

01; 09; 10

ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ ОНДУЛЯТОРЕ С ПЕРЕМЕННЫМ ПРОФИЛЕМ ПОЛЮСОВ

Н. В. Смоляков

Рассмотрено формирование дипольного электромагнитного излучения в неоднородном магнитном поле. Проанализирована зависимость спектральных характеристик излучения от геометрии магнитной системы. Показано, что ондуляторное излучение можно эффективно генерировать в магнитной системе с переменным профилем полюсов. Рассчитана их оптимальная геометрия. Получены спектрально-угловые характеристики ондуляторного излучения для таких магнитных систем.

Введение

Уменьшение периода ондулятора позволит повысить жесткость ондуляторного излучения. Плоский ондулятор стандартной конструкции состоит из расположенных друг за другом магнитных полюсов чередующейся полярности (рис. 1) и создает знакопеременное периодическое магнитное поле. Электро-

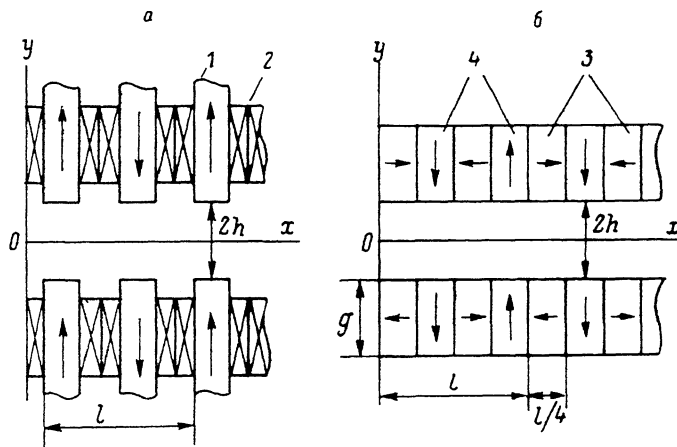


Рис. 1. Принципиальная схема плоского ондулятора стандартной конструкции.

a — электромагнитный ондулятор, *b* — ондулятор на постоянных (редкоземельных) магнитах; 1 — полюса, 2 — обмотки, 3 — постоянные магниты, 4 — полюса из ферромагнетиков («гибридный» ондулятор) или постоянных магнитов («чистый» редкоземельный ондулятор). Стрелки указывают направление намагниченности магнетиков.

магнитное излучение заряженной частицы в таких полях подробно рассмотрено в [1]. В случае электромагнитного ондулятора уменьшение его периода (при фиксированной амплитуде магнитного поля) требует повышения плотности тока обмоток. Поэтому в плоских ондуляторах с периодом несколько сантиметров в качестве источников поля применяются постоянные магниты на основе редкоземельных сплавов (остаточная индукция в них достигает величины 10 кГс). Конструктивные особенности таких ондуляторов приведены в обзорах [2-4]. Достигнутый при этом минимальный период 2,22 см [5]. Однако редкоземельные

магниты хрупки, что затрудняет создание ондулятора стандартной конструкции с меньшим периодом.

Амплитуда магнитного поля на оси плоского ондулятора экспоненциально убывает с увеличением зазора между его полюсами [2,4]. Поэтому апертура ондулятора должна быть меньше его периода. Это ограничивает возможность уменьшения периода ондулятора. Так, в качестве микроондулятора предлагалось

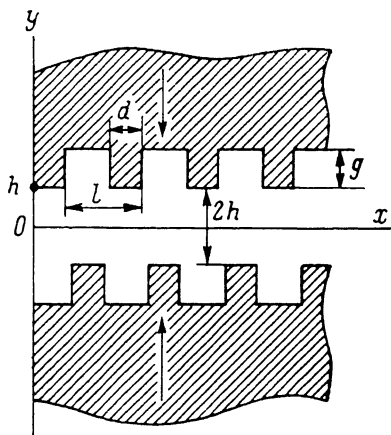


Рис. 2. Геометрия микроондулятора квадрупольного типа [8] с переменным профилем полюсов.

Стрелки указывают направление однородной намагниченности магнетитов.

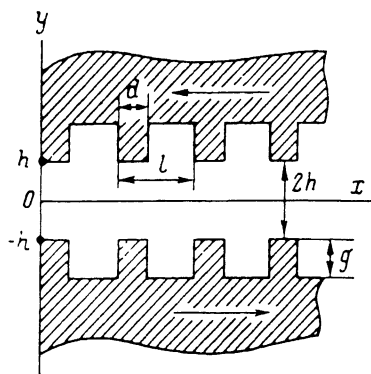


Рис. 3. Геометрия микроондулятора [8] с полюсами, намагниченными вдоль оси ондулятора.

