

01; 10

ИССЛЕДОВАНИЕ АБЕРРАЦИЙ ЭМИССИОННЫХ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ОБЛАСТЯХ С НИЗКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

М. А. Монастырский

Рассматривается проблема построения равномерно-точных асимптотических абберационных разложений траекторий и времен пролета заряженных частиц в электростатических катодных линзах с осевой симметрией.

Показано, что классические абберационные разложения теории катодных линз неприменимы в областях, где значения электростатического потенциала сравнимы по порядку величины с начальными энергиями, приобретаемыми электронами в процессе эмиссии. На основе теории пограничного слоя развит общий метод построения абберационных разложений, обеспечивающих равномерную асимптотику как в области низкого, так и в области высокого потенциала. Получены обобщения классических формул Арцимовича—Рекнагеля и Завойского—Фанченко, исследованы особенности формирования аббераций в электронном зеркале. Рассмотрена модельная задача.

Введение

Эмиссионные изображающие электронно-оптические системы включают в себя, как известно, источник электронов — катод, приемник электронного изображения — экран, а также область фокусирующего и одновременно уско-ряющего электромагнитного поля, сосредоточенного между катодом и экраном, — катодную линзу.

Важной отличительной особенностью изображающих эмиссионных систем является наличие областей с низким потенциалом в катодной линзе, формирующей изображение. В этих областях энергия, переданная электронам электрическим полем, мала и сравнима по величине с энергией, приобретаемой электронами в процессе эмиссии. Областью низкого потенциала прежде всего является непосредственно примыкающая к катоду прикатодная область. В зеркальных эмиссионных системах указанным свойством обладает также область электронного зеркала, содержащая точки поворота траекторий пучка. Хорошо известно, что области с низким потенциалом являются зонами «неустойчивости» (см., например, [1]), поэтому существенно влияют на качество электронного изображения. Отсюда, в частности, вытекают те высокие требования к точности расчета потенциала и траекторий, которые обычно предъявляются при машинном моделировании эмиссионных систем.

Абберационному анализу траекторий в катодных линзах эмиссионных систем посвящено весьма значительное количество работ, привести сколь-нибудь полную библиографию которых не позволяют рамки данной статьи. Нетрудно убедиться, однако, что расчетные формулы для коэффициентов аббераций, полученные в подавляющем большинстве работ по теории катодных линз, становятся несправедливыми в областях, где скорости электронов малы. Это обстоятельство, ранее уже отмеченное в [2], связано с тем, что пространственно-временные свойства электронных траекторий в областях с низким и высоким потенциалами существенно различны, поэтому описать их единым образом при помощи обычных для электронной оптики катодных линз классических абберационных разложений не представляется возможным. Таким образом, возникает проблема

построения единого подхода, позволяющего адекватно представить абберационные свойства траекторий заряженных частиц на всем пути их движения от катода к экрану.

В настоящей работе такой подход развивается на основе метода τ -вариаций, применявшегося ранее для анализа других классов задач теории аббераций катодных линз [2, 3]. Представляется, что метод τ -вариаций обладает определенными преимуществами по сравнению с предложенным в работах [3, 4] подходом, развитие которого, по-видимому, также позволило бы подойти к анализу рассматриваемой проблемы. Вычислительные особенности метода τ -вариаций, позволяющие обеспечить высокую точность и устойчивость расчета коэффициентов аббераций, детально рассмотрены в [2]. Здесь мы особо подчеркнем, что аппарат метода τ -вариаций позволяет достаточно легко преодолеть математические трудности, связанные с наличием сингулярного пограничного слоя в областях с низким потенциалом, и эффективно построить единые асимптотические разложения траекторий и времен пролета, обладающие равномерной точностью.

Следует отметить, что результаты данной работы являются распространением на случай общего нелинейного уравнения траекторий [9] асимптотических свойств траекторий линейного парааксиального уравнения, исследованного при малых начальных энергиях электронов в работах [3, 11] другим, более частным методом, существенно использующим линейность задачи.

