализации методов и алгоритмов анализа ФОС с комбинированными полями.

В качестве конкретной модели, на которой иллюстрируется метод расчета, взята схема видикона с электростатическим отклонением пучка и магнитостатической фокусировкой (ФОС класса HE) [3].

Эта конструкция обладает рядом преимуществ, включая возможности фокусировки пучка после отклонения, равномерную разрешающую способность по полю раstra, малые геометрические искажения и др., что делает ее перспективной. Для нее и проведены все расчеты.

1. Математическая модель

На рис. 1 схематически представлено сечение видикона с ФОС класса HE широко применяемой и перспективной в настоящее время конструкции [3]. Модель ФОС этого прибора с 8.5 шагами дефлекторной системы Шлезингера использована для приложения и исследования предложенных методов.

На рис. 2, а показана развертка одного шага дефлекторной системы Шлезингера с зигзагообразной формой электродов в виде искривленных стрел, с различной длиной лепестков «вперед» (L_1^+) и «назад» (L_2^+) и с закруткой на угол $\pi/2$. Базовый потенциал дефлектрона обозначен V_0 , отклоняющие напряжения по вертикали и горизонтали обозначены соответственно V_V и V_H .

Форма электродов задается уравнениями

$$F = a(Z) \pm \Delta/2 + n\pi/2, \quad n = 0, -1, 1, 2,$$

$$\alpha(Z) = \arccos \left(1 - \frac{2|Z|}{L^s} \right) + F_T, \quad (1)$$

$$F_T = \frac{\theta_M}{L_1^s + L_2^s} (Z + L_1^s),$$

где Δ — межэлектродный зазор, $L^s = L_1^s$ при $Z < 0$ и $L^s = L_2^s$ при $Z > 0$, θ_M — угол закрутки на шаге.

В целом электростатическая часть конкретной ФОС с 8.5 шагами дефлекторной системы представлена на рис. 2, б. Отклоняющее поле воздействует на электронный пучок в области, ограниченной объектной диафрагмой 2 и сеточным электродом 6. Численный анализ трехмерного распределения электростатического поля производится в цилиндрической области, доньшки которой находятся при постоянных потенциалах V_D и V_M , т. е. не учитывается отверстие вырезающей диафрагмы. Электроды диафрагмы и сетки могут быть протяженными. В межэлектродных зазорах замыкание краевого условия производится из «естественных» соображений (см. раздел 2).

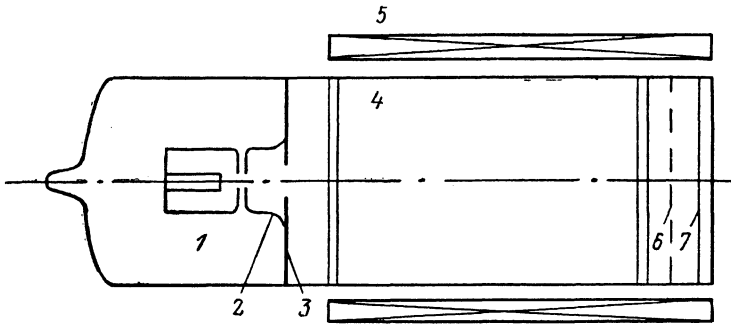


Рис. 1. Схема сечения видикона с ФОС класса НЕ.

1 — объект (фокусирующая система); 2 — объектная диафрагма; 3 — вырезающая диафрагма (потенциал V_D); 4 — дефлекторная отклоняющая система (потенциалы V_0 , V_H , V_V); 5 — фокусирующая катушка; 6 — выравнивающая сетка (потенциал V_M); 7 — мишень сигнальной пластины (потенциал V_T).

В областях сетка—мишень и объектная диафрагма—вырезающая диафрагма предполагается осевая симметрия электростатического поля. Решение задачи электростатики в этих областях производится независимо, методических затруднений не вызывает и далее не рассматривается.