использовать доменную структуру ферромагнетика (период порядка 0.01 см) [6]. При этом пучок частиц ускорителя должен находиться в области порядка 0.01 см над поверхностью ферромагнетика (где сосредоточено знакопеременное магнитное поле доменов). Однако в этом случае частицы заденут край ферромагнетика, что приведет к сильному фону (тормозное излучение) [7]. По всей видимости, величина порядка 0.1 см является разумной нижней границей периода микроондулятора.

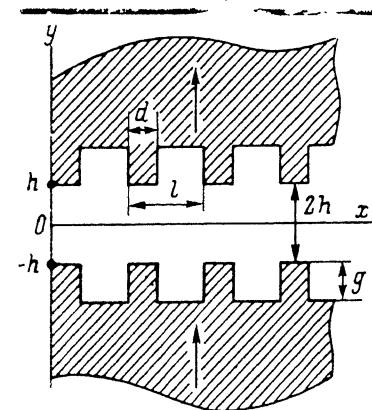


Рис. 4. Геометрия микроондулятора дипольного типа.

В работе [8] показано, что знакопеременное магнитное поле с малым периодом можно создать с помощью двух постоянных редкоземельных магнитов с прямоугольным периодическим профилем полюсов (рис. 2, 3). Измерения магнитного поля квадрупольного микроондулятора (рис. 2, период 0.41 см) показали перспективность таких конструкций. Однако погрешности изготовления магнитных блоков приводят к сильной неоднородности осцилляций поля [8]. Более качественное магнитное поле создает «гибридный микроондулятор с электромагнитным смещением» [9,10]. Синусоидальное поле в нем формируется путем суперпозиции двух полей: неоднородного знакопеременного (создаваемого тонкими полюсками редкоземельных постоянных магнитов) и однородного (создаваемого электромагнитом).

В данной работе предложена конструкция дипольного микроондулятора с переменным профилем полюсов (рис. 4), позволяющая обойтись без применения постоянных магнитов. Рассмотрено влияние геометрии плоской магнитной системы на формирование дипольного излучения ультрарелятивистской частицы. Получены спектрально-угловые характеристики излучения в магнитных системах с геометрией, приведенной на рис. 2—4. Проведен их сравнительный анализ.

1. Электромагнитное излучение в дипольном приближении

Рассмотрим характеристики электромагнитного излучения ультрарелятивистской частицы с приведенной энергией $\gamma \gg 1$, движущейся в магнитном поле $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ по траектории $\mathbf{r}(t)$. Спектральное распределение энергии, генерируемой частицей в элемент телесного угла $d\Omega$ в направлении \mathbf{n} в интервале длин волн $d\lambda$, равно [11]

$$\frac{d\varepsilon}{d\lambda d\Omega} = \frac{e^2}{2\pi\lambda^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} (ct - \mathbf{n}\mathbf{r}(t))} \times \right. \\ \left. \times \frac{[\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \beta(t)) \times \dot{\beta}(t)]]}{(1 - \mathbf{n} \cdot \beta(t))^2} dt \right|^2, \quad (1)$$

$$\dot{\beta}(t) = \frac{e}{mc\gamma} [\beta(t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}(t))], \quad (2)$$

где e , m — заряд и масса частицы; $\beta(t)$ — ее приведенная скорость; c — скорость света; λ — длина волны излучения; $\gamma^{-1} = \sqrt{1 - \beta^2}$.

Пусть угол отклонения частицы в магнитном поле мал по сравнению с величиной γ^{-1} . Тогда после подстановки (2) в (1) зависимость $\dot{\beta}(t)$ от времени можно пренебречь (дипольное приближение) [11]. Пусть магнитная система бесконечна и однородна вдоль оси z : $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \{H_x(x, y), H_y(x, y), 0\}$, при этом $H_y(x, y)$ резко неоднородна вдоль оси x . В результате для частицы, движущейся вдоль оси x , получим при $\theta \ll 1$

$$\frac{d\varepsilon}{d\lambda d\Omega} = \frac{2e^4\gamma^2}{\pi m^2 c^4 \lambda^2} \frac{(1 + \gamma^2\theta^2)^2 - 4\gamma^2\theta^2 \cos^2\varphi}{(1 + \gamma^2\theta^2)^4} |\tilde{H}(p)|^2, \quad (3)$$

где θ — угол между \mathbf{n} и $\beta = \{\beta, 0, 0\}$, φ — угол между направлением $\dot{\beta}$ и проекцией вектора \mathbf{n} на плоскость yOz , $p = (\pi/\lambda\gamma^2)(1 + \gamma^2\theta^2)$, $\mathbf{n} = \{\cos\theta, \sin\theta \sin\varphi, \sin\theta \cos\varphi\}$.

