

01; 09; 10

К ДИНАМИКЕ ИЗЛУЧАЮЩЕГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННОГО ТОКОВОГО ШНУРА

А. А. Кострица

Методом огибающей рассмотрено самосжатие РЭП со скомпенсированным (позитронами) объемным зарядом при $\gamma \gg 1$ и слабом токе. Учитывается магнитотормозное излучение в собственном магнитном поле тока и столкновения электронов с позитронами. Сечение пучка линейно уменьшается со временем, а после существенного сжатия, по-видимому, быстрее.

1. В процессе магнитной самофокусировки РЭП важную роль играет его излучение [1, 2]. Теория стационарных состояний, к которым может прийти РЭП в результате самосжатия, хорошо известна [3-8]. Динамика излучающего пинча при малой скорости дрейфа электронов ($v_{др} \ll c$) детально развита [9-11] для сильноточных пучков. К промежуточной области параметров параметров относится возможность электромагнитного коллапса в ультрарелятивистских пучках ($\gamma \gg 1$, $v_{др} \approx c$) при токах $I \ll I_a$, где $I_a = 17\,000$ А. Такая возможность, согласно [12], для двух встречных накопительных колец (электронного и позитронного), наложенных друг на друга, открывается при токе $\geq 10^6/\gamma^2$ А. В этой области параметров коллективные свойства пучка выражены очень слабо, но самосжатие возможно, поскольку электростатическое расталкивание электронов весьма ослаблено. Самосжатие, ведущее к электромагнитному коллапсу, представляет определенный интерес [13], поэтому представляет интерес и динамика сжатия при $\gamma \gg 1$.

Целью настоящей работы является описание динамики излучающего РЭП при $\gamma \gg 1$, $I \ll I_a$ со скомпенсированным объемным зарядом. Предполагается, что компенсация осуществлена встречным потоком позитронов; при этом, как и в [12], оставляем в стороне вопрос о процессе наложения встречных накопительных колец друг на друга и реализуемости идеализированного электронно-позитронного токового шнура. Так же как и в качественной теории самосжатия токового шнура, физика процесса целиком определяется превышением отвода энергии (E_{\perp}) поперечного движения электронов излучением над приращением E_{\perp} за счет столкновений электронов с позитронами. В отличие от [12] задача об изменении поперечного сечения пучка будет рассмотрена на основе релятивистского уравнения движения электронов в собственном магнитном поле тока, используя метод работы [14]. Учитываем только магнитотормозное излучение; более сильное излучение при прохождении пучка через ондулятор, а также бесстолкновительное [15] не учитываются. Предполагается квазиравновесная эволюция пучка, когда применимость метода [14] не вызывает возражений и полученная в результате линейная зависимость площади поперечного сечения пучка от времени представляется обоснованной.

2. В работе [14] исходят из уравнения движения

$$\dot{\mathbf{p}} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \delta\mathbf{F}, \quad (1)$$

где \mathbf{p} — импульс частицы, q — заряд, \mathbf{v} — скорость, \mathbf{E} и \mathbf{B} — напряженность электрического и индукция магнитного поля, $\delta\mathbf{F}$ — случайная быстро флуктуирующая сила.

В предположении авторемодельных изменений плотности тока по сечению пучка и в пренебрежении пространственным зарядом (для осесимметричной задачи) находят уравнения для моментов

$$\dot{\gamma} V^2 + \frac{d}{dt} \frac{V^2}{2} + \frac{U}{2R^2} \frac{dR^2}{dt} = \frac{w}{\gamma m}, \quad (2)$$

$$\dot{\gamma} \frac{d}{dt} \frac{R^2}{2} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{R^2}{2} - V^2 + U = 0, \quad (3)$$

где R^2 — средний квадрат расстояния частиц до оси пучка, V^2 — среднее значение квадрата поперечной составляющей скорости, w — среднее изменение энергии поперечного движения частицы в единицу времени,

$$U \approx \frac{c^2}{\gamma} \frac{I}{I_a}. \quad (4)$$

При записи (2) и (3) пренебрегли аксиальной составляющей индукции магнитного поля.

Траектории электронов, движущихся в собственном магнитном поле тока, сильно различаются и при магнитной фокусировке, и, по-видимому, представляют собой спиральные кривые с уменьшающимся радиусом в неоднородном магнитном поле, зависящем от времени. Для столь сложных движений представляется разумным применить известную формулу о магнитотормозном излучении электрона к средним потерям энергии электронов на излучение. Фактор γ предполагаем средним для совокупности электронов, а также используем среднее магнитное поле прямого тока в предположении беннетовского распределения частиц по поперечному сечению пучка. Тогда

$$\frac{d\mathcal{E}_1}{dt} \approx - \left(\frac{\gamma I}{I_a} \right)^2 \frac{r_{\text{к.л}} c}{R^2} mc^2, \quad (5)$$

где $r_{\text{к.л}}$ — классический радиус электрона.