Фокусировка электронного пучка в приборе осуществляется с помощью близкого к однородному магнитостатического поля катушки. Достаточно точной моделью этой катушки обычно является многосекционный тонкий соленоид. Рассмотренные допущения и упрощения не носят принципиального характера и не могут привести к искажению результатов в смысле параметрической оптимизации. Влияние закона замыкания краевых условий и величин межэлектродных зазоров на результаты моделирования должны исследоваться дополнительно при проведении конкретного расчета.

2. Методы расчета трехмерного распределения потенциала

Приближенное решение задачи электростатики для цилиндрической области с краевыми условиями, постоянными при доньшках и кусочно-непрерывными на боковой поверхности, представляется в виде конечного отрезка двойного ряда Фурье—Бесселя [4]

$$U_{MN} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=0}^N A_{mn} \frac{I_n(m\pi R)}{I_n(m\pi R_0)} \sin m\pi Z \left\{ \begin{array}{l} \sin nF \\ \cos nF + A_0 + A_1 Z \end{array} \right., \quad (2)$$

где I_n — модифицированные функции Бесселя порядка n ; R , F , Z — цилиндрические координаты с осью Z , совпадающей с осью цилиндра радиуса R_0 и началом координат на доньшке, $Z \in [0, 1]$, $U \in [0, 1]$.

Нахождение коэффициентов разложения A_{mn} ряда (2) может быть выполнена с использованием различных подходов. Явные выражения для этих коэффициентов имеют вид [4]

$$A_{mn} = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} U(Z, F) \sin m\pi Z \begin{cases} \sin nF \\ \cos nF \end{cases} dFdZ,$$

$$m = 1, \dots, M, \quad n = 1, \dots, N,$$

$$A_{m0} = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} U(Z, F) \sin m\pi Z \begin{cases} \sin nF \\ \cos nF \end{cases} dFdZ,$$

$$m = 1, \dots, M, \quad (3)$$

где $U(Z, F)$ — функция, задающая краевое условие.

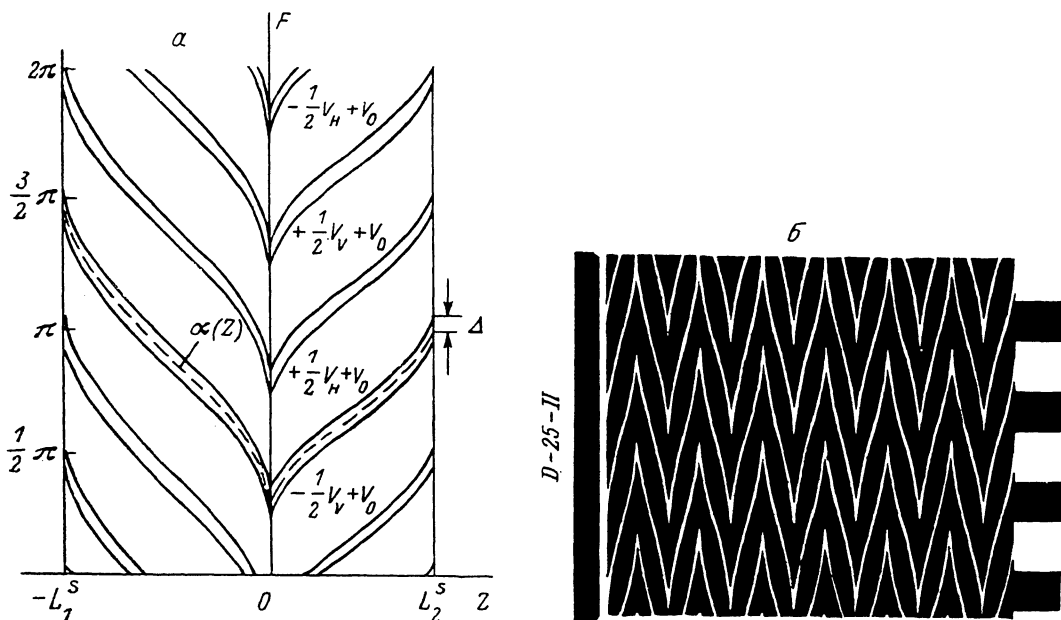


Рис. 2. Дефлекторная отклоняющая система Шлезингера.