Абберации в однородном поле

Абберационное разложение произвольной траектории $\mathbf{r}(z)$ и времени пролета $\tau(z)$ в электростатических катодных линзах с осевой симметрией, как известно (см., например, [3, 10]), имеет вид

$$\mathbf{r} = v e^{i\alpha_0} \varepsilon_p^{1/2} + w e^{i\beta_0} r_0 + \mathcal{H} e^{i\alpha_0} \varepsilon_z^{1/2} \varepsilon_p^{1/2}, \quad (1)$$

$$\tau = \tau_0 + a_1 \varepsilon_z^{1/2} + \dots \quad (2)$$

Здесь τ_0 — время пролета по опорной траектории (вдоль оси Oz) частицы, эмиттированной в центре катода с нулевой начальной скоростью; $\mathbf{r} = x + iy$ — радиус-вектор частицы в системе координат xOy ; r_0 — начальное расстояние частицы от оси симметрии; $\varepsilon_p^{1/2}, \varepsilon_z^{1/2}$ — проекции вектора начальной скорости на плоскость Oxy и ось Oz соответственно (в единицах потенциала), смысл углов α_0, β_0 ясен из рис. 1. Функции v, w в (1) являются линейно независимыми решениями предельного парааксиального уравнения [11]

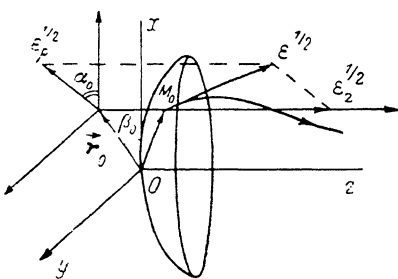


Рис. 1. Начальное состояние частицы.

$$\Phi r'' + \frac{1}{2} \Phi' r' + \frac{1}{4} \Phi'' r = 0 \quad (3)$$

с асимптотикой при $z \rightarrow 0$

$$v(z) = \frac{2}{\sqrt{\Phi_0'}} \sqrt{z} + O(z^{3/2}),$$

$$w(z) = 1 - \frac{\Phi_0''}{2\Phi_0'} z + O(z^2). \quad (4)$$

Коэффициент \mathcal{H} разложения (1) дается формулой Арцимовича—Рекнагеля

$$\mathcal{H} = -2w/\Phi_0', \quad (5)$$

коэффициент a_1 разложения (2) — формулой Завойского—Фашченко

$$a_1 = -\sqrt{\frac{2m}{e}} \varepsilon_z^{1/2} / \Phi_0'. \quad (6)$$

В (4)—(6) и далее $\Phi_0^{(k)}$ — производные осевого потенциала $\Phi(z)$ в центре катода. Формулы (5), (6) играют важную роль в теории катодных линз, по-

сколькo позволяют оценить соответствующее пространственное и временно́е разрешения в центре поля зрения осесимметричных электростатических эмиссионных систем.

Подчеркнем, что абберационные разложения вида (1), (2) применимы для анализа пространственных и временных свойств траекторий в областях $\{z\}$, где эти разложения являются асимптотическими по совокупности малых параметров $\{\varepsilon_\rho^{1/2}, \varepsilon_z^{1/2}, r_0\}$. Рассмотрим асимптотические свойства указанных разложений для наиболее простого случая однородного электростатического поля $\Phi = \Phi_0 z$. Точные уравнения траектории и времени пролета произвольной частицы, эмиттированной в центре катода (при $r_0 = 0$), имеют вид

$$r_T = \frac{2}{\Phi_0'} \varepsilon_\rho^{1/2} e^{i\alpha_0} (\sqrt{\varepsilon_z + \Phi_0' z} - \varepsilon_z^{1/2}), \quad (7)$$

$$\tau_T = \sqrt{\frac{2m}{e}} \frac{1}{\Phi_0'} (\sqrt{\varepsilon_z + \Phi_0' z} - \varepsilon_z^{1/2}). \quad (8)$$

