

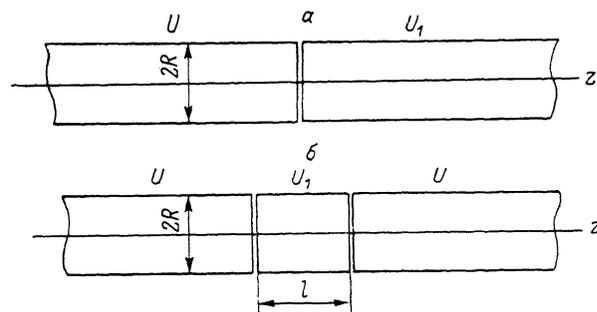
01; 10

## ХРОМАТИЧЕСКАЯ АБЕРРАЦИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЛИНЗ, ОБРАЗОВАННЫХ КРУГОВЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

Л. А. Баранова, Н. С. Ульянова, С. Я. Явор

На основе аналитических выражений для распределения потенциала в иммерсионной и одиночной линзах проведен расчет коэффициентов хроматической aberrации для широкого диапазона изменения параметров линз. Коэффициент хроматической aberrации представлен в виде полинома по степеням обратного увеличения, что позволяет рассчитать кружок размытия для произвольного положения предмета.

В последнее время в науке и технике все шире используются ионные пучки как для диагностики вещества, так и в технологических целях. Для формирования таких пучков, как правило, применяются электростатические линзы. Поскольку в ионных пучках имеется существенный разброс частиц по энергии, то важной задачей является оценка размывания пучка, связанного с хроматической aberrацией линз. Осесимметричные электростатические линзы достаточно хорошо изучены, имеются каталоги, содержащие результаты расчета параксиальных характеристик и коэффициентов сферической



и коэффициентов сферической aberrации линз. Осесимметричные электростатические линзы достаточно хорошо изучены, имеются каталоги, содержащие результаты расчета параксиальных характеристик и коэффициентов сферической

Рис. 1. Схема осесимметричных линз на цилиндрических электродах.

а — двухэлектродная иммерсионная линза, б — трехэлектродная одиночная линза.

aberrации различных типов таких линз [1, 2]. Однако их хроматическая aberrация исследована существенно меньше. Универсальные кривые для хроматической aberrации одиночной линзы из трех диафрагм с толстым средним электродом приведены в [3]. В работе [4] приведены данные по хроматической aberrации одиночной линзы из трех цилиндров при падении на нее параллельного пучка. Расчет проведен для следующей конкретной геометрии линзы: длина среднего цилиндра составляет 0.9 от его радиуса  $R$ , зазоры между электродами равны  $0.4R$ .

Целью данной работы явилось получение систематических данных по хроматической aberrации трех типичных вариантов электростатических линз, образованных цилиндрическими электродами: иммерсионной двухэлектродной линзы (рис. 1, а) и одиночной трехэлектродной с двумя различными значениями длины среднего электрода (рис. 1, б). Зазоры между электродами предполагались малыми, что соответствует скачкообразному изменению потенциала на границе. Распределение потенциала на оси таких линз приведено в [5] для случая, когда крайние электроды имеют бесконечную длину. В иммерсионной двухэлектродной линзе оно записывается так:

$$\Phi(z) = \frac{U + U_1}{2} + \frac{U_1 - U}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \mu z}{\mu I_0(\mu)} d\mu, \quad (1)$$

где  $I_0$  — модифицированная функция Бесселя,  $U$  и  $U_1$  — потенциалы на электродах.

В одиночной трехэлектродной линзе осевое распределение потенциала таково:

$$\Phi(z) = U + \frac{2(U_1 - U)}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(0.5 l \mu) \cos \mu z}{\mu I_0(\mu)} d\mu. \quad (2)$$

Здесь  $l$  — длина среднего электрода. Все линейные размеры в (1) и (2) отнесены к радиусу цилиндров  $R$ . Из (1) и (2) легко найти выражения для производных от осевого потенциала  $\Phi'(z)$  и  $\Phi''(z)$ , необходимые для расчета оптических свойств линз.

Подынтегральные функции в формулах (1) и (2) быстро осциллируют при возрастании  $|z|$ . Поэтому интегралы Фурье были преобразованы в ряды с помощью теоремы вычетов и распределение потенциала при  $|z| \geq 0.1$  рассчитывалось с помощью рядов. Аналогичные выражения для распределения потенциала можно написать и в случае большего числа цилиндров.