α — развертка одного шага системы с закруткой на угол $\pi/2$ и обозначением параметров, β — электростатическая часть ФОС с 8.5 шагами дефлекторной системы Шлезингера в развернутом виде.

Первый подход базируется на непосредственном численном расчете интегралов (3). При расчете коэффициентов ряда (2) из условия минимума функционала, например, вида

$$B_{MN} = \|U^* - U_{MN}^*\|_{L_2(S)}, \quad (4)$$

где L_2 — пространство интегрируемых с квадратом функций, а индекс S относится к точке рассматриваемой поверхности, получается метод аппроксимации решения трехмерных задач в общей постановке для широкого класса рассматриваемых областей, близких в каком-то смысле к цилиндру [5].

Далее рассматривается подход с аналитическим расчетом интегралов (3). Предположим, что боковая поверхность цилиндра может быть покрыта элементами: четырехугольниками, образованными сечениями, перпендикулярными оси Z , и произвольными прямыми на боковой поверхности. В каждом четырехугольнике производится аппроксимация краевого условия формой

$$\tilde{U}_{ij}(F, Z) = U_{ij} + B_{ij}^0(Z - Z_i) + C_{ij}(F - F_{ij}) + D_{ij}^0(Z - Z_i)(F - F_{ij})$$

или

$$\tilde{U}_{ij}(F, Z) = E_{ij} + B_{ij}Z + C_{ij}F + D_{ij}ZF, \quad (5)$$

где коэффициенты ищутся, очевидно, из условия равенства формы известным краевым условиям в угловых точках.

Элемент покрытия с обозначенными параметрами представлен на рис. 3. Этот подход хорошо согласуется с обычно встречающимися на практике крайевыми условиями задачи электростатики. При этом автоматически получается замыкание краевого условия из «естественных» соображений. Введем следующие обозначения:

$$I_{mni j}^s = \begin{pmatrix} \cos(m\pi Z_i + nF_{ij}) \\ -\cos(m\pi Z_i - nF_{ij}) \end{pmatrix},$$

$$I_{mni j}^c = \begin{pmatrix} -\sin(m\pi Z_i + nF_{ij}) \\ \sin(m\pi Z_i - nF_{ij}) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Тогда выражение для коэффициентов (3) компактно может быть записано в виде суммы матричных выражений по всем опорным точкам поверхности

$$A_{mn}^* = \sum_{i,j} \left(\left\{ \begin{array}{l} K_{mni j}^A I_{mni j}^s + \\ -K_{mni j}^B I_{mni j}^c \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} K_{mni j}^B I_{mni j}^c \\ K_{mni j}^A I_{mni j}^s \end{array} \right\} \right),$$

Рис. 3. К вычислению интегралов выражения (3) для коэффициентов разложения решения.

$$A_{mn} = \frac{2}{\pi} A_{mn}^*, \quad m = 1, \dots, M, \quad n = 1, \dots, N,$$

$$A_{m0} = \frac{1}{\pi} A_{m0}^*, \quad m = 1, \dots, M, \quad (7)$$

выражения для матриц-строк $K_{mni j}^A$ и $K_{mni j}^B$ приводятся в Приложении. Они содержат параметры четырех соседних четырехугольников, включающих точку (i, j) .

3. Траекторный анализ

Траекторный анализ для рассматриваемого класса приборов естественно и удобно строить на базе интегрирования уравнений траекторий в цилиндрической системе координат R, Z (R, F, Z), где Z — ось системы, R — радиус-вектор частицы, F — азимутальный угол для случая комбинированного поля. Обозначения совпадают с предыдущим разделом. Указанное поле задается трехмерным распределением электростатического потенциала $U(R, F, Z)$ и осесимметричным распределением азимутальной составляющей вектор-потенциала магнитостатического поля $A^*(R, Z)$. Уравнения траекторий в данном случае в масштабированном виде получаются из уравнений Эйлера [6]

$$\frac{d}{dZ} \left(\frac{\partial L}{\partial R'} \right) - \frac{\partial L}{\partial R} = 0,$$

$$\frac{d}{dZ} \left(\frac{\partial L}{\partial F'} \right) - \frac{\partial L}{\partial F} = 0 \quad (8)$$

для функции Лагранжа

$$L = \sqrt{U(1 + R'^2 + R^2 F'^2)} - ARF, \quad (9)$$

где $d' = d/dZ$.