Функции v , w также легко вычисляются

$$v = \frac{2}{\sqrt{\Phi_0'}} \sqrt{z}, \quad w = 1. \quad (9)$$

Проверим, являются ли в рассматриваемом случае разложения (1), (2) с коэффициентами (5), (6) всюду в области $\{z \geq 0\}$ асимптотическими и в смысле [12]. Для этого рассмотрим разность между точным решением (7) и его абберационным разложением второго порядка (4)

$$|\Delta r| = |r_T - v e^{i\alpha_0} \varepsilon_\rho^{1/2} - \mathcal{H} e^{i\alpha_0} \varepsilon_\rho^{1/2} \varepsilon_z^{1/2}| = \frac{2}{\Phi_0'} \varepsilon_\rho^{1/2} (\sqrt{\varepsilon_z + \Phi_0' z} - \sqrt{\Phi_0' z}). \quad (10)$$

Обозначив параметр пограничного слоя $\zeta = \Phi/\varepsilon_z$, преобразуем (10) к виду

$$|\Delta r| = \frac{\varepsilon_\rho^{1/2} \varepsilon_z^{1/2}}{\sqrt{1 + \zeta + \sqrt{\zeta}}}. \quad (11)$$

Из (11) нетрудно видеть, что в области высокого потенциала ($\Phi \gg \varepsilon_z$) величина $|\Delta r|$ имеет третий порядок малости $O(\varepsilon_\rho^{1/2} \varepsilon_z)$, а в области низкого потенциала ($\Phi \leq \varepsilon_z$) — второй порядок малости $O(\varepsilon_\rho^{1/2} \varepsilon_z^{1/2})$. Таким образом, абберационное разложение (1) с коэффициентом \mathcal{H} , вычисленным в соответствии с (5), является асимптотическим в области $\Phi \gg \varepsilon_z$ и не является таковым в области $\Phi \leq \varepsilon_z$. Аналогичные выкладки позволяют распространить этот вывод и на абберационное разложение (2) для времени пролета. Отсюда следует, что формулы (5), (6) применимы в области $\Phi \gg \varepsilon_z$ и неприменимы в области $\Phi \leq \varepsilon_z$. Последнее обстоятельство вытекает уже из того, что вопреки физическому смыслу коэффициенты \mathcal{H} , a_1 (5), (6) не обращаются в нуль в точке вылета частицы.

Рассмотрим функцию типа пограничного слоя [13]

$$\Pi(\zeta) = 1/(\sqrt{1 + \zeta} + \sqrt{\zeta}), \quad (12)$$

которая степенным образом стремится к нулю при $\zeta \rightarrow \infty$ и обращается в единицу при $\zeta \rightarrow 0$. Несложные тождественные преобразования позволяют представить траекторию r_T и время пролета τ_T в однородном поле в виде

$$r_T = v e^{i\alpha_0} \varepsilon_\rho^{1/2} + \tilde{\mathcal{H}} e^{i\alpha_0} \varepsilon_\rho^{1/2} \varepsilon_z^{1/2}, \quad (13)$$

$$\tau_T = \tau_0 + \tilde{a}_1 \varepsilon_z^{1/2}, \quad (14)$$

где

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{2m}{e}} \frac{1}{\sqrt{\Phi_0'}} \sqrt{z}, \quad (15)$$

$$\tilde{\mathcal{H}} = -\frac{2}{\Phi_0'} (1 - \Pi(\zeta)) = \mathcal{H} + \frac{2}{\Phi_0'} \Pi(\zeta),$$

$$\bar{a}_1 = -\sqrt{\frac{2m}{e}} \frac{1}{\Phi_0} (1 - \Pi(\zeta)) = a_1 + \sqrt{\frac{2m}{e}} \frac{1}{\Phi_0} \Pi(\zeta). \quad (16)$$

