

01; 04

ГИДРОДИНАМИКА ПОПЕРЕЧНОГО ДРЕЙФА ДВУХЗАРЯДНЫХ ИОНОВ В СИЛЬНОТОЧНОМ ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ

Д. А. Шапиро

Исследована гидродинамическая модель газового разряда низкого давления, содержащего одно- и двухзарядные ионы. Показано, что в центре профиля плотности однозарядных ионов в результате второй ионизации и поперечной неоднородности нейтралов образуется провал, а максимум электронного распределения остается на оси разряда. Найден критерий возникновения провала. Приведены оценки для плазмы сильноточного аргонового лазера.

Введение

Главной особенностью сильноточного разряда низкого давления для ультрафиолетовых аргоновых лазеров является достаточно высокая концентрация двухзарядных ионов n_2 . В частности, для мощной непрерывной ультрафиолетовой генерации используются линии 355.1 и 363.8 нм ArII. Прямые измерения n_2 в сильноточном разряде не проводились, но грубые оценки показывают, что отношение концентраций двухзарядных и однозарядных ионов n_2/n_1 достигает в режиме насыщения от ~ 0.1 [1] до ~ 1 [2]. Оценка снизу получена путем сравнения радиальных распределений интенсивности спонтанного излучения ионных линий с электронным профилем. Вторая оценка основана на измеренном уширении провала Лэмба в частотной зависимости мощности генерации Ar⁺⁺ лазера вследствие ион-ионного кулоновского рассеяния.

Тем не менее при построении теории двукратная ионизация (ДИ) обычно не принималась во внимание (см., например, [3]). Система уравнений для газового разряда с несколькими сортами ионов, предложенная в [4], не вполне применима к сильноточному режиму, так как не учитывает уменьшение концентрации нейтральных атомов в центре вследствие ионизационных процессов. С другой стороны, теория «выгорания» нейтральных атомов (ВНА) в приосевой области из-за ионизации в [5] (см. также [6]) строилась без учета ДИ.

Настоящая работа посвящена изучению разряда с двукратными ионами и «выгоранием» нейтральных атомов. Использована гидродинамическая модель плоского положительного столба. Одномерная модель учитывает многие существенные особенности цилиндрического разряда, а также позволяет получить аналитические решения ряда самосогласованных задач, например построить упомянутую теорию ВНА [5], найти профиль скорости дрейфа ионов [3], рассчитать частоты нормальных мод низкочастотных колебаний плазмы [7].

В разделе 1 выписаны уравнения для плотностей и скоростей атомов и заряженных частиц. Указано, как упростить систему, пользуясь законами сохранения. В разделах 2, 3 получены решения в предельном случае слабой ДИ и в приосевой области. Найдено, что в центре профиля плотности n_1 в результате совместного действия ДИ и ВНА появляется провал. Такой провал зарегистрирован в недавних экспериментах [4]. Обнаружено, что профиль электронной плотности уплощается под действием ВНА, в центре становится более острым за счет ДИ. Обсуждаются условия частичной компенсации указанных эффектов.

В разделе 4 разбирается случай сильноточного разряда для ионных лазеров. Приведены оценки относительной величины эффектов ДИ, ВНА и кулоновского трения между ионами в экспериментальной ситуации.

1. Гидродинамические уравнения

Рассмотрим плоский разряд и выберем координатную ось x , перпендикулярную стенкам ($-R \leq x \leq R$). Перечислим предположения гидродинамической модели. Поперечный размер разряда предполагается большим по сравнению с дебаевским радиусом. Движение ионов задается их инерцией, кулоновским трением и электрическим полем, а ионным давлением пренебрегаем. Движение электронов определяется только электрическим полем из-за их относительно малой массы. Параметры разряда предполагаются постоянными в направлении тока, перпендикулярном оси x . Электронная температура не зависит от x .

Ионизация осуществляется в одну стадию: электронный удар по атому или однократному иону приводит к рождению однократного или двукратного иона соответственно. Условие квазинейтральности имеет вид

$$n_e = n_1 + 2n_2, \quad (2.1)$$

где n_e — концентрация электронов.