Увеличение E_{\perp} за счет кулоновских столкновений электронов с позитронами пучка положим равным

$$\frac{d\mathcal{E}_2}{dt} \approx \frac{3}{2} \frac{I}{I_a} mc^2 \frac{r_{\text{к.л}} c}{R^2} \ln \Lambda, \quad (6)$$

где $\ln \Lambda$ — кулоновский логарифм, слабую зависимость $\ln \Lambda$ от R^2 будем учитывать грубыми приближениями.

Величину w , входящую в правую часть (2), представим в виде

$$w = \frac{I}{I_a} mc^2 \frac{r_{\text{к.л}} c}{R^2} \left(\frac{3}{2} \ln \Lambda - \gamma^2 \frac{I}{I_a} \right). \quad (7)$$

К уравнениям (2) и (3) присоединим уравнение для γ

$$\dot{\gamma} = \frac{I}{I_a} \frac{1}{2R^2} \frac{dR^2}{dt} - \left(\frac{\gamma I}{I_a} \right)^2 \frac{r_{\text{к.л}} c}{R^2}, \quad (8)$$

где первый (основной) член в правой части учитывает затраты энергии (на одну частицу) на увеличение энергии магнитного поля вне пучка. Изменения γ малы, но на стадии быстрых изменений R^2 могут стать существенны.

Обозначим $y \equiv R^2$. Из (2) и (3) находим

$$\frac{d}{dt} \left\{ y \gamma^2 \left[V^2 - \frac{1}{4y} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 \right] \right\} = 2\gamma y \frac{w}{m}, \quad (9)$$

где

$$V^2 = \frac{\dot{\gamma}}{2\gamma} \frac{dy}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2 y}{dt^2} + U. \quad (10)$$

В уравнениях (8) и (9) перейдем к безразмерным величинам

$$Y = \frac{y}{y_0}; \quad X = \frac{\gamma}{\gamma_0}; \quad \tau = \frac{t}{\theta}, \quad (11)$$

где y_0 и γ_0 — значения y и γ при $t=0$, так что в начале процесса величины X и Y порядка единицы.

Пусть $\gamma_0 (I/I_a) = 1$, $\gamma_0 \gg 1$. После перехода к безразмерным величинам легко видеть, какие члены в уравнении (9) намного меньше остальных, и тогда система уравнений для X и Y примет вид

$$\frac{d}{d\tau} \left\{ Y X^2 \left[\frac{d^2 Y}{d\tau^2} - \frac{1}{2Y} \left(\frac{dY}{d\tau} \right)^2 + \frac{a_1}{X} \right] \right\} = a_2 X (a_4 - X^2), \quad (12)$$

$$\frac{dX}{d\tau} = \frac{1}{\gamma_0^2} \frac{1}{2Y} \frac{dY}{d\tau} - a_3 \frac{X^2}{Y}, \quad (13)$$

где

$$a_1 = \frac{2c^2 \theta^2}{y_0 \gamma_0^2}, \quad a_2 = 4 \frac{r_{\text{кв}} c^3 \theta^3}{\gamma_0 y_0^2}, \quad a_3 = \frac{\theta r_{\text{кв}} c}{\gamma_0 y_0}, \quad a_4 = \frac{3}{2} \frac{\ln \Lambda}{\gamma_0}. \quad (14)$$

При выбранной модели излучения пучка правая часть в (12) практически постоянна и для самосжатия пучка должна быть меньше нуля. Ниже полагаем $\gamma_0 = 10^3$; $y_0 = 10^{-8}$ м², $\theta = 10^{-8}$ с. Тогда $a_1 = 1800$, $a_2 = 3.024$, $a_3 = 8.4 \cdot 10^{-10}$, $a_4 = 0.0365$.

