[3] *Щеглов М. П., Андреева М. А., Кютт Р. Н.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 9.
[4] *Afanas'ev A. M., Melkonyan M. K.* // Acta Cryst. 1983. Vol. A39. N 2. P. 207—210.
[5] *Vineyard G. H.* // Phys. Rev. 1982. Vol. B26. P. 4146—4159.
[6] *Dietrich S., Wagner H.* // Z. Phys. 1987. Vol. B56. P. 207—215.
[7] *Андреева М. А., Борисова С. Ф., Хапачев Ю. П.* // Металлофизика. 1986. Т. 8. Вып. 5. С. 44—49.
[8] *Александров П. А., Афанасьев А. М., Степанов С. А.* // Поверхность. 1984. № 8. С. 9—18.

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова
Физический факультет

Поступило в Редакцию
26 апреля 1988 г.

01; 09

Журнал технической физики, т. 59, в. 9, 1989

ВОЛНЫ ПОЛЯРИЗАЦИИ В НЕЛИНЕЙНОМ ДИЭЛЕКТРИКЕ

Ю. Н. Зайко

Уравнения Максвелла для электрического E и магнитного полей совместно с уравнением для поляризации P в нелинейном диэлектрике можно привести к виду [1, 2]

$$c^2E_{zz}=E_{tt}+4\pi P_{tt},$$

$$P_{tt}+\sigma P_t+\omega_0^2P+\alpha P^3=\frac{\omega_p^2}{4\pi}E. \qquad (1)$$

Волна распространяется вдоль направления z; ω_0, m — частота малых колебаний и эффективная масса связанных осцилляторов (модель диэлектрической среды); $\omega_p{}^2=4\pi Ne^2/m$, N — число осцилляторов в единице объема; σ — затухание.

В (1) предполагается, что кристалл обладает центром симметрии, в противном случае ангармонизм описывается слагаемым αP^2 во втором уравнении. Для первого случая система (1) использовалась в [1] для исследования задачи о модуляционной неустойчивости монохроматической волны.

Применим для исследования (1) метод многомасштабных разложений [3]. Введем новые переменные $\xi=\varepsilon^\gamma(z-ut)$, $\tau=\varepsilon^\beta t$, ε — малый параметр. Представим поля в виде разложений

$$E=E_0+\varepsilon E^{(1)}+\varepsilon^2E^{(2)}+\ldots,$$

$$P=P_0+\varepsilon P^{(1)}+\varepsilon^2P^{(2)}+\ldots\ . \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1) (предварительно второе уравнение в (1) надо продифференцировать по t), имеем в нулевом порядке по ε: $\omega_0^2P_0+\alpha P_0^3=(\omega_p^2/4\pi)\,E_0$. Чтобы разложение по целым степеням ε имело место, необходимо потребовать $\beta=\gamma+1$. В первом порядке по ε получаем уравнение, определяющее скорость длинноволновых возмущений u: $\omega_0^2+3\alpha P_0^2=\omega_p^2u^2/(c^2-u^2)$. Пользуясь этим уравнением и выражая $E^{(1)}$ с помощью уравнений первого порядка через $P^{(1)}$, из уравнений второго порядка по ε исключим величины $E^{(2)}$, $P^{(2)}$ и получим уравнение для $P^{(1)}$ $(\gamma=1/2)$

$$P_\tau^{(1)}+\frac{3\alpha uP_0}{\omega_p^2}\left(\frac{c}{u}-\frac{u}{c}\right)^2P^{(1)}P_\xi^{(1)}+\frac{1}{2\omega_p^2}\left(\frac{c}{u}-\frac{u}{c}\right)^2\left[\frac{\sigma}{\varepsilon^{1/2}}u^2P_{\xi\xi}^{(1)}-u^3P_{\xi\xi\xi}^{(1)}\right]=0. \qquad (3)$$

Из (3) видно, что без учета затухания ($\sigma=0$) формальный параметр ε не входит в уравнение и его роль в разложении (2) играет фактический параметр малости — отношение переменной составляющей поляризации к P_0; если же $\sigma\neq0$, то разложение (2) следует вести по σ^2.

Уравнение (3) является известным уравнением Кортевега де Вриза—Бюргерса (КдВБ). Его решением является ударная волна, структуру которой можно определить из асимптотики стационарного решения с малой амплитудой $\sim e^{k\xi}$. Для k получаем выражение $k_{1,2}=1/2u\times\times[\sigma\pm\sqrt{\sigma^2-(8\omega_p^2/(c/u-u/c)^2}]$. При $\sigma>(2\sqrt{2}\omega_p)/|c/u-u/c|$ возможны решения (3) в виде доменных стенок двух типов, при $\sigma<(2\sqrt{2}\omega_p)/|c/u-u/c|$ — в виде последовательности доменов, убывающих по амплитуде. Об экспериментальном наблюдении таких структур сообщалось в работе [4].