Поскольку нас интересует случай свободного пролета, пренебрегаем также столкновениями между атомами и ионами. Уравнения непрерывности имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} n_1 v_1 &= (\beta_1^i n^0 - \beta_2^i n_1) n_e, & \frac{d}{dx} n_2 v_2 &= \beta_2^i n_1 n_e, \\ \frac{d}{dx} n_e v_e &= (\beta_1^i n_0 + \beta_2^i n_1) n_e, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где n_0 — концентрация атомов, v_e , v_1 и v_2 — скорости электронов одно- и двукратных ионов, β_1^i и β_2^i — константы первой и второй ионизации.

Из (2.2) следует формула, описывающая сохранение поперечного тока,

$$n_1 v_1 + 2n_2 v_2 - n_e v_e = \text{const}. \quad (2.3)$$

Выпишем уравнения движения заряженных частиц

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} n_1 v_1^2 &= \frac{e}{M} n_1 E + f_{fr}, & \frac{d}{dx} n_2 v_2^2 &= \frac{2e}{M} n_2 E - f_{fr}, \\ T_e \frac{dn_e}{dx} &= -en_e E, & f_{fr} &= \nu n_1 n_2 (v_2 - v_1) - \beta_2^i n_1 n_e v_1, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где E — электрическое поле, e и M — заряд и масса однократного иона, ν — эффективная частота кулоновского ион-ионного рассеяния.

Пользуясь условием (2.1), можно найти следующий интеграл уравнений (2.4) (сохранение потока импульса, т. е. полного давления)

$$n_1 v_1^2 + n_2 v_2^2 + n_e c_s^2 = \text{const}, \quad (2.5)$$

где $c_s = (T_e/M)^{1/2}$ — скорость ионного звука.

Эффект ВНА описывается обычными уравнениями ионизации

$$v_0 \frac{dn_0^\pm}{dx} = \mp \beta_1^i n_e n_0^\pm, \quad n_0 = n_0^+ + n_0^-, \quad (2.6)$$

где скорость атомов v_0 предполагается постоянной. Уравнения типа (2.6) использовались, например, в работе [5], в теории режима сильной ионизации [6]. Уравнения (2.1), (2.2), (2.4), (2.6) образуют замкнутую систему для 4 профилей плотности n_0 , n_e , n_1 , n_2 , 3 скоростей v_e , v_1 , v_2 и электрического поля E . Граничные условия

$$\begin{aligned} x=0: v_e = v_1 = v_2 = E = 0, & n_e = n_a, \\ n_0 = n_{0a}, & n_0^+ = 0; \quad x = \pm R: E \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (2.7)$$

позволяют определить значения констант. Константы равны нулю в (2. 3), величине $n_a c_s^2$ в (2. 5) и нулю в следующем законе сохранения потока тяжелых частиц

$$n_d' + n_1 v_1 + n_2 v_2 = \text{const.} \quad (2. 8)$$

Здесь $n_d = n_0^+ - n_0^-$ — разность концентраций атомов, пришедших в данную точку x с левой и правой границ. Равенство (2. 8) выводится из (2. 4) и (2. 6). Из (2. 6) получаем также соотношение между n_d и n_0

$$v_0 \frac{dn_d}{dx} = -\beta_1 n_a n_0, \quad n_0^2 - n_d^2 = n_{0a}^2. \quad (2. 9)$$

Удобно перейти к безразмерным переменным, нормируя плотности на их значения в центре, а скорости — на скорость ионного звука,

$$N_l = \frac{n_l}{n_a}, \quad N_0 = \frac{n_0}{n_{0a}}, \quad V_l = \frac{v_l}{c_s}, \quad N_d = \frac{n_d v_0}{n_a c_s},$$

$$X = \beta_1 n_0 \frac{x}{c_s}, \quad \frac{d\eta}{dx} = \frac{eB}{T_e}, \quad F_{fr} = \gamma N_1 N_2 (V_2 - V_1) - \delta N_1 N_l V_1,$$

$$l = e, 1, 2; \quad \gamma = \frac{\nu}{\beta_1}, \quad \delta = \frac{\beta_2 n_a}{\beta_1 n_{0a}}, \quad \varepsilon = \frac{n_a c_s}{n_{0a} v_0}. \quad (2. 10)$$