Подчеркнем, что равенства (13), (14) являются точными и, следовательно, справедливы при всех $z \geq 0$. Таким образом, удалось представить траекторию и время пролета частицы в однородном поле в виде равномерно-точных асимптотических разложений. При этом коэффициенты этих разложений \mathcal{H} , \bar{a}_1 отличаются от коэффициентов \mathcal{H} , a_1 разложений (5), (6) на функцию степенного пограничного слоя, существенную лишь в области низкого потенциала $\Phi \ll \varepsilon_z$. В следующем разделе мы проанализируем причину появления погранслоевых компонент в абберационных разложениях вида (13), (14) в области $\Phi \ll \varepsilon_z$, а также укажем общий метод построения равномерно-точных абберационных разложений траекторий и времен пролета заряженных частиц, справедливый как в области $\Phi \gg \varepsilon_z$, так в области $\Phi \ll \varepsilon_z$.

Построение асимптотических абберационных разложений в общем случае

Движение электронов в стационарном электростатическом поле с потенциалом $\varphi(x, y, z)$ будем описывать уравнениями Лоренца в комплексной форме [9]

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{2e}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}^*}, \quad \ddot{z} = \frac{e}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (17)$$

с начальными условиями на поверхности катода

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(0) &= r_0 e^{i\beta_0}, \quad z(0) = z_0 = f(r_0), \\ \dot{\mathbf{r}}(0) &= \varepsilon_p^{1/2} e^{i\alpha_0} \sqrt{\frac{2e}{m}}, \quad \dot{z}(0) = \sqrt{\frac{2e}{m}} \varepsilon_z^{1/2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Функция $f(r_0)$, задающая форму поверхности катода, предполагается достаточно гладкой; звездочка означает комплексное сопряжение.

Введем вектор малых параметров $\xi = \{\xi_i\}_{i=1}^3$ с компонентами $\xi_1 = \varepsilon_p^{1/2}$, $\xi_2 = \varepsilon_z^{1/2}$, $\xi_3 = r_0$. Производные произвольной функции $g(\xi)$ по параметрам ξ_i будем обозначать g_i . При фиксированных значениях вектора ξ уравнения (17) и начальные условия (18) определяют траекторию заряженной частицы в виде взаимнооднозначных функций времени

$$\mathbf{r}^\mp = \mathbf{r}^\mp(\tau, \xi), \quad z^\mp = z^\mp(\tau, \xi). \quad (19)$$

Для того чтобы распространить дальнейшие выводы на случай электронного зеркала, будем снабжать прямую ветвь траектории индексом «-», обратную — индексом «+».

Нетрудно видеть, что опорная траектория $\mathbf{r}_0^\mp = \mathbf{r}^\mp(\tau, 0)$, $z_0^\mp = z^\mp(\tau, 0)$ определяется уравнениями

$$\mathbf{r}_0^\mp = 0, \quad \dot{z}_0^\mp = \frac{e}{m} \Phi', \quad z_0(0) = 0, \quad \dot{z}_0(0) = 0. \quad (20)$$

Пусть $\tau^\mp = \tau^\mp(z, \xi)$ — обратная к $z^\mp(\tau, \xi)$ функция, представляющая собой время пролета заряженной частицы до плоскости с координатой z . Имеем очевидное тождество

$$z^\mp[\tau^\mp(z, \xi), \xi] - z^\mp[\tau^\mp(z, 0), 0] = 0, \quad (21)$$

справедливое при всех значениях входящих в него параметров. Обозначим временную дисперсию

$$\Delta\tau^\mp = \tau^\mp(z, \xi) - \tau^\mp(z, 0) \quad (22)$$

и разложим тождество (21) в ряд Тэйлора, ограничившись членами второго порядка малости по совокупности $\{\Delta\tau^\mp, \xi\}$,

$$z^\mp \Delta\tau^\mp + z_1^\mp \varepsilon_p^{1/2} + z_2^\mp \varepsilon_z^{1/2} + z_3 r_0 + \frac{1}{2} [\dot{z} (\Delta\tau^\mp)^2 + z_{11}^\mp \varepsilon_p + z_{22}^\mp \varepsilon_z + z_{33}^\mp r_0^2 +$$

$$+ 2z_1^{\mp} \Delta \tau^{\mp} \varepsilon_p^{1/2} + 2z_2^{\mp} \Delta \tau^{\mp} \varepsilon_z^{1/2} + 2z_3^{\mp} \Delta \tau^{\mp} r_0 + 2z_{13}^{\mp} \varepsilon_p^{1/2} \varepsilon_z^{1/2} + 2z_{13}^{\mp} \varepsilon_z^{1/2} r_0 + 2z_{23}^{\mp} \varepsilon_z^{1/2} r_0 + \dots = 0. \quad (23)$$