Кружок размытия, вызванного хроматической аберрацией, в гауссовой плоскости изображения для точки, лежащей на оси, записывается следующим образом:

$$\Delta r = M C r'_0 \frac{\Delta \Phi}{\Phi_0}, \quad (3)$$

где  $M$  — линейное увеличение линзы;  $C$  — коэффициент отверстной хроматической ошибки;  $r'_0$  — начальный угол раствора пучка;  $\Phi_0$  — потенциал предметного пространства, соответствующий ускоряющему напряжению;  $\Delta \Phi$  характеризует разброс частиц по энергии.

Как известно, коэффициент  $C$  зависит не только от возбуждения линзы, но и от положения предметной плоскости. Однако его можно представить в виде полинома по степеням обратного увеличения  $M^{-1}$ , в котором коэффициенты не зависят от положения предмета и определяются только полем линзы. Такой полином содержит три члена

$$C = C_0 + C_1(-M)^{-1} + C_2(-M)^{-2}, \quad (4)$$

где

$$C_0 = \frac{3}{8} \sqrt{\Phi_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 \frac{r_\lambda^2}{\sqrt{\Phi}} dz, \quad (5)$$

$$C_1 = \frac{3}{4} f_0 \sqrt{\Phi_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 \frac{r_\beta r_\lambda}{\sqrt{\Phi}} dz, \quad (6)$$

$$C_2 = \frac{3}{8} f_0^2 \sqrt{\Phi_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 \frac{r_\beta^2}{\sqrt{\Phi}} dz. \quad (7)$$

Здесь  $r_\lambda$  и  $r_\beta$  — частные решения парааксиального уравнения траектории, удовлетворяющие следующим начальным условиям:

$$\begin{aligned} r_\lambda(z_F) &= 0, & r_\beta(z_F) &= 1, \\ r'_\lambda(z_F) &= 1, & r'_\beta(z_F) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Эти частные решения соответствуют двум траекториям, одна из которых ( $r_\beta$ ) параллельна оси  $z$  в предметном пространстве, другая ( $r_\lambda$ ) — в пространстве изображений. Координата  $z_F$  характеризует положение фокуса в предметном пространстве. Если фокальная точка расположена в поле линзы, то  $z_F$  соответствует точке пересечения с осью  $z$  линейного продолжения траектории  $r_\lambda$  (асимпт-

Таблица 1

$U_i/U$	$f_0$	$f_i$	$z(F_0)$	$z(F_i)$	$C_0$	$C_1$	$C_2$
1.2	352.6	386.2	369.1	369.0	673.8	1288	615.1
1.4	99.92	118.2	108.8	108.6	183.7	337.9	155.4
1.6	49.74	62.91	56.02	55.85	88.43	157.4	70.02
1.8	31.03	41.63	36.05	35.83	53.54	92.59	40.03
2.0	21.85	30.89	26.11	25.85	36.69	61.86	26.08
2.2	16.58	24.59	20.33	20.04	27.16	44.77	18.45
2.4	13.23	20.49	16.63	16.30	21.19	34.22	13.82
2.6	10.95	17.65	14.07	13.72	17.17	27.21	10.79
2.8	9.31	15.58	12.23	11.84	14.31	22.30	8.70
3.0	8.08	14.00	10.83	10.42	12.20	18.71	7.19
3.5	6.07	11.34	8.52	8.05	8.77	13.00	4.83
4.0	4.86	9.71	7.11	6.59	6.76	9.73	3.52
5.0	3.50	7.81	5.51	4.90	4.56	6.26	2.17
6.0	2.76	6.76	4.63	3.95	3.40	4.51	1.52
8.0	1.99	5.62	3.70	2.91	2.23	2.80	0.90
10.0	1.59	5.03	3.21	2.35	1.65	1.99	0.63
12.0	1.35	4.67	2.92	1.98	1.30	1.53	0.48
14.0	1.18	4.43	2.72	1.73	1.08	1.24	0.38
16.0	1.07	4.26	2.58	1.54	0.92	1.03	0.32
18.0	0.98	4.14	2.47	1.38	0.80	0.88	0.27
20.0	0.91	4.05	2.39	1.26	0.71	0.77	0.24
25.0	0.78	3.90	2.24	1.03	0.55	0.58	0.18
30.0	0.70	3.83	2.15	0.87	0.45	0.46	0.15
35.0	0.64	3.78	2.08	0.74	0.38	0.38	0.13
40.0	0.60	3.77	2.03	0.64	0.33	0.32	0.11
50.0	0.53	3.54	1.97	0.49	0.27	0.23	0.09