Получаем

$$N_1 + 2N_2 = N_e, \quad N_1 V_1 + 2N_2 V_2 + N_d = 0, \quad N_1 V_1^2 + N_2 V_2^2 + N_e = 1,$$

$$\frac{d}{dX} N_2 V_2 = \delta N_1 N_e, \quad \frac{d}{dX} N_2 V_2^2 = 2N_2 \frac{d}{dX} \ln N_e - F_{fr},$$

$$\frac{dN_d}{dX} = -N_e \sqrt{1 + \varepsilon^2 N_d^2}. \quad (2. 11)$$

Безразмерные параметры δ и ε имеют простой физический смысл. Параметр δ описывает роль ДИ и при $\delta \ll 1$ равен отношению скоростей процессов $A^{++} + e \rightarrow A^{++} + e$ и $A + e \rightarrow A^+ + e$. Параметр ε описывает ВНА и равен характерному отношению потоков ионов из плазмы и атомов в центре. Указанные параметры в разряде связаны

$$\delta = \frac{\beta_2 v_0}{\beta_1 c_s} \varepsilon \ll \varepsilon, \quad (2. 12)$$

поэтому, рассматривая эффекты ДИ, следует одновременно учитывать ВНА.

2. Слабая двукратная ионизация

Рассмотрим случай слабой ДИ $\delta \ll 1$. Ищем решение в виде

$$N_j = N_j^{(0)} + \delta N_j^{(1)} + \dots, \quad N_1^{(0)} \equiv N_e^{(0)}(x), \quad N_2^{(0)} = 0,$$

$$V_j = V_j^{(0)} + \delta V_j^{(1)} + \dots, \quad V_1^{(0)} \equiv u(x), \quad j = 1, 2;$$

$$N_d = N_d^{(0)} + \delta N_d^{(1)} + \dots, \quad \eta = \eta^{(0)} + \delta \eta^{(1)} + \dots \quad (3. 1)$$

В нулевом порядке по δ система (2. 11) сводится к одному уравнению

$$u' = \frac{\sqrt{(1+u^2)^2 + \varepsilon^2 u^2}}{1-u^2}. \quad (3. 2)$$

Используя (3. 1), получаем систему первого порядка по δ . Уравнения непрерывности и движения отщепляются и могут рассматриваться отдельно

$$\frac{d}{dX} N_2^{(1)} V_2^{(0)} = N_e^{(0)2}, \quad \frac{d}{dX} N_2^{(1)} V_2^{(0)2} = -2N_2^{(1)} \frac{d}{dX} \ln N_e^{(0)} - F_{fr}. \quad (3. 3)$$

Но сначала необходимо найти решение (3. 2), которое выражается через неполный эллиптический интеграл E (см., например, [8]),

$$\xi = \frac{2X}{\sqrt{\varepsilon^2 + 4}} = E(\psi, k) + \frac{\Delta(\psi, k) \cos \psi - 1}{\sin \psi}, \quad (3. 4)$$

где

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\sqrt{\varepsilon^2 + 4} u}{1 - u^2}, \quad k = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}}, \quad \Delta = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}, \quad E = \int_0^\psi \Delta(t, k) dt.$$

Угол ψ меняется от $\psi=0$ в центре разряда до $\psi=\pi/2$ на стенке. Угол ψ как функция координаты показан на рис. 1 для нескольких значений ε . Максимальное значение координаты ($X=X_W$) уменьшается с ростом параметра ε .

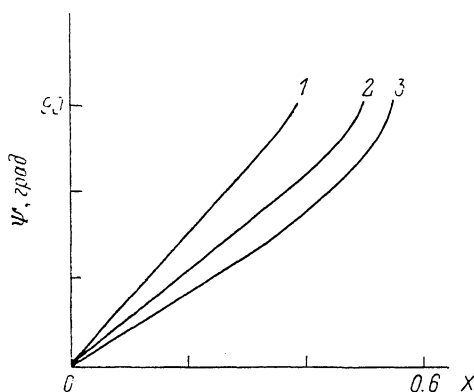


Рис. 1. Угол ψ (3.4) как функция безразмерной координаты X .