Собственно домен описывается решением (3) при $\sigma=0$. При этом надо помнить, что (3) записано в системе, движущейся со скоростью u, при переходе к переменным z, t к (3) добавляется слагаемое uP_z. Решение имеет вид $P=P_1\,\mathrm{ch}^{-2}((z-vt)/\Delta)$. Связь между P_1, v и Δ дается выражениями $v-u=-(2u^3/\omega^2p)\,(c/u-u/c)^2\Delta^{-2}$, $P_1=-(2u^2/\alpha P_0)\Delta^{-2}$. Для $v=0$ получаем $\Delta=\sqrt{2}\,(u/\omega_p)\mid(c/u-u/c\mid\simeq\sqrt{2}\,(c/\omega_p)$. Для $\omega_p\sim10^{13}$ 1/с $\Delta\sim10^{-3}$ см. Уравнение (3) при $\sigma=0$ является полностью интегрируемым [5]. Решения в виде доменов (солитонов) связаны с дискретным спектром соответствующей спектральной задачи. Их вклад в гамильтониан отрицателен, это приводит к выигрышу в энергии при разбиении однородно поляризованного образца на домены.

Приведенные выше решения не исчерпывают всех возможных решений (1). Потеря решений происходит, когда в первом порядке по ε мы полагаем $E^{1}=(4\pi u^2)/(c^2-u^2)\,P^{(1)}$, опуская слагаемые $\sim\delta\,(c\pm u)$, которые соответствуют решениям уравнения $c^2E_{zz}-E_{tt}=0$. Получить уравнение, обобщающее (3) с учетом сказанного, в рамках многомасштабной теории затруднительно. Обратимся к эвристическому методу. Точное уравнение для фурье-компоненты $P\,(k,\,\omega)$ следует из линеаризованной системы (1)

$$\left[\omega^2-\omega_0^2-3\alpha P_0^2-\frac{\omega_p^2\omega^2}{\omega^2-c^2k^2}\right]P\,(k,\,\omega)=-\frac{\omega_p^2}{4\pi}\,E_{\text{вн}}\,(k,\,\omega),\tag{4}$$

где $E_{\text{вн}}\,(k,\,\omega)$ — фурье-компонента внешнего поля, т. е. решения уравнения $c^2\,E_{zz}-E_{tt}=0$.

С точностью до членов $\sim k^3$ (4) можно записать в виде

$$\omega\,[\omega-uk-\mu k^3]\,P\,(k,\,\omega)=-\frac{\omega_p^2}{4\pi}\,E_{\text{вн}}\,(k,\,\omega),$$

где u определяется дисперсионным уравнением первого приближения, а $\mu=-(u^3/2\omega_p^2)\times\times(c/u-u/c)^2$. Переходя к $P\,(z,\,t)$ и восстанавливая нелинейность, получаем уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial P}{\partial t}+u\,\frac{\partial P}{\partial z}+\frac{3\alpha uP_0}{\omega_p^2}\left(\frac{c}{u}-\frac{u}{c}\right)^2P\,\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{u^3}{2\omega_p^2}\left(\frac{c}{u}-\frac{u}{c}\right)^2\frac{\partial^2P}{\partial z^3}\right]=\frac{\omega_p^2}{4\pi}\,E_{\text{вн}}.\tag{5}$$

Уравнение (5) может быть использовано для исследования волн поляризации в нелинейном диэлектрике, помещенном во внешнее поле. Для периодически зависящего от времени $E_{\text{вн}}$, воспользовавшись результатами работы [6], можно получить информацию о расположении областей стохастичности в фазовом пространстве невозмущенного уравнения КдВ.

Список литературы

[1] *Островский Л. А.* // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. Вып. 10. С. 1189.
[2] *Абловиц М., Сигур Х.* Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987. 480 с.
[3] *Лэм Дж. Л.* Введение в теорию солитонов / Под ред. В. Е. Захарова. М.: Мир, 1983. 294 с.
[4] *Шнейдер Э. Я., Шпитальник Б. Ц., Проскуряков Б. Ф.* и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1975. Т. 39. № 4. С. 861—863.
[5] *Захаров В. Е., Манаков С. В., Новиков С. П., Питаевский Л. П.* Теория солитонов: метод обратной задачи. М.: Наука, 1980. 320 с.
[6] *Пиковский А. С.* Автореф. канд. дис. Горький, 1982.

Поступило в Редакцию
1 апреля 1988 г.

06; 09 *Журнал технической физики, т. 59, в. 9, 1989*

КОРРЕЛЯЦИЯ МЕЖДУ СТРУКТУРНЫМ СОВЕРШЕНСТВОМ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ГЕТЕРОЭПИТАКСИАЛЬНЫХ ПЛЕНОК И СВЧ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ПОТЕРЯМИ В НИХ

И. В. Барский, О. Г. Вендик, А. Д. Смирнов, Г. С. Хижа

Использование сегнетоэлектриков в управляющих устройствах СВЧ диапазона до сих пор встречает значительные трудности. Основное — это недостаточность информации о частотной зависимости диэлектрических потерь ($\mathrm{tg}\,\delta$) в пленках и почти полное отсутствие данных о связи потерь и структурных характеристик пленок [1].