В выражении (9) потенциал U представляет собой сумму потенциала электростатического поля в рассматриваемой точке и энергии частицы в начальной точке интегрирования уравнений траекторий U_0 . Функция A связана с азимутальной составляющей вектор-потенциала A^* соотношением

$$A = A^* \sqrt{\frac{e}{2mM_U}}, \quad (10)$$

где e — заряд, m — масса частицы, M_U — масштаб потенциалов.

В окончательном виде система двух дифференциальных уравнений второго порядка записывается следующим образом:

$$(F'R^2)' = \sqrt{P_W} \left[\frac{\sqrt{P_W}}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial F} - R^2 F' \frac{\partial U}{\partial Z} \right) + \frac{\partial A}{\partial Z} R (1 + R^3 F'^2) + \frac{\partial A}{\partial R} R R' + A R' \right],$$

$$R'' = \sqrt{P_W} \left[\frac{\sqrt{P_W}}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial R} - R' \frac{\partial U}{\partial Z} \right) + \frac{\partial A}{\partial Z} R R' F' = \frac{\partial A}{\partial R} R F' - A F' \right] + R F'^2, \quad (11)$$

где

$$P_W = \frac{1 + R^2 F'^2 + R'^2}{U}.$$

Метод расчета азимутальной составляющей вектор-потенциала в общем случае можно строить на базе численного расчета интеграла [8]

$$A^0 = \frac{I \mu_0}{4\pi} \int \frac{dS}{R}, \quad (12)$$

где dS — элемент тока I , μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, A^0 — вектор-потенциал магнитоэстатического поля.

Для практических целей в случае использования моделей фокусирующей катушки с известным теоретическим распределением магнитной индукции на оси удобно воспользоваться соотношением [6]

$$A^*(R, Z) = \frac{R}{2} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-1)^\nu}{\nu! (\nu+1)!} B_z^{(2\nu)}(Z) \left(\frac{R}{2}\right)^{2\nu}, \quad (13)$$

где обычно достаточно первых двух членов ряда. Необходимые производные для интегрирования уравнений (11) получаются почленным дифференцированием соотношения.

4. Практическая реализация и исследование алгоритмов

Реализация методов решения краевых задач для трехмерных объектов с относительно сложной топологией краевых условий, как в данном случае, содержит существенную информационную часть. Необходимость выполнения ряда операций с геометрией объекта, включая рассмотрение различных его сечений, выделение особых точек, точек разрыва и т. п., приводит к требованию реализации методов на базе гибкого решения задачи представления трехмерных объектов в вычислительной системе.

Рассматриваемая реализация проведена на базе пакета прикладных программ (ППП), имеющего средства, позволяющие проводить исследование трехмерных распределений полей в виде, представленном на рис. 4, а также получать их интегральные характеристики.

Вопросы поведения ряда (2), включая сходимость, точность в зависимости от конкретного вида краевых условий и точки области, определение оптимального числа членов ряда, затруднительно исследовать теоретически. Поэтому здесь приводятся результаты экспериментального исследования путем проведения вычислительных экспериментов для конкретной модели, рассмотренной в разделе 1.

Оценка точности производится с помощью исследования удовлетворения краевым условиям решением, а также путем сравнения результатов, полученных различными методами, с различными параметрами ряда. Эффективность трех рассмотренных в разделе 2 подходов к расчету коэффициентов разложения (2) зависит от числа необходимых опорных точек и числа операций для каждой из них. Для аналитического расчета с помощью соотношения (7) число опорных точек очевидно минимально. Рабочий алгоритм получается с добавлением алгоритма покрытия топологии краевого условия четырехугольниками, обеспечивающим наибольшую точность аппроксимации при минимальном числе опорных точек.