1 — $\varepsilon=4.3$, 2 — 2.0, 3 — 0.9.

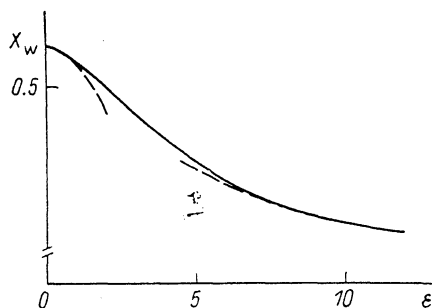


Рис. 2. Граничная координата X_W как функция параметра ВНА ε : выражение (3. 5) и его асимптотики.

Значение X на стенке, т. е. связь атомной концентрации с температурой электронов, получается из (3. 4)

$$\frac{2X_W}{\sqrt{\varepsilon^2 + 4}} = E(k) - 1, \quad X_W = \frac{2}{\sqrt{\varepsilon^2 + 4}} \beta_i n_{0W} \frac{R}{c_s}, \quad (3. 5)$$

где $E(k) = E(\pi/2, k)$ — полный эллиптический интеграл второго рода, n_{0W} — концентрация атомов вблизи стенки.

Зависимость X_W от ε показана на рис. 2. В предельных случаях сильного и слабого ВНА:

$$X_W = \begin{cases} 0.57(1 - 0.047\varepsilon^2), & \varepsilon \ll 1, \\ \frac{\ln 2\sqrt{\varepsilon^2 + 4} - 0.5}{\sqrt{\varepsilon^2 + 4}}, & \varepsilon \gg 1. \end{cases} \quad (3. 6)$$

В случае слабого ВНА неявный вид профиля скорости (3. 4) сводится к формуле Франклина [3]

$$X = 2 \operatorname{arctg} u - u, \quad (3. 7)$$

а граничное значение составляет $X_W = \pi/2 - 1$. Кинетическое рассмотрение ионного дрейфа приводит к аналогичной асимптотической зависимости $X_W \sim \ln \varepsilon/\varepsilon$ при сильном ВНА как аппроксимации результатов численного расчета [9]. Используя (2. 9) для $\varepsilon \gg 1$, легко убедиться, что $\ln \varepsilon = R/l_i$, где $l_i \sim v_0/\beta_1 n_a$ — длина ионизации отдельного атома.

Система (2. 11) дает также выражения для параметров разряда в нулевом порядке по δ

$$N_e^{(0)} = \frac{1}{1+u^2}, \quad N_d^{(0)} = -\frac{u}{1+u^2}, \quad \eta^{(0)} = \ln(1+u^2),$$

$$n_0^{(0)} = \sqrt{1 + \frac{\varepsilon^2 u^2}{(1+u^2)^2}}, \quad (3.8)$$

в частности $n_{0W} = \sqrt{\varepsilon^2 + 4n_{0a}}/2$. Отсюда следует, что главное различие между безразмерными координатами ξ и X заключается в нормировке: ξ нормируется на плотность атомов n_{0W} вблизи стенки, а X — на присоединенное значение n_{0a} .

Вернемся к системе (3.3) первого порядка по δ . Уравнение непрерывности (3.3) при $F_{fr} = 0$ можно проинтегрировать, введя новую переменную — поток частиц q

$$q(u) = \int_0^u \frac{1-u^2}{(1+u^2)^2} \frac{du}{\sqrt{(1+u^2)^2 + \varepsilon^2 u^2}}. \quad (3.9)$$

Функция $q(u)$ выражается через эллиптический интеграл D

$$q = \frac{1}{2\varepsilon} \left[\operatorname{arth}(k \sin \psi) + \frac{k \sin \psi \cos \psi}{\Delta(\psi, k)} + kD(\psi, k) \right],$$

$$D(\psi, k) = \frac{F(\psi, k) - E(\psi, k)}{k^2} = \int_0^\psi \frac{\sin^2 t dt}{\Delta(t, k)}, \quad (3.10)$$

где модуль k и аргумент ψ эллиптического интеграла те же, что и в формуле (3.4). Модуль $k \leq 1$ представляет собой степень ионизации атомного потока, т. е. отношение потоков ионов из плазмы и нейтралов с границы в разряд.