Уравнения для вариаций первого и второго порядков z_i , z_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) исследованы в работах [2, 3]. В тех случаях, когда это не может привести к недоразумениям, знаки « \mp » в обозначении прямых и обратных ветвей указанных функций будем опускать. Рассматривая случай электронного зеркала будем предполагать, что в точке поворота z_P опорной траектории выполняются условия $\Phi(z_P)=0$, $\Phi'(z_P) \neq 0$.

Так показано в [3], в осесимметричных электростатических катодных линиях на опорной траектории (20) выполняются равенства

$$z_1 \equiv 0, \quad z_2 = \pm \frac{2}{\Phi_0'} \sqrt{\Phi}, \quad z_3 \equiv 0. \quad (24)$$

Подставляя (20) и (24) в (23), получим

$$\pm \sqrt{\frac{2e}{m}} \sqrt{\Phi} \Delta \tau^{\mp} \pm \frac{2}{\Phi_0'} \sqrt{\Phi} \varepsilon_z^{1/2} + \frac{1}{2} \left[\frac{e}{m} \Phi' (\Delta \tau^{\mp})^2 + z_{11} \varepsilon_p + z_{22} \varepsilon_z + z_{33} r_0^2 + 2 \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{\Phi'}{\Phi_0'} \Delta \tau^{\mp} \varepsilon_z^{1/2} + 2z_{13} \varepsilon_p^{1/2} r_0 \right] + \dots = 0 \quad (25)$$

(здесь и далее одновременно берутся или верхние, или нижние знаки).

Соотношение (25) является основным для построения равномерного асимптотического разложения временной дисперсии $\Delta \tau^{\mp}$ по совокупности малых параметров ε_i . Обратим внимание на следующее важное обстоятельство: в области низкого потенциала ($\Phi \leq \varepsilon_z$) первое и второе слагаемые в (25) имеют не первый (как при $\Phi \gg \varepsilon_z$), а второй порядок малости относительно выбранной системы малых параметров. Отсюда следует, что для получения равномерной асимптотики в пределах аббераций второго порядка необходимо рассматривать равенство нулю выписанных членов в (25) целиком как квадратное уравнение относительно $\Delta \tau^{\mp}$, а не приравнивать в (25) к нулю отдельно линейную и квадратичную части, что приводит к неравномерным абберационным формулам, рассмотренным выше.

Обозначив

$$2\tilde{\Lambda}^{(2)} = z_{11} \varepsilon_p + z_{22} \varepsilon_z + z_{33} r_0^2 + 2z_{13} \varepsilon_p^{1/2} r_0, \quad (26)$$

приведем (25) к стандартному квадратному уравнению

$$(\Delta \tau^{\mp})^2 + \frac{2}{\Phi'} \sqrt{\frac{2m}{|e}} (\Delta \tau^{\mp}) \left(\sqrt{\Phi} \pm \frac{\Phi'}{\Phi_0'} \varepsilon_z^{1/2} \right) \pm \frac{4m}{e} \frac{1}{\Phi'} \sqrt{\Phi} \varepsilon_z^{1/2} + \frac{2m}{e} \frac{\tilde{\Lambda}^{(2)}}{\Phi'} = 0, \quad (27)$$

решив которое, получим

$$\Delta \tau^{\mp} = - \sqrt{\frac{2m}{e}} \frac{\varepsilon_z^{1/2}}{\Phi_0'} \pm \sqrt{\frac{2m}{e}} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\Phi_0'^2} + \frac{\Phi}{\Phi'^2} - \frac{\tilde{\Lambda}^{(2)}}{\Phi'}} - \frac{\sqrt{\Phi}}{\Phi'} \right). \quad (28)$$