3. Рассмотрим последовательность квазистационарных состояний при медленной эволюции равновесного пучка. Пусть начальное состояние пучка характеризуется величинами $Y_0 = 1$, $\dot{Y}_0 = 0$, $\ddot{Y}_0 = 0$; положим X постоянным и равным единице. Правую часть уравнения (12) положим ≈ -3 . Тогда сечение пучка, согласно (12), описывается уравнением

$$Y \ddot{Y} + 1800 \dot{Y} + 3 = 0. \quad (15)$$

Представим Y в виде

$$Y = 1 - \frac{\tau}{600} + f, \quad (16)$$

где малая функция f подчиняется уравнению

$$(1 - a_5 \tau) \ddot{f} + 1800 \dot{f} = 0, \quad (17)$$

причем $a_5 = 10^{-2}/6$. Обозначим $z = \dot{f}$ и для $\tau < 1/a_5$ получим

$$\ddot{z} + \frac{\lambda^2}{1 - a_5 \tau} z = 0, \quad (18)$$

где $\lambda^2 = 1800$. Следуя ВКБ методу, находим

$$z = a_5 (1 - a_5 \tau)^{1/4} \cos \left\{ \frac{2\lambda}{a_5} [1 - \sqrt{1 - a_5 \tau}] \right\}. \quad (19)$$

Из (19) видим, что при $(a_5 \tau)^2 \ll 1$ f мало в выражении (16) по сравнению с линейно изменяющейся величиной

$$Y \approx 1 - a_5 \tau. \quad (20)$$

В нашем случае f колеблется в пределах $\pm 4 \cdot 10^{-5}$, но это не приведет к колебаниям величины Y , поскольку \dot{Y} отрицательно (кроме $\dot{Y} = 0$ при $\tau = 0$). Линейная зависимость (20) справедлива до τ , весьма близких к предельному значению $1/a_5 = 600$. Положительные значения \dot{Y} , а следовательно, и колебания величины Y появляются при $\tau > 594$. Таким образом, при равновесных начальных условиях в широких пределах изменения τ (в наших условиях $\tau = 600$ означает время $6 \cdot 10^{-6}$ с.) эволюция пучка описывается линейной зависимостью от τ . Нет каких-либо причин возражать против применимости исходной системы (2)–(4), поскольку колебания величины Y проявляются лишь на заключительной стадии процесса.

Пространственный период λ_0 колебаний величин \dot{Y} и \ddot{Y} при $\tau = 0$ составляет около 44 см, а при $\tau = 594$ частота колебаний увеличится на порядок и λ_0 составит примерно 4.4 см, т. е. λ_0 приближается по величине к типичному периоду ондулятора.

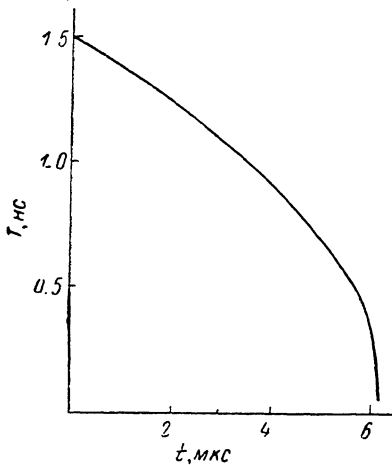
4. Приведем качественные соображения о самосжатии пучка при неравновесных начальных условиях.

Рассмотрение, проведенное в предыдущем разделе, предполагает малые начальные значения \dot{Y} и \ddot{Y} , которые не обязательно равны нулю, но обеспечивают малость f по сравнению с другими членами в (16).

Вернемся к уравнениям (12)–(14), положим $\dot{Y}_0 = 1/2 \dot{Y}_0^2$, $\ddot{Y}_0 = -8.5$ ($Y_0 = 1$, что очевидно). Тогда, как показал расчет, в начальной стадии процесса Y колеблется между 0.824 и 1.23, а величина \dot{Y} в пределах ± 8.54 , что согласуется с выбранными значениями $Y_0 = 1$ и $\dot{Y}_0 = -8.5$.

На рисунке показано уменьшение периода высокочастотных колебаний пучка со временем. Его начальное значение $T \approx 1.5 \cdot 10^{-9}$ с равно периоду бетатронных колебаний. Поскольку период колебаний пропорционален радиусу пучка, то кривая на рисунке соответствует поведению среднего радиуса во времени. С ростом частоты колебаний уменьшается коридор колебаний Y (сечение пучка). Через $\tau \sim 300$ (т. е. через 3 мкс) сечение пучка и коридор его колебаний сужаются вдвое (0.4–0.64), при $\tau \approx 583$ величина Y колеблется между 0.038 и 0.086. В окрестности $\tau = 618$ период колебаний падает до $7 \cdot 10^{-12}$ с, величина R^2 колеблется между $5 \cdot 10^{-15}$ и $3 \cdot 10^{-12}$ м² (т. е. характерный радиус пучка уменьшается от начального значения 100 до 0.1 мк).

На рисунке можно заметить переход к форсированному самосжатию на заклю-



Зависимость периода высокочастотных колебаний излучающего электронного пучка от времени при наличии кулоновских столкновений с встречным пучком позитронов, компенсирующих объемный заряд при $\gamma = 10^8$, $I = 17$ А.