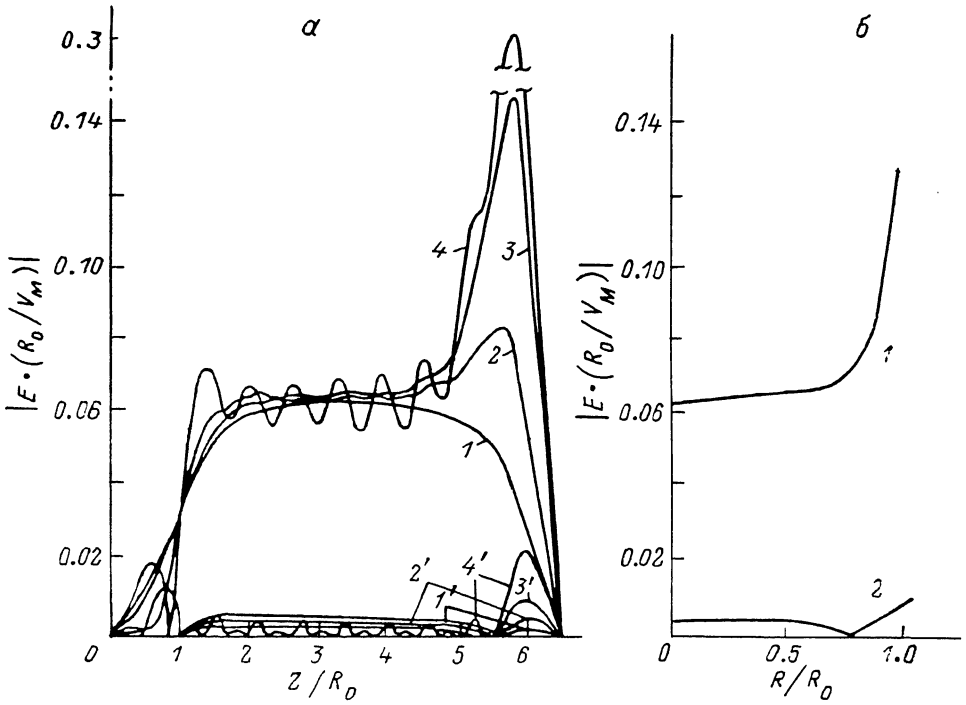


Рис. 4. К исследованию пространственной конфигурации отклоняющего электростатического поля в сечении $F = 1.571$ рассматриваемой области ($V_H/V_M = V_V/V_M = 0.16$ (6), $V_0/V_M = 0.1$, $V_D = 0$, $R_0/L_0 = 0.15$, где L_0 — длина системы, R_0 — радиус системы).

а — распределение напряженности вдоль оси Z системы, при различных значениях расстояния от оси: 1 — $R=0$, 2 — $R/R_0=0.24$, 3 — 0.48, 4 — 0.72. Радиальная составляющая напряженности отмечена номером без штриха, азимутальная — со штрихом. б — распределение напряженности вдоль радиуса системы при $Z/L_0=0.5$: 1 — радиальная составляющая напряженности, 2 — азимутальная составляющая напряженности.

Численный расчет интегралов (3) приводит к известным проблемам интегрирования быстро осциллирующих функций и число опорных точек будет зависеть от параметров M и N . В этом случае требуется дополнительное исследование решения. Требуемое число опорных точек при $M=40$, $N=7$ порядка 10 000. Для рассматриваемой топологии и аналитического метода расчета коэффициентов число требуемых опорных точек порядка 1000 и не зависит от M и N , но несколько выше число операций для каждой точки.