Нетрудно показать, что в области $\Phi \gg \varepsilon_z$ из (28) следуют известные формулы для временных аббераций первого и второго порядков, полученные ранее в [3]. Однако в отличие от указанных формул в (28) содержится информация об асимптотических свойствах и в области низкого потенциала $\Phi \leq \varepsilon_z$. Исследуем отдельно асимптотику $\Delta \tau^{\mp}$ относительно хроматической компоненты скорости $\varepsilon_z^{1/2}$ и начального расстояния r_0 заряженной частицы от оси симметрии.

Положим $\Lambda^{(2)} = \tilde{\Lambda}^{(2)}/\varepsilon_z$ и при помощи несложных алгебраических преобразований приведем (28) к виду

$$\Delta \tau^{\mp} = - \sqrt{\frac{2m}{e}} \frac{\varepsilon_z^{1/2}}{\Phi_0'} (1 \mp \Pi), \quad (29)$$

где через $\Pi = \Pi(\zeta, z)$ обозначена функция типа погранслоя

$$\Pi(\zeta, z) = \frac{\mu}{\sqrt{\zeta + \lambda} + \sqrt{\zeta}}, \quad \zeta = \Phi/\varepsilon_z. \quad (30)$$

Функции $\lambda = \lambda(z)$, $\mu = \mu(z)$ определяются соотношениями

$$\lambda = \frac{\Phi'}{\Phi_0'^2} (\Phi' - \Phi_0'^2 \Lambda^{(2)}), \quad \mu = \frac{\Phi_0'}{\Phi'} \lambda. \quad (31)$$

Легко видеть, что $\Pi \rightarrow 1$ при $\zeta \rightarrow 0$, поэтому в окрестности катода $\Delta \tau^{\mp} \rightarrow 0$, что соответствует физическому смыслу временной дисперсии. В области высокого потенциала ($\zeta \gg 1$) функция пренебрежимо мала; таким образом, как на прямой, так и на обратной ветвях траектории вне пограничного слоя ($\Phi \ll \epsilon_z$) справедлива формула Завойского—Фанченко (6).

Представляет интерес исследовать поведение $\Delta \tau^{\mp}$ в окрестности точки поворота. Положив для простоты в (26) $\epsilon_e = 0$, $r_0 = 0$ и переходя к пределу в (28) при $z \rightarrow z_p$, получим

$$\Delta \tau_{\pm}^{\mp} = \lim_{z \rightarrow z_p} \Delta \tau^{\mp} = -\sqrt{\frac{2m}{e}} \frac{\epsilon_z'^{1/2}}{\Phi_0'} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\Phi_0'^2 (z_{22})_p}{2\Phi_p'}} \right). \quad (32)$$

Таким образом, в окрестности точки поворота в электронном зеркале временная дисперсия как на прямой, так и на обратной ветви существенно отлича-

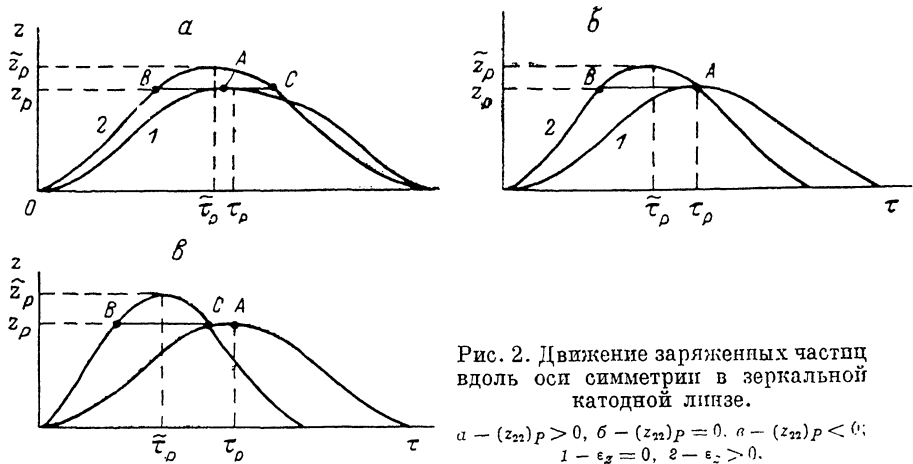


Рис. 2. Движение заряженных частиц вдоль оси симметрии в зеркальной катодной линзе.