В случае слабого ВНА ($\varepsilon \ll 1$) интеграл (3.9) вычисляется в элементарных функциях [8]

$$2q = \frac{u}{(1+u^2)^2} + \frac{u}{2(1+u^2)} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} u. \quad (3.11)$$

Функция q растет от $q(0) = 0$ до $q(1) = (\pi/4 + 1)/4 = 0.446$. Второе уравнение (3.3) сводится к уравнению Абеля первого порядка и не допускает решения в квадратурах. Однако легко получить разложение вблизи оси, где $u \ll 1$,

$$N_2^{(1)} = q/V_2^{(0)},$$

$$V_2^{(0)} = \begin{cases} 1.7u, & \gamma \ll 1, \\ u, & \gamma \gg 1. \end{cases} \quad (3.12)$$

Скорость двухзарядных ионов в присоединенной области получилась больше скорости однозарядных. Это следствие закона сохранения энергии в режиме свободного пролета. Учет силы трения F_f уменьшает разность между скоростями V_2 и V_1 .

Кривизна профиля $N_2^{(1)}$ при $X=0$ больше, чем функции $N_1^{(0)}$. Профиль двукратных ионов получается относительно острым из-за узости источника $N_e^{(0)}$ в правой части первого уравнения системы (3.3). Если бы мы считали вторую ионизацию ступенчатой, показатель степени в этом уравнении стал бы больше 2 и профиль $N_2^{(1)}$ сузился бы дополнительно.

3. Разложение в присоединенной области

Разложение в присоединенной области ($X \ll X_W$) можно получить также при произвольных $\gamma, \delta, \varepsilon$. Из (2.11) и граничных условий следует, что функции $N_0(X), N_e(X), N_1(X), N_2(X), \eta(X)$ четные, а $V_e(X), V_1(X), V_2(X), E(X), N_d(X)$ нечетные. Поэтому ищем разложение в виде

$$N_i = a_i + b_i X^2 + c_i X^4 + \dots, \quad V_j = \alpha_j X + \beta_j X^3 + \dots, \quad a_e = 1. \quad (4.1)$$

Необходимо разрешить (2. 11) относительно ионных концентраций N_1 и N_2 . Система принимает форму

$$\begin{aligned} q_1' &= N_e(N_0 - \delta N_1), \quad q_2' = \delta N_1 N_e, \\ N_1' &= -[2(\zeta_2 B - \zeta_1 A) + V_2^2 A]/D, \\ N_2' &= [(\zeta_1 B - \zeta_2 A) - V_1^2 B]/D, \end{aligned} \quad (4. 2)$$

где

$$\begin{aligned} A &= F_{fr} - 2V_1 N_e(N_0 - \delta N_1), \quad B = -F_{fr} - 2V_2 N_e \delta N_1, \\ D &= V_1^2 V_2^2 - 2\zeta_2 V_1^2 - \zeta_1 V_2^2, \quad F_{fr} = \gamma(q_2 N_1 - q_1 N_2) - \delta q_1 N_e, \\ \zeta_j &= jN_j/N_e, \quad V_j = q_j/N_j. \end{aligned}$$

Уравнение для коэффициента a_1 получается из условия отсутствия особенности в правых частях при $X=0$ (сингулярности в гидродинамическом описании газового разряда подробно разобраны в работе [10])

$$\begin{aligned} 2(1 - a_1)^2(1 - \delta a_1)^2 + 2\delta^2 a_1^3(1 - 2a_1) - a_1\left(\frac{\gamma}{2}(1 - a_1) + \delta\right) \times \\ \times (2\delta a_1^2 - (1 - \delta a_1)(1 - a_1)) = 0. \end{aligned} \quad (4. 3)$$

