04; 10 Журнал технической физики, т. 59, в. 10, 1989

К ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТРУБЧАТОГО СИЛЬНОТОЧНОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМОЙ В КРУГЛОМ ВОЛНОВОДЕ

Н. И. Карбушев, А. С. Шлапаковский

Взаимодействие сильноточных электронных пучков с замагниченной плазмой в линейном приближении характеризуется рядом особенностей. Сильноточный пучок искажает поляризацию поля возбуждаемых в плазме колебаний [1], а при точном синхронизме плазменной волны с пучком инкремент нарастания неустойчивости оказывается пропорциональным ленгмюровской частоте пучка в первой степени [2, 3]. Частота возмущений, соответствующая максимальному пространственному инкременту неустойчивости, пропорциональному квадрату ленгмюровской частоты сильноточного пучка, смещена относительно синхронной частоты в область бóльших значений [4], где скорость пучка превышает фазовую скорость плазменной волны. При этом взаимодействие пучка с плазмой приобретает аномальный допплеровский характер [5] и для развития неустойчивости нет необходимости выполнения условий синхронизма плазменной волны с электронным пучком. На взаимодействие сильноточного пучка с плазмой существенное влияние оказывает высокочастотный пространственный заряд пучка [6].

В работах [1–6] исследования плазменно-пучковой неустойчивости проводились в предположении однородных в поперечном сечении пучка и плазмы. В таком случае возбуждаемый одной из волн (мод) плазменного волновода переменный ток пучка ортогонален всем остальным волнам, отличающимся поперечными волновыми числами. Вследствие этого взаимодействие электронного пучка с каждой из волн в линейном приближении происходит независимым образом. При несовпадающих поперечных профилях плотностей электронов пучка и плазмы во взаимодействии одновременно будут участвовать бесконечно много волноводных мод, неортогональных наведенному в пучке переменному току, что приведет к изменению характера развития неустойчивости.

В настоящей работе проводится исследование дисперсионного соотношения [6, 7]

$$J_l(k_\perp R) = \frac{\pi}{4}\,\frac{\varkappa^2\Omega_b^2R^2}{(\omega-ku)^2}\,J_l(k_\perp r_b)\,[J_l(k_\perp r_b)\,N_l(k_\perp R) - J_l(k_\perp R)\,N_l(k_\perp r_b)], \tag{1}$$

справедливого для возмущений малой амплитуды с азимутальным волновым числом l, частотой ω и волновым вектором k в волноводе радиуса R, полностью заполненном холодной замагниченной плазмой с однородной плотностью электронов n_p, в котором распространяется тонкостенный трубчатый электронный пучок радиуса r_b с полным током I и скоростью u. В уравнении (1) J_l и N_l — функции Бесселя и Неймана l-го порядка, $k_\perp=\sqrt{-\varkappa^2\varepsilon_p}$, $\varkappa^2=k^2-\omega^2/c^2$, $\varepsilon_p=1-\omega_p^2/\omega^2$ — диэлектрическая проницаемость плазмы с ленгмюровской частотой $\omega_p=(4\pi e^2n_p/m)^{1/2}$, $\Omega_b^2=4eI/m\gamma^3uR^2$, $\gamma=(1-u^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор электронов пучка, e и m — заряд и масса электрона, c — скорость света. В отсутствие пучка ($\Omega_b^2=0$) соотношение (1) описывает дисперсию волн плазменного волновода $k_{\perp s}R=\mu_{ls}$, отличающихся друг от друга радиальными волновыми числами $s=1, 2, 3, \ldots$ и характеризующихся различными корнями функции Бесселя $J_l(\mu_{ls})=0$. Отдельные волны имеют распределение амплитуды продольной составляющей электрического поля по радиусу вида $E_{zs}\sim J_l(\mu_{ls}r/R)$. Все эти волны могут оказывать влияние на взаимодействие пучка с плазмой, поскольку одновременно возбуждаются пучком.

Как было показано в работах [6, 7], в случае слаботочного пучка дисперсионное соотношение (1) может быть приближенно сведено к стандартному, хорошо изученному характеристическому уравнению ЛБВ третьей степени относительно волнового вектора. При этом определяющей является синхронная волна плазменного волновода, для которой $k_s\approx k$, а все остальные волны в совокупности лишь определяют частоту собственных колебаний пучка через коэффициент депрессии. В случае сильноточного пучка понятие синхронной волны теряет смысл, приближенные методы исследования дисперсионного уравнения (1) отсутствуют и наиболее приемлемым является численное его решение.