$a - (z_{22})_p > 0$, $б - (z_{22})_p = 0$, $в - (z_{22})_p < 0$;
 $1 - \epsilon_x = 0$, $2 - \epsilon_x > 0$.

ется от значения, даваемого формулой Завойского—Фанченко. Из (32) следует также, что при переходе через точку поворота временная хроматическая абберация $\Delta \tau^{\mp}$ терпит скачок

$$\delta = \tau_{\pm}^{\pm} - \tau_{\mp}^{\mp} = 2\sqrt{\frac{2m}{e}} \frac{\epsilon_z'^{1/2}}{\Phi_0'} \sqrt{1 - \frac{\Phi_0'^2 (z_{22})_p}{2\Phi_p'}}. \quad (33)$$

В частности, при условии $z_{22} = 0$ (которое выполняется, например, для однородного и гиперболического [14] полей) на прямой ветви в точке поворота временная дисперсия равна удвоенному значению, даваемому формулой Завойского—Фанченко [8], а на обратной ветви в точке поворота равна нулю. Причину такого «аномального» поведения временной дисперсии нетрудно уяснить, обратившись к рис. 2, а, соответствующему случаю $(z_{22})_p > 0$. Частица, эмиттированная центром катода с ненулевой начальной скоростью, двигаясь по возмущенной траектории вдоль оси Oz , достигает своей точки поворота $\tilde{z}_p > z_p$ за меньшее время, чем частица, двигающаяся по опорной траектории. Сравнивая времена пролета до одной и той же плоскости $z = \text{const}$ на возмущенной и опорной траекториях в области $z \leq z_p$, нетрудно видеть, что отрезок AB представляет собой временную дисперсию в точке поворота на прямой ветви, отрезок AC — на обратной. Случаи $(z_{22})_p = 0$ и $(z_{22})_p < 0$ соответственно приведены на рис. 2, б, в.

Проведенный анализ показывает, что осуществить коррекцию временной хроматической абберации в гладких зеркальных полях (без применения мелкоструктурных сеток) принципиально возможно только в пограничном слое протяженностью $\sim \epsilon_x / |\Phi_p'|$ в окрестности точки поворота.

Рассматривая аналогичным образом хроматическую абберацию положения, обусловленную начальным расстоянием r_0 точки вылета частицы от оси симметрии, можно показать, что в области низкого потенциала хроматическая абберация положения зависит от r_0 не квадратичным, как в области высокого потенциала, а линейным образом. Можно также показать, что хроматическую абберацию положения можно корректировать за счет выбора геометрии и потенциалов электродов.

Построение асимптотического абберационного разложения траектории $r^\mp(z, \xi)$ по малым параметрам ξ , принципиально не отличается от построения абберационного разложения времени пролета $\tau^\mp(z, \xi)$. Опуская выкладки, приведем в качестве примера окончательное выражение для сферохроматической абберации второго порядка Δr_{12}^\mp

$$\Delta r_{12}^\mp = -\frac{2e^{i\alpha_0}}{\Phi_0'} (w - v'\sqrt{\Phi} \Pi) \varepsilon_z^{1/2} \varepsilon_z'^{1/2}, \quad (34)$$

где $\Pi(\zeta, z)$ вычисляется в соответствии с (30), (31).