Метод аппроксимации дает возможность общего подхода к решению трехмерных задач и позволяет рассматривать с помощью ряда (2), например, рупорные структуры. Число требуемых здесь опорных точек примерно равно их числу для метода численного интегрирования. Но для каждой опорной точки требуется расчет функции аппроксимации. Кроме того, задача сводится к решению линейной системы порядка $M \times N$, что не дает возможности рассматривать аппроксимацию для значений $M \times N$ порядка 300 в практических расчетах на ЭВМ с производительностью 1 млн операций в секунду. Основные результаты исследования реализованных алгоритмов на модели раздела 1 сводятся к следующему:

щему: при значении параметров $M=40$, $N=7$ вычисление приближения потенциала с помощью ряда (2) дает точность удовлетворения краевых условий порядка 0.01, а в области до $3/4 R_0$, являющейся обычно рабочей, точность приближения выше 0.001; дальнейшее увеличение числа членов ряда (2) не дает значительного увеличения точности.

На рис. 4 приведено распределение отклоняющего поля с наложенным полем ортогонализирующей линзы (выброс справа) при различных значениях радиуса и вдоль него. Видно, что в области до $3/4 R_0$ создается практически однородное поле, искажаемое на торцах условиями замыкания области, и по мере удаления от оси возникают колебания в соответствии с шагами дефлекторной системы в противофазе по R и F .

Траекторный анализ сводится к интегрированию системы уравнений (11), которая представляется в виде нормальной системы дифференциальных уравне-

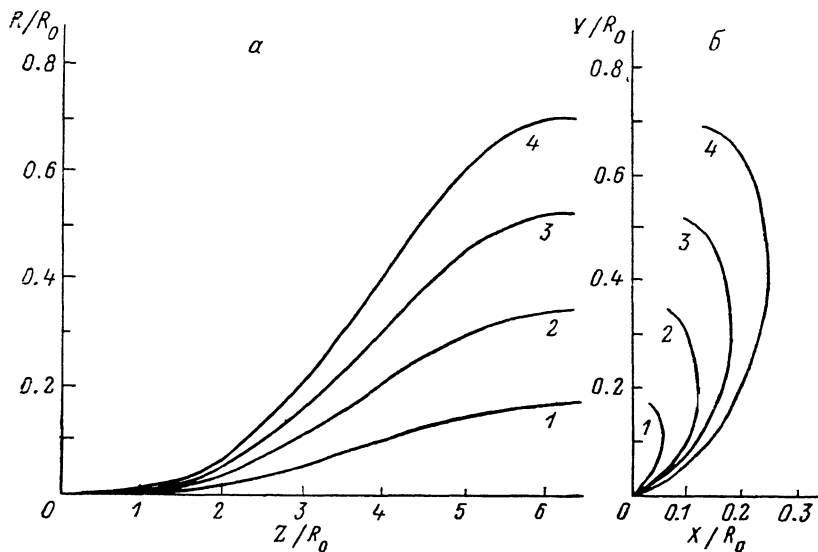


Рис. 5. Траектории частиц при различном отклонении по диагонали раstra. Начальная энергия частиц равна V_M .

а — зависимость радиуса частицы от значения Z/R_0 ; б — проекция траекторий на плоскость, перпендикулярную оси Z . 1—4 — отклонение диагонали раstra на $1/4$, $1/2$, $3/4$, 1 соответственно.

ний четвертого порядка, с добавлением алгоритмов переменного шага и обработки ситуации пересечения оси Z . Эти алгоритмы и постановка начальных условий здесь не рассматриваются.

На рис. 5 представлены траектории для различных значений отклоняющего поля по диагонали раstra с наложенным фокусирующим магнитостатическим полем. Случай распределения отклоняющего поля (на рис. 4) соответствует траектории 1. Анализ показывает существенное влияние краевых полей на выходные характеристики прибора. Вследствие пологости траекторий проблем с точностью интегрирования и временными затратами на решение задачи не возникает.

Заключение

Рассмотрены методы и алгоритмы анализа приборов с ФОС класса НЕ. Их практическая реализация и исследование позволяют сделать вывод о возможности эффективного анализа приборов с цилиндрическими областями при применении разложения Фурье на базе ЭВМ с быстродействием порядка 1 млн операций в секунду.