Дисперсионное соотношение (1) исследовалось для случая азимутально симметричных возмущений с $l=0$ и ультрарелятивистского электронного пучка с $\gamma^2\gg1$. В безразмерных обозначениях

$$\delta = 2\gamma^2 (k_1 u/\omega - 1) \ll 2\gamma^2, \quad \alpha = \omega/\omega_p \approx [1 - p/(1+\delta)]^{1/2},$$

$$y = 2\gamma^2 \frac{u}{\omega_p} (k - k_1) \ll 2\gamma^2, \quad k_1 = \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\mu_{01}^2}{\varepsilon_p R^2}\right)^{1/2},$$

$$p = (\mu_{01}\gamma u/\omega_p R)^2, \quad \nu = (2\gamma\Omega_b R/\mu_{01} u)^2, \quad b = r_b/R \tag{2}$$

оно записывается следующим образом:

$$J_0(\rho) = \frac{\pi}{4} \mu_{01}^2 \nu \frac{1+\delta+y/\alpha}{(\delta+y/\alpha)^2} J_0(\rho b) [J_0(\rho b) N_0(\rho) - J_0(\rho) N_0(\rho b)], \tag{3}$$

где $\rho = k_\perp R \approx \mu_{01} [1 + y/\alpha(1+\beta)]^{1/2}$, $\mu_{01} \approx 2.4$. При величине параметра $\nu \gg 1$ пучок является сильноточным и слаботочным в противоположном пределе.

На рис. 1—3 представлены зависимости безразмерного пространственного инкремента $\mathrm{Im}\, y$ от расстройки δ, полученные из решения уравнения (3). Эти зависимости могут качественно отличаться для различных величин параметров ν, p и b (их значения приведены в таблице). При этом проявляются следующие основные закономерности. С увеличением параметра сильноточности ν происходят монотонный рост максимального инкремента $(\mathrm{Im}\, y)_{\max}$ и расширение области расстроек δ, в которой существует инкремент ($\mathrm{Im}\, y \neq 0$). Левая граница области неустойчивости $\delta_{\min} = p - 1$ определяется только параметром p. Расположение правой границы $\delta_{\max}$ от параметра p не зависит, с ростом ν она смещается в область бо́льших значений, причем $\delta_{\max} \sim \nu$, если $\nu \gg 1$. Наибольшее значение инкремента $(\mathrm{Im}\, y)_{\max} \sim \nu$ достигается для $\nu \gg 1$ на расстройке $\delta_{\text{opt}} \approx (\delta_{\max} + \delta_{\min})/2$. Когда параметр $p > 1$, неустойчивость носит пороговый характер по току пучка, проявляясь при $\nu > \nu_{\text{пор}} \sim p \gg 1$.

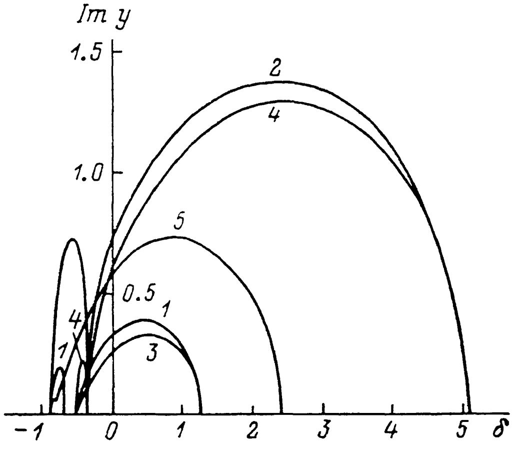

Рис. 1.

В окрестности левой границы области неустойчивости в ряде случаев наблюдается немонотонность в зависимостях $\mathrm{Im}\, y$ от δ. При этом возможно существование локальных максимумов инкремента, а также сравнительно узких областей расстройки, в которых неустойчивость отсутствует. Локальные максимумы оказываются всегда меньше основного. При параметре $p < \mu_{01}^2/\mu_{02}^2 \approx 0.19$ немонотонности проявляются для значений $\nu \lesssim 1$. Если же $p > \mu_{01}^2/\mu_{02}^2$, то немонотонности возникают лишь при значениях ν, бо́льших некоторой величины, возрастающей пропорционально p, когда $p \gg \mu_{01}^2/\mu_{02}^2$.

Зависимости $\mathrm{Im}\, y$ от δ в значительной степени определяются также параметром b, т. е. радиусом пучка. С уменьшением b наблюдается рост максимального инкремента $(\mathrm{Im}\, y)_{\max}$ и расширение области неустойчивости. Для больших значений параметра сильноточности ν при этом прослеживается закономерность типа $(\mathrm{Im}\, y)_{\max} \sim \delta_{\max} \sim J_0^2(\mu_{01} b)$. Немонотонности