Это соотношение является обобщением формулы Арцимовича—Рекнагеля и справедливо как в области высокого ($\Phi \gg \varepsilon_z$), так и в области низкого ($\Phi \ll \varepsilon_z$) потенциала. В области $\Phi \gg \varepsilon_z$ функция Π пренебрежимо мала и (41) переходит в классическую фор-

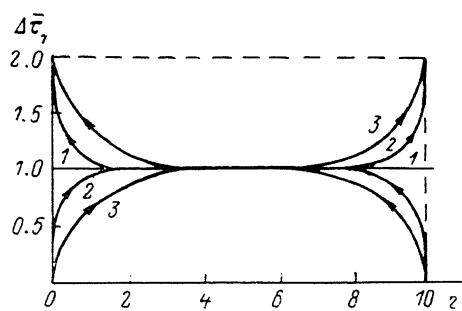


Рис. 3. Нормированная временная хроматическая абберация первого порядка $\Delta \tau_1 = \Delta \tau / \sqrt{2m/e} (\varepsilon_z^{1/2} / \Phi_0')$ в гиперболическом электронном зеркале.

1 — по формуле Завойского—Фанченко, 2 — по формуле (29) при $\varepsilon_z = 0.03$, 3 — по формуле (29) при $\varepsilon_z = 2.0$. Стрелками указано направление движения частиц.

мулу Арцимовича—Рекнагеля вида (5). При стремлении точки к поверхности катода сферохроматическая абберация второго порядка исчезает, обращаясь в нуль в начальной точке, а вблизи точки поворота по аналогии с (33) терпит скачок

$$\Delta r_{12}^+ - \Delta r_{12}^- = \frac{4e^{i\alpha_0}}{\Phi_0'} \sqrt{\frac{m}{2e}} \psi \Pi|_{z=z_p}. \quad (35)$$

На рис. 3 приведены результаты численного расчета нормированной величины временной хроматической абберации первого порядка в гиперболическом поле при различных значениях осевой компоненты начальной энергии ε_z . Из рис. 3 видно, что в областях низкого потенциала (в прикатодной области и в окрестности точки поворота) полученные зависимости существенно отличаются от значения, даваемого формулой Завойского—Фанченко. В то же время в области высокого потенциала ($\Phi \gg \varepsilon_z$) формула Завойского—Фанченко дает весьма точный результат, практически совпадающий с полученным по формуле (29).

Список литературы

- [1] Власов А. Г., Шапиро Ю. А. Методы расчета эмиссионных электронно-оптических систем. Л.: Машиностроение. 1974.
- [2] Колесников С. В., Монастырский М. А. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 1. С. 3—19.
- [3] Монастырский М. А., Щелев М. Я. Препринт ФИАН. № 128. М., 1980.
- [4] Кельман В. М., Секунова Л. М., Якушев Е. М. // ЖТФ. 1972. Т. 42. Вып. 11. С. 2279—2287.
- [5] Кельман В. М., Сапаргалиев А. А., Якушев Е. М. ЖТФ. 1973. Т. 43. Вып. 1. С. 52—60.
- [6] Арцимович Л. А. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1944. Т. 8. № 6. С. 313—329.
- [7] Рекнагель А. // Phys. 1941. Bd 117. S. 689—708.
- [8] Завойский Е. К., Фанченко С. Д. // ДАН СССР. 1956. Т. 108. № 2. С. 218—221.

- [9] Куликов Ю. В., Монастырский М. А., Фейгин Х. И. // РИЭ. 1978. Т. 23. № 1. С. 167—174.
- [10] Монастырский М. А., Куликов Ю. В. // РИЭ. 1976. Т. 21. № 10. С. 2251—2254.
- [11] Монастырский М. А. // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 6. С. 1117—1122.
- [12] Найфа А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984.
- [13] Ломов С. А. // Изв. АН СССР. Сер. математ. 1966. Т. 30. С. 525—572.
- [14] Rūdenberg R. // Franklin Inst. 1948. Vol. 246. N 1. P. 311—339. N 2. P. 337—408.

Поступило в Редакцию
29 марта 1988 г.
В окончательной редакции
31 октября 1988 г.