В предельном случае сильного трения ($\gamma \gg 1$) получается квадратное уравнение. Положительный для всех значений δ корень равен

$$a_1 = \frac{2}{\sqrt{(\delta + 1)^2 + 4\delta} + \delta + 1}. \quad (4. 4)$$

Предельные случаи сильного и слабого трения показаны на рис. 3. Разность между ними не превышает примерно 20 %, значит, величины плотностей в центре практически не зависят от трения. Это связано с малой величиной скоростей ионного дрейфа, а вместе с ними и силы трения в приосевой области.

Остальные коэффициенты старшего порядка по δ выражаются через a_1

$$\begin{aligned} \alpha_1 = \frac{1 - \delta a_1}{a_1}, \quad \alpha_2 = \frac{2\delta a_1}{1 - a_1}, \quad a_2 = \frac{1 - a_1}{2}, \\ b_e = -\frac{(1 - \delta a_1)^2}{a_1} - \frac{2\delta^2 a_1^2}{1 - a_1}. \end{aligned} \quad (4. 5)$$

Коэффициент b_e получился отрицательным при всех значениях параметров γ , δ и ϵ , следовательно, распределение электронов всегда имеет максимум в центре. Абсолютная величина b_e растет от 1 до 2 с увеличением параметра δ от 0 до ∞ . Это, казалось бы, означает сужение электронного распределения с ростом степени ДИ.

Однако координата стенки $X=X_w$ уменьшается с ростом параметра ВНА ϵ (см. (3.5)), а параметры δ и ϵ связаны (см. (2. 12)). Поэтому в естественных размерных координатах увеличение δ вызывает уширение электронного распределения вследствие эффекта ВНА. Одновременное действие указанных эффектов может приводить к компенсации уширения и сужения в области малых δ . С ростом δ параметр ϵ становится большим, компенсация исчезает, а распределение начинает уширяться. Кривизна $|N_e''(0)/N_e|$ уменьшается, распределение в приосевой области становится близким к однородному.

Заключение об уменьшении кривизны профиля с ростом ϵ в случае $\delta=0$, когда $N_1=N_e$, относится также и к профилю $N_1(X)$ [6]. Чтобы узнать, как ведет себя кривизна $N_e''(0)/N_1(0)$ при конечных δ , необходимо решить систему следующего порядка по X , которая в отсутствие трения имеет вид

$$\begin{aligned} \alpha_1^2 b_1 + \alpha_2^2 b_2 + 2\alpha_1 \beta_1 a_1 + 2\alpha_2 \beta_2 a_2 + c_e = 0, \\ \alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + a_1 \beta_1 + a_2 \beta_2 = \frac{1}{3} \left(b_e + \frac{\epsilon^2}{2} \right), \\ \alpha_2 b_2 + a_2 \beta_2 = \frac{\delta}{3} (a_1 b_e + b_1), \quad b_1 + 2b_2 = b_e, \\ (\alpha_2^2 + b_e) b_2 + 2a_2 (a_2 b_2 + c_e) = a_2 b_e^2. \end{aligned} \quad (4. 6)$$

Система получается линейной, поэтому нетрудно убедиться, что коэффициент b_2 отрицателен при произвольных параметрах, тогда как величина b_1 отрицательна при малых ϵ и положительна при больших.

Смена знака происходит, когда $\epsilon > \epsilon_{\text{crit}}$, и кривизна $N_1''(0)/N_1'$ становится положительной. Критическое значение равно

$$\epsilon_{\text{crit}}^2 = \frac{(1 - \delta a_1)^2 (4a_1^2 - 5a_1 + 10)}{2a_1^2 (1 - a_1)} \sim \begin{cases} \delta^{-1}, & \delta \ll 1, \\ 1, & \delta \gg 1. \end{cases} \quad (4.7)$$

Так как в критерий вошли параметры ϵ и δ , то провал появляется из-за одновременного действия эффектов ВНА и ДИ. Провал отсутствует, когда рассматривается разряд без двукратных ионов [5] или без ВНА [4]. Если бы мы учли трехкратную ионизацию, то в профиле двукратных ионов появился бы провал вследствие «выгорания» однократных ионов.