№ рисунка и кривой	p	b	ν	№ рисунка и кривой	p	b	ν
1, *1*	0.135	0.7	0.1	2, *7*	0.135	0.4	10
1, *2*	0.135	0.7	1	2, *8*	3	0.7	5
1, *3*	0.5	0.7	0.1	2, *9*	3	0.7	10
1, *4*	0.5	0.7	1	3, *1*	0.135	0.7	1
1, *5*	0.135	0.4	0.1	3, *2*	0.135	0.7	1.5
2, *1*	0.135	0.4	1	3, *3*	0.135	0.7	2
2, *2*	0.135	0.7	1	3, *4*	0.5	0.7	1
2, *3*	0.135	0.7	10	3, *5*	0.135	0.35	0.1
2, *4*	0.5	0.7	5	3, *6*	0.135	0.4	0.1
2, *5*	0.5	0.7	10	3, *7*	0.135	0.47	0.1
2, *6*	0.135	0.4	5	3, *8*	0.135	0.5	0.1

исчезают, когда $b=\mu_{01}/\mu_{02}\approx 0.435$, и являются наиболее выраженными в случае $b=\mu_{11}/\mu_{02}\approx$ ≈ 0.7.

Полученные зависимости показывают проявление различных мод плазменного волновода во взаимодействии с электронным пучком. Характеризуемая минимальным корнем функции Бесселя μ_{01} первая мода имеет наиболее широкую область неустойчивости и наибольшую амплитуду продольной составляющей электрического поля $\sim J_0(\mu_{01}r/R)$. По этой причине она доминирует над всеми остальными модами и максимальный инкремент и ширина области неустойчивости определяются именно этой модой в соответствии с [4, 6]. При уменьшении радиуса пучка возрастает амплитуда поля первой моды и взаимодействие становится более сильным. Для значений параметра $p>1$, соответствующих отсутствию черенковского синхронизма пучка с волнами плазменного волновода, неустойчивость, обусловленная аномальным допплеровским механизмом взаимодействия, возникает лишь в случае превышения некоторого порогового тока [4, 5]. Когда параметр $p<\mu_{01}^2/\mu_{02}^2$, то при любом значении параметра ν во взаимодействии с электронным пучком наряду с первой одновременно участвует и вторая волноводная мода. Она обусловливает развитие неустойчивости в области меньших

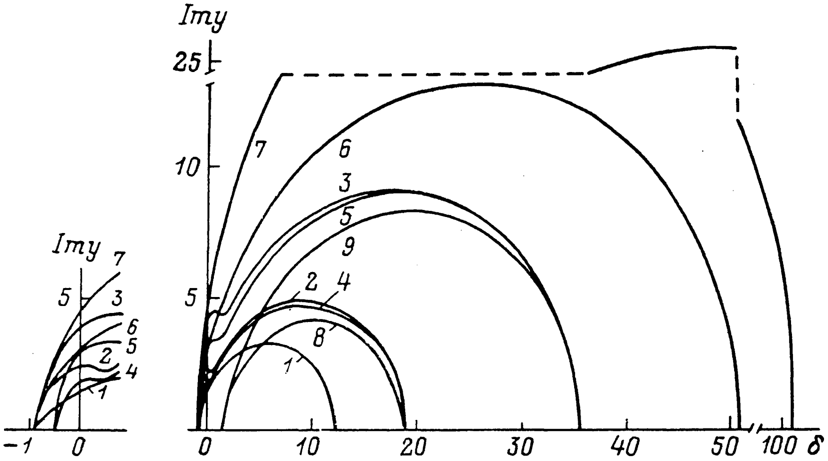

Рис. 2.

расстроек, чем первая мода, и максимальный инкремент, обусловленный взаимодействием пучка с ней, также меньше. Поэтому вторая мода проявляется и может доминировать над первой лишь вблизи левой границы области неустойчивости, где инкремент, обусловленный первой модой, мал. В случае большого параметра $p>\mu_{01}^2/\mu_{02}^2$ вторая мода обусловливает неустойчивость, только начиная с некоторого минимального значения ν. Влияние второй моды на взаимодействие оказывается наиболее выраженным при радиусе пучка, соответствующем положению максимума ее поля.[1] В то же время вторая мода не возбуждается, если радиус пучка соответствует радиусу, на котором амплитуда ее поля обращается в нуль, а в окрестности этой точки ее влияние сильно ослаблено. Конкуренция и взаимодействие различных мод плазменного волновода могут приводить как к увеличению, так и к уменьшению инкремента. В определенных случаях они подавляют друг друга, так что неустойчивость может исчезать совсем в некоторой области расстроек. С ростом параметра сильноточности ν области расстроек с доминированием той или иной моды перекрываются.