Таблица 2

$U_i/U$	$f$	$z(F)$	$C_0 = C_2$	$C_1$
0.0	5.55	5.50	17.38	34.48
0.1	7.62	7.59	22.39	44.60
0.2	10.65	10.63	29.57	59.02
0.3	15.27	15.25	40.27	80.45
0.4	22.70	22.69	57.07	114.1
0.5	35.52	35.52	85.47	170.9
0.6	60.07	60.07	138.7	277.4
0.7	115.2	115.2	255.8	511.5
1.3	170.5	170.5	311.0	622.1
1.4	101.6	101.6	180.1	360.3
1.5	68.73	68.72	118.6	237.2
1.6	50.38	50.37	84.67	169.3
1.7	39.01	39.00	63.90	127.8
1.8	31.43	31.42	50.22	100.4
2.0	22.19	22.17	33.80	67.55
2.2	16.91	16.89	24.63	49.18
2.4	13.58	13.55	18.95	37.80
2.6	11.32	11.28	15.17	30.21
3.0	8.50	8.45	10.56	20.93
3.3	7.19	7.12	8.47	16.72
3.6	6.26	6.18	7.02	13.78
4.0	5.38	5.28	5.67	11.02
4.5	4.62	4.49	4.54	8.69
5.0	4.10	3.94	3.78	7.08

Таблица 3

$U_i/U$	$f$	$z(F)$	$C_0 = C_2$	$C_1$
0.0	1.79	1.41	9.49	14.19
0.1	2.69	2.46	10.88	19.79
0.2	4.06	3.92	14.09	27.17
0.3	6.22	6.13	19.34	38.11
0.4	9.79	9.73	27.85	55.39
0.5	16.09	16.06	42.50	84.82
0.6	28.41	28.39	70.27	140.4
0.7	56.60	56.59	131.9	263.7
1.3	99.03	99.02	174.2	348.5
1.4	60.26	60.25	102.0	203.9
1.5	41.59	41.57	67.82	135.6
1.6	31.06	31.03	48.86	97.65
1.7	24.47	24.44	37.20	74.30
1.8	20.05	20.01	29.49	58.84
2.0	14.60	14.54	20.16	40.13
2.2	11.45	11.37	14.91	29.56
2.4	9.44	9.34	11.63	22.94
2.6	8.06	7.94	9.43	18.48
3.0	6.33	6.16	6.73	12.95
3.3	5.52	5.31	5.51	10.38
3.6	4.94	4.68	4.65	8.55
4.0	4.39	4.08	3.87	6.80
4.5	3.93	3.53	3.22	5.27
5.0	3.61	3.13	2.79	4.17

тотический фокус). Предполагается, что предмет и изображение расположены вне поля, поэтому интегрирование в (5)—(7) производится по всей области, где поле отлично от нуля, и в качестве пределов интегрирования можно взять  $-\infty$  и  $+\infty$ .

Из (5)–(7) следует, что коэффициенты  $C_0$ ,  $C_1$  и  $C_2$  всегда положительны. Для действительного изображения  $M$  отрицательно и коэффициент  $C$  в (4) представляет собой сумму положительных членов. Таким образом, три коэффициента полностью характеризуют хроматическую aberrацию линзы с данным возбуждением и позволяют рассчитать кружок aberrационного размытия для любого положения предмета.

Для параллельного пучка на входе в линзу кружок размытия, вызванного хроматической aberrацией, записывается несколько иначе

$$\Delta r = C_f r_0 \frac{\Delta \Phi_0}{\Phi_0}. \quad (9)$$

Здесь  $C_f$  — коэффициент хроматической aberrации, равный

$$C_f = \frac{3}{8} \sqrt{\Phi_0} f_0 \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 \frac{r_0^2}{\sqrt{\Phi}} = \frac{C_2}{f_0}. \quad (10)$$

Коэффициенты хроматической aberrации определялись численно на ЭВМ БЭСМ-6. Частные решения  $r_\lambda$  и  $r_\beta$  находились путем численного интегрирования