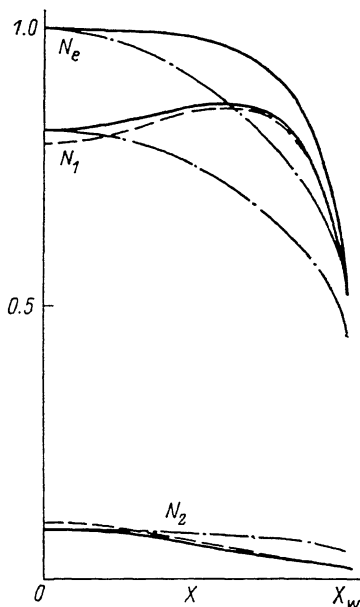
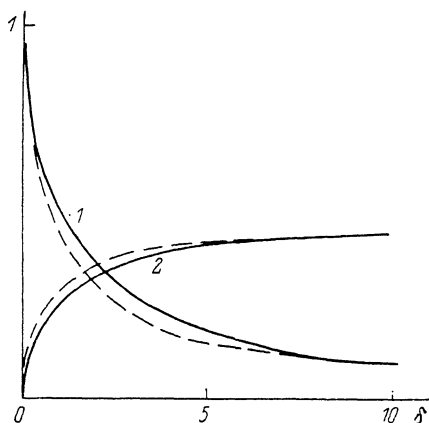


Рис. 3. Относительные концентрации одно- (1) и двухзарядных (2) ионов $a_1 = n_1/n_e$, $a_2 = n_2/n_e$ при $X=0$ в зависимости от параметра ДИ δ .

Сплошные кривые (4.4) получены из (4.3) при $\gamma \ll 1$, штриховые относятся к случаю $\gamma \gg 1$.

Рис. 4. Профили электронной и ионных концентраций вблизи оси разряда.

Сплошные кривые: $\gamma=0$, $\delta=0.2$, $\epsilon=20$; штриховые: $\gamma=1$, $\delta=0.2$, $\epsilon=20$; штрихпунктир: $\gamma=0$, $\delta=0.2$, $\epsilon=0$. Электронные профили в 1-м и 2-м случаях совпадают.

Контур с провалом (рис. 4) получен в результате численного решения системы (4.2) при условии (4.3) методом Рунге—Кутты четвертого порядка с переменным шагом. Точность контролировалась путем вычисления интеграла давления (2.5). Изменение интеграла в крайней точке не превышало 1%. Вычисления показывают, что провал существует и при наличии трения.

4. Обсуждение

Принимая во внимание связь между δ и ϵ , перепишем критерий (4.7) в виде

$$\frac{n_a}{n_{0a}} \geq F(T_e), \quad (5.1)$$

где F — функция только электронной температуры, но не зависит от плотностей.

Оценим F в случае плазмы сильноточного аргонового лазера, используя простую полуэмпирическую формулу зависимости сечения ионизации от энергии электрона

$$\sigma_j(E) = \sigma_{j0} \frac{E - I_j}{E}, \quad E > I_j, \quad (5.2)$$

где I_j ($j=1, 2$) — энергия j -й ионизации; σ_{j0} — константа, приближенительно равная экспериментальному значению соответствующего сечения в максимуме.

Формула (5. 2) работает достаточно хорошо, когда $E - I_j \ll I_j$, поэтому ее можно использовать при усреднении с максвелловским распределением электронов, если $T_e \ll I_j$.

В результате усреднения получаем константы ионизации

$$\beta_j^t = \sigma_{j0} \bar{v}_e e^{-I_j/T_e}, \quad \bar{v}_e = \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m}}, \quad (5. 3)$$

где m — масса электрона.