Моды с номерами радиальных индексов s могут оказывать заметное влияние на взаимодействие пучка с плазмой в волноводе при любых значениях параметра сильноточности ν в случае $p<\mu_{01}^2/\mu_{0s}^2$ либо при $\nu>\nu_{\text{пор}\, s}$, если $p>\mu_{01}^2/\mu_{0s}^2$. В пределе $p\gg\mu_{01}^2/\mu_{0s}^2$ для $\nu_{\text{пор}\, s}$ можно записать приближенное выражение

$$\nu_{\text{пор}\, s}\approx\left[\frac{\mu_{0s}J_1(\mu_{0s})}{\mu_{01}J_0(\mu_{0s}b)}\right]^2\left(\frac{p\mu_{0s}^2}{4\mu_{01}^2}-1\right). \qquad (4)$$

Полученные в настоящей работе результаты необходимо учитывать в экспериментальных исследованиях плазменных генераторов и усилителей на трубчатых сильноточных релятивистских электронных пучках. Так, в генераторах следует ожидать возбуждения коле-

[1] При таком же радиусе пучка обращается в нуль коэффициент депрессии.

баний в первую очередь на частоте, близкой к соответствующей максимуму инкремента, когда коэффициент усиления плазменных волн пучком максимален, а стартовый ток генерации минимален. В случае сильноточных пучков эта частота может существенно превосходить синхронную частоту, соответствующую равенству фазовой скорости плазменной волны и скорости пучка, причем с ростом тока (параметра ν) и уменьшением радиуса трубчатого пучка ее значение возрастает. Данное обстоятельство оказывается важным и для усилителей, поскольку коэффициент усиления плазменных волн определяется их инкрементом. В окрестности синхронной частоты зависимость коэффициента усиления может иметь сложный немонотонный характер. Кроме того, в усилителях с сильноточными пучками существует

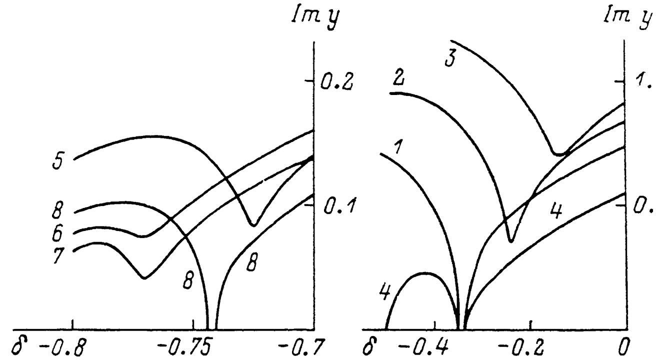

Рис. 3.

интересная возможность получения на выходе волны, в которой доминирует мода с радиальным индексом волнового числа s, отличным от радиального индекса подаваемой на вход волны. В широком диапазоне частот наиболее вероятным является доминирование на выходе моды с радиальным волновым числом μ_{01} при азимутально-симметричной волне на входе с любым радиальным индексом. Последнее обусловлено неортогональностью возбуждаемого любой плазменной волной переменного тока в пучке по всем волнам с одним и тем же азимутальным индексом и наибольшей амплитудой волны с минимальным радиальным индексом $s=1$.

К числу других особенностей экспериментов с сильноточными электронными пучками следует отнести также возможность достижения генерации или усиления колебаний в условиях, когда параметр $p > 1$ и отсутствует синхронизм пучка с плазменными волнами. В связи с этим необходимая плотность плазмы может быть в $\nu \gg 1$ раз меньше, чем в случае слаботочных пучков, когда для возможности генерации или усиления плазменных волн выполнение неравенства $p < 1$ принципиально.

Отметим, что в эксперименте [8] с трубчатым электронным пучком в плазменном волноводе в принципе могли наблюдаться некоторые из сильноточных эффектов.

Список литературы

[1] *Tajima T.* // Phys. Fluids. 1979. Vol. 22. N 6. P. 1157—1170.
[2] *Айзацкий Н. И.* // Физика плазмы. 1980. Т. 6. № 3. С. 597—602.
[3] *Кузелев М. В., Рухадзе А. А.* // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. Вып. 22. С. 1388—1391.
[4] *Белов Н. Е., Карбушев Н. И., Рухадзе А. А.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 8. С. 1674—1677.
[5] *Блиох Ю. П., Карась В. И., Любарский М. Г.* и др. ДАН СССР. 1984. Т. 275. № 1. С. 56—59.
[6] *Карбушев Н. И.* // Физика плазмы. 1985. Т. 11. № 11. С. 1391—1397.
[7] *Карбушев Н. И.* // Кр. сообщ. по физике. 1984. № 10. С. 8—12. Тез. докл. V Всесоюз. симп. по сильноточной электронике. Томск: ИСЭ СО АН СССР, 1984. Ч. 1. С. 243—245.
[8] *Стрелков П. С., Шкварунец А. Г.* // Тез. докл. IV Всесоюз. семинара по релятивистской высокочастотной электронике «Мощные генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках». М.: МГУ. 1984. С. 76.

Научно-исследовательский институт ядерной физики при Томском политехническом институте им. С. М. Кирова

Поступило в Редакцию 15 июля 1988 г.
В окончательной редакции 1 февраля 1989 г.