чительной стадии процесса. Однако применимость подхода [14], а следовательно, и уравнений (2)–(4) к случаю неравновесного начального состояния оспаривается [16, 17]. Правда, различие результатов моделирующих расчетов и расчетов по методу огибающей (так иногда называют подход [14]) становится меньше при наличии рассеивающих столкновений (а в нашем случае они имеют место). Период плазменных колебаний отдельных электронов в пучке и колебания величин \dot{Y} и \ddot{Y} (а при неравновесных начальных условиях и величины Y) в наших расчетах совпадают. Несинхронность бетатронных колебаний отдельных электронов получается согласованной в колебаниях пучка в целом, но, разумеется, фазы колебаний отдельных электронов не совпадают и электроны, участвуя в плазменных колебаниях, пересекают ось пучка в разные времена. Перепутывание траекторий — решающее обстоятельство для ограничения применимости ламинарной модели пучка [18], но не для статистической теории, на которой базируется метод [14]. Тем не менее в случае неравновесности исходного состояния применимость метода [14] остается проблематичной, поскольку имеет место зависимость стационарного распределения, к которому стремится система, от начальной неравновесности [19, 20]. Изменение радиуса пучка от начального к равновесному может произойти не за счет излучения, как в нашей задаче, а за счет того, что формирующееся стационарное состояние имеет не такой радиус пучка, какой был вначале [19]. Не ясно, будет ли большой ошибкой допущение об автомодельности процесса перехода от начального неравновесного состояния пучка в стационарное и применим ли к такому переходу метод [14]. Все это вынуждает относиться к расчету сжатия пучка, представленному на рисунке, как ориентировочному.

В заключение отметим, что отклонение от линейной зависимости сечения пучка от времени и переход к ускоренному самосжатию представляются важ-

ными для теории электромагнитного коллапса, но происходящие при этом процессы, по-видимому, не описываются используемым нами методом.

Автор благодарит А. А. Рухадзе и участников руководимого им семинара за обсуждение работы и ценные замечания.

Список литературы

- [1] Брагинский С. И. // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. Вып. 3 (9). С. 645—654.
- [2] Будкер Г. И. // Атомная энергия. 1958. Т. 5. С. 9—19.
- [3] Бенфорд Г., Бук Д. // Достижения физики плазмы / Пер. с англ. под ред. М. С. Рабиновича. М.: Мир. 1974. С. 32—81.
- [4] Мейерович Б. Э., Сухоруков С. Т. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. Вып. 5. С. 1783—1796.
- [5] Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В. Г. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 165 с.
- [6] Незлин М. В. Динамика пучков в плазме. М.: Энергоиздат, 1982. 263 с.
- [7] Абрамян Е. А., Альтеркоп Б. А., Кулешов Г. Д. Интенсивные электронные пучки. М.: Энергоатомиздат, 1984. 231 с.
- [8] Миллер Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц / Под ред. А. А. Коломенского. М.: Мир, 1984. 432 с.
- [9] Александров А. Ф., Рухадзе А. А. Физика сильноточных электроразрядных источников света. М.: Атомиздат, 1976.
- [10] Вихрев В. В., Брагинский С. И. // Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1980. Вып. 10. С. 243—320.
- [11] Мейерович Б. Э. // Физика плазмы. 1985. Т. 11. Вып. 12. С. 1446—1449.
- [12] Winterberg F. // Phys. Rev. A. 1979. Vol. 19. N 3. P. 1356—1362.
- [13] Мейерович Б. Э. // УФН. 1986. Т. 149. Вып. 2. С. 221—257.
- [14] Lee E., Cooper R. // Particle Accelerators. 1976. Vol. 7. P. 83—95.
- [15] Мейерович Б. Э. // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. Вып. 9. С. 1045—1057.
- [16] Наурызбаев А. Е. // Краткие сообщения по физике. 1987. № 6. С. 55—57.
- [17] Наурызбаев А. Е., Сорокин Г. А. // Краткие сообщения по физике. 1987. № 7. С. 45—47.
- [18] Вялов Г. Н., Евтеев В. Н., Золотайкин Ю. М., Ульянов К. Н. // ЖТФ. 1974. Т. 44. Вып. 11. С. 2290—2295.
- [19] Власов М. А., Никонов С. В. // РИЭ. 1983. Т. 28. Вып. 5. С. 965—970.
- [20] Власов М. А., Никонов С. В. // РИЭ. 1985. Т. 30. Вып. 11. С. 2212—2216.

Институт физики высоких энергий
АН КазССР
Алма-Ата

Поступило в Редакцию
17 августа 1988 г.