Используя (2. 10), (5. 1) и (5. 3) и полагая $v_0 \sim (T/M)^{1/2}$ (где T — характерная атомная температура), получаем критерий для $\delta \ll 1$

$$\frac{n_a}{n_{0a}} \geq \left(\frac{\sigma_{10}}{\sigma_2} \frac{T}{T_e} \right)^{1/3} \exp \left(\frac{I_2 - I_1}{3T_e} \right). \quad (5. 4)$$

Сечения ударной ионизации аргона примерно равны $\sigma_{10} \sim 3 \cdot 10^{-16}$ см² [11], $\sigma_{20} \sim 1 \cdot 10^{-16}$ см² [12], разность энергий первой и второй ионизации $I_2 - I_1 = 11$ эВ. Параметры плазмы аргонового лазера в режиме насыщения такие: $T_e \sim 5$ эВ, $T \sim 0.5$ эВ (см., например, [13]). Получается, что правая часть (5. 4) порядка единицы, а критерий принимает вид $n_{0a} \leq n_a$. Провал появляется, когда концентрация атомов на оси разряда меньше концентрации однозарядных ионов.

Оценим теперь параметры γ , δ и ε при тех же условиях (ионная температура $T_i \sim 1$ эВ), полагая $n_{0a} \sim n_a$,

$$\gamma \sim \frac{4\pi\Lambda m^{1/2} e^4 \exp(I_1/T_e)}{M^{1/2} T_i^{3/2} T_e^{1/2} \sigma_{10}} \sim 2 \cdot 10^2,$$

$$\delta \sim \frac{\sigma_{21}}{\sigma_{10}} \exp \left(\frac{I_2 - I_1}{T_e} \right) \sim 4 \cdot 10^{-2}, \quad \varepsilon \sim \left(\frac{T_e}{T} \right)^{1/2} \sim 3, \quad (5. 5)$$

где $\Lambda \sim 10$ — кулоновский логарифм.

Высокое значение ε свидетельствует, что ВНА в данном случае является существенным фактором и радиальной неоднородностью концентрации атомов нельзя пренебречь. Большая величина γ означает, что в плазме аргонового лазера кулоновское трение практически выравнивает скорости однократных и двукратных ионов. Из формулы (4. 5) получаем $n_2/n_1 = 0.04$. Это меньше экспериментальных оценок [1, 2], поэтому можно предположить, что при таких относительно низких электронных температурах процесс второй ионизации носит ступенчатый характер.

В заключение автор выражает благодарность С. А. Бабину и А. Е. Куклину за полезные обсуждения экспериментальных результатов и А. А. Поплюеву за техническую помощь в работе с ЭВМ.

Список литературы

- [1] Аполонский А. А., Бабин С. А., Донин В. И., Никонов А. В. // Квантовая электрон. 1988. Т. 15. № 5. С. 924—934.
- [2] Бабин С. А., Донин В. И., Родишевский А. В., Шапиро Д. А. // Квантовая электрон. 1988. Т. 15. № 6. С. 1261—1269.
- [3] Franklin R. N. Plasma Phenomena in Gas Discharges. Oxford: Clarendon Press. 1976. 249 p.
- [4] Valentini H.-B. // Beitr. Plasmaphys. 1980. В. 20. Н. 4. S. 243—263.
- [5] Caruso A., Cavaliere A. // Brit. J. Appl. Phys. 1964. Vol. 15. P. 1021—1029.
- [6] Цендиль Л. Д. // ЖТФ. 1972. Т. 42. Вып. 8. С. 1595—1602.
- [7] Shapiro D. A. // J. Phys. D. 1987. Vol. 20. N 8. P. 1230—1234.
- [8] Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981. 799 с.
- [9] Шапиро Д. А. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 10. С. 1913—1919.
- [10] Valentini H.-B. // J. Phys. D. 1988. Vol. 21. N 1. P. 311—321.
- [11] Brown S. C. Basic Data of Plasma Physics. Cambridge: MIT, 1966.
- [12] Woodruff P. R., Hublet M.-C., Harrison M. F. A. // J. Phys. B. 1978. Vol. 11. N 9. P. L305—L307.
- [13] Aljerov G. N., Donin V. I., Shapiro D. A. // J. Phys. D. 1985. Vol. 18. N 9. P. 1803—1812.