Под эффективностью здесь понимается получение с достаточной для практических целей точностью параметров поля и траекторий при затратах порядка нескольких минут процессорного времени, что делает возможным организацию диалогового режима.

Рассмотренные методы и алгоритмы реализованы в ППП MODEL, подсистеме автоматизированного проектирования электронных приборов, предметная об-

дальше которого включает интегральные и сканирующие изображения системы на базе ЕС ЭВМ (ЕС-1045, ОС ЕС 6.1, языки ПЛ/И и ФОРТРАН-IV). Настоящая версия ППП является базой для реализации методов расчета выходных информационных характеристик и параметрической оптимизации приборов рассматриваемого класса.

Вопросы проведения вычислительных экспериментов по физике приборов предполагается рассмотреть отдельно.

Предложенные методы и алгоритмы расчета трехмерных полей электростатики, очевидно, могут быть распространены на канонические и близкие к ним области других видов и могут использоваться в смежных областях.

Приложение

Выражения для коэффициентов суммы выражения (7) — векторов-строк

$$K_{mni j}^A = L_{mni j}^A - L_{mn, i-1, j}^A,$$

$$K_{mni j}^B = L_{mni j}^B - L_{mn, i-1, j}^B,$$

$$L_{mni j}^A = K_{mni j}^1 \{E_{ij} - E_{i, j-1} + Z_i (B_{ij} - B_{i, j-1}) + (\alpha_{ij}^1 + Z_i \alpha_{ij}^2) \times \\ \times [C_{ij} - C_{i, j-1} + Z_i (D_{ij} - D_{i, j-1})]\} - \left(2K_{mni j}^3 \alpha_{ij}^2 + K_{mni j}^2 \frac{1}{n}\right) (D_{ij} - D_{i, j-1}),$$

$$L_{mni j}^B = K_{mni j}^1 \frac{1}{n} [C_{ij} - C_{i, j-1} + Z_i (D_{ij} - D_{i, j-1})] + \\ + K_{mni j}^2 [B_{ij} - B_{i, j-1} + \alpha_{ij}^2 (C_{ij} - C_{i, j-1}) + (D_{ij} - D_{i, j-1}) (\alpha_{ij}^1 + 2\alpha_{ij}^2 \cdot Z_i)],$$

$$K_{mni j}^1 = \frac{1}{2n} \left(\frac{1}{m\pi + n\alpha_{ij}^2}, \frac{1}{m\pi - n\alpha_{ij}^2} \right),$$

$$K_{mni j}^2 = \frac{1}{2n} \left(\frac{1}{(m\pi + n\alpha_{ij}^2)^2}, \frac{1}{(m\pi - n\alpha_{ij}^2)^2} \right),$$

$$K_{mni j}^3 = \frac{1}{2n} \left(\frac{1}{(m\pi + n\alpha_{ij}^2)^3}, \frac{1}{(m\pi - n\alpha_{ij}^2)^3} \right).$$

Список литературы

- [1] Хаттер Р. // Достижения в технике передачи и воспроизведения изображений. М.: Мир, 1987. С. 183—245.
- [2] Edward F., Ritz J. R. // Advances in electronics and Electron Physics. New York; London: Academic Press, 1979. Vol. 49. P. 299—357.
- [3] Оку К., Фукусима М. // Анализ отклоняющего электрического поля в передающих трубках с электростатическим отклонением. 1984. Т. 67. Вып. 5. С. 459—466.
- [4] Лебедев Н. Н. Специальные функции и их приложения. М.; Л.: Физматгиз, 1963. 360 с.
- [5] Влисс А. Г., Шапиро Ю. А. Методы расчета эмиссионных электронно-оптических систем. Л.: Машиностроение, 1974. 183 с.
- [6] Глазер В. Основы электронной оптики. М.: Гостехтеориздат, 1957. 763 с.

Поступило в Редакцию
17 июня 1988 г.