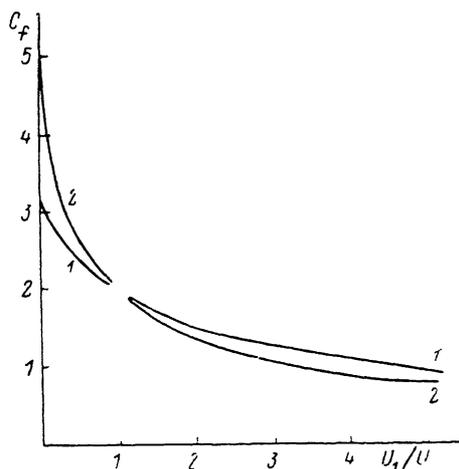
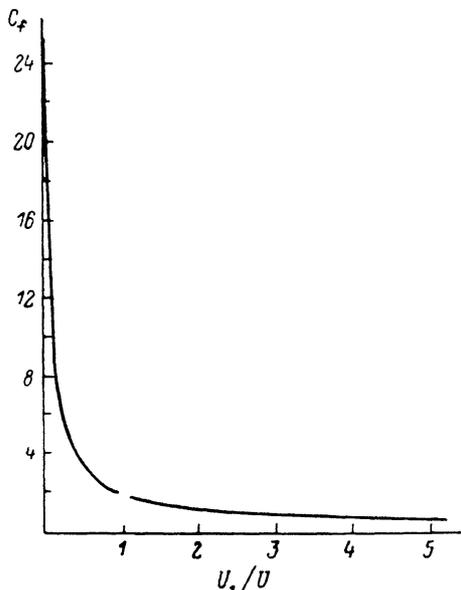


Рис. 2. Коэффициент хроматической aberrации двухэлектродной иммерсионной линзы для параллельного пучка на входе.

Рис. 3. Коэффициенты хроматической aberrации трехэлектродной одиночной линзы для параллельного пучка на входе.

1 —  $l=R$ , 2 —  $l=2R$ .

ния параксиальных уравнений траектории. Было проведено сравнение рассчитанных по программе параксиальных характеристик с данными, приведенными в [1]. Расхождение составляет не более 1–2%. Это отчасти можно объяснить тем, что в [1] рассматривались системы с ненулевым зазором между электродами. Кроме того, для ряда вариантов были специально рассчитаны коэффициенты сферической aberrации, которые совпали с данными [1] с точностью до 3%.

В табл. 1 приведены фокусное расстояние, положение фокуса и коэффициенты хроматической aberrации двухэлектродной иммерсионной линзы. Параметры даны только для ускоряющей линзы. Коэффициенты aberrации для замедляющей линзы (ниже обозначенные звездочкой) могут быть рассчитаны по формулам

$$\frac{C_0^*}{C_2} = \frac{C_1^*}{C_1} = \frac{C_2^*}{C_0} = \left( \frac{U_1}{U} \right)^{1/2}, \quad (11)$$

где потенциалы  $U_1$  и  $U$  соответствуют случаю ускорения. Как и следовало ожидать хроматическая aberrация замедляющей линзы больше, чем ускоряющей.

В табл. 2 и 3 приведены эти же параметры для трехэлектродной одиночной линзы, причем длина среднего электрода составляет соответственно  $l=R$  и  $l=2R$ . В симметричной одиночной линзе  $C_0=C_2$ , что легко показать на основании выражений (5), (7) и (8). Как видно из таблиц,  $C_1 \approx C_0 + C_2$  как в иммерсионной, так и в одиночной линзе. На рис. 2 и 3 показана зависимость коэффициента хроматической aberrации от отношения потенциалов на электродах для параллельного пучка на входе в линзу.

Написанная программа позволяет проводить расчеты для более общего класса линз, например для иммерсионных линз, образованных тремя и четырьмя цилиндрами.

Приведенные данные дают возможность определять кружок хроматического размытия в наиболее часто используемых осесимметричных линзах в широком диапазоне изменения потенциалов на электродах для произвольных увеличений.

#### Список литературы

- [1] *Harting E., Read E. H.* Electrostatic Lenses. Amsterdam: Elsevier, 1976. 322 p.
- [2] *Баранова Л. А., Явор С. Я.* Электростатические электронные линзы. М.: Наука, 1986. 190 с.
- [3] *Shimizu K., Kawakatsu H.* // J. Phys. E. 1974. Vol. 7. N 6. P. 472—476.
- [4] *Berger C., Baril M.* // J. Appl. Phys. 1982. Vol. 53. N 6. P. 3950—3956.
- [5] Основные формулы физики / Под ред. Д. Мензеля. М.: ИЛ, 1957. 658 с.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
7 марта 1989 г.