Отметим, что величина $(\lambda\gamma^2)/(1 + \gamma^2\theta^2)$ (длина формирования излучения) — длина, на которой частица и излученная ею волна расходятся в пространстве на расстояние полуволны [12, 13]

$$\tilde{H}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ipx} H_y(x, y=0) dx. \quad (4)$$

Магнитное поле представляется в виде интеграла типа свертки от плотности магнитного момента полюсов $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ и плотности тока обмоток $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ магнитной системы [11]

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int d^3r' \left(\frac{3\mathbf{R}[\mathbf{M}(r') \cdot \mathbf{R}] - \mathbf{M}(r') R^2}{R^5} + \frac{[\mathbf{j}(r') \times \mathbf{R}]}{cR^3} \right), \quad (5)$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, $R = |\mathbf{R}|$.

В бесконечной и однородной вдоль оси z магнитной системе

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \{M_x(x, y), M_y(x, y), 0\}, \\ \mathbf{j}(\mathbf{r}) = \{0, 0, j(x, y)\}.$$

Преобразование Фурье свертки двух функций равно произведению их преобразований Фурье. В результате из (4), (5) получим

$$\tilde{H}(p) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} dx dy e^{ipx - py} |\Phi(x, y)|, \quad (6)$$

$$\Phi(x, y) = pM_y(x, y) - ipM_x(x, y) \operatorname{sign} y + \frac{i}{c} j(x, y), \quad (7)$$

интеграл в (6) берется по всему сечению магнитной системы плоскостью xOy . Вне магнитной системы $\Phi(x, y) = 0$.

Пусть магнитная система периодична вдоль оси x с периодом l и числом периодов N (рис. 1—4)

$$\Phi(x + l, y) = \Phi(x, y), \quad 0 \leq x \leq (N - 1)l \quad (8)$$

(начало координат совпадает с началом магнитной системы).

Заметим, что магнитное поле при этом не обязано быть знакопеременным (см., например, рис. 4). Для частицы, проходящей через центр зазора между полюсами магнитной системы, из (3), (6)—(8) получим

$$\frac{d\varepsilon}{d\lambda d\Omega} = \frac{8\pi e^4 \gamma^2}{m^2 c^4 \lambda^2} N \frac{(1 + \gamma^2 \theta^2)^2 - 4\gamma^2 \theta^2 \cos^2 \varphi}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^4} e^{-2p\hbar} I_N(p) |f(p)|^2, \quad (9)$$

$$f(p) = \int_0^l dx e^{ipx} \int_{-\infty}^{\infty} dy e^{ip\hbar - p|y|} \Phi(x, y), \quad (10)$$

$$I_N(p) = \frac{\sin^2\left(\frac{pl}{2} N\right)}{N \sin^2\left(\frac{pl}{2}\right)}, \quad (11)$$

где $2h$ — зазор между полюсами (рис. 1—4), $p = (\pi/\lambda\gamma^2)(1 + \gamma^2\theta^2)$.

Отметим, что выражения (9)—(11) справедливы и для непериодической магнитной системы: это соответствует случаю $N=1$, $I_1(p)=1$, при этом l — длина всей магнитной системы. В другом предельном случае, при $N \gg 1$, удобно использовать соотношение

$$I_N(p) = 2\pi \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \delta(pl - 2\pi\nu), \quad N \rightarrow \infty. \quad (12)$$

Проинтегрировав (9) по углам, получим спектральную плотность излучения в полный телесный угол $d\varepsilon/d\lambda$, которая генерируется частицей, проходящей через центр зазора между полюсами магнитной системы. При $N \gg 1$ из (9), (12) получим

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{d\lambda} = \frac{16\pi^2 e^4 \gamma^2}{m^2 c^4 \lambda} N \sum_{\nu \geq 3}^{\infty} \frac{\xi^2 \nu^2 - 2\xi^2 \nu + 2\xi^4}{\nu^4} \Big| f \times \\ \times \left(\frac{2\pi}{l} \nu\right)^2 e^{-\frac{4\pi\hbar}{l} \nu}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $=l/(2\lambda\gamma^2)$, ν — целое (номер гармоники).

Из (10) видно, что значение функции $f(p)$ не изменится, если полюса с обмотками (как единое целое) приблизить к пучку (плотность тока и магнитного момента при этом не меняются). Поэтому, как следует из (9), уменьшение апертуры плоской магнитной системы приводит к экспоненциальному увеличению спектрально-угловой плотности дипольного электромагнитного излучения по закону $\exp(-2\pi\hbar/\lambda\gamma^2)(1 + \gamma^2\theta^2)$. Этот результат не зависит от конкретного вида магнитной системы, создающей неоднородное магнитное поле (ондулятор [2-4], короткие магниты [14] и т. д.).

При большом числе периодов N интерференционные эффекты приводят к сильному увеличению спектральной плотности электромагнитного излучения с резонансными частотами и к подавлению излучения на других частотах. В выражении (9) это описывается множителем $I_N(p)$, который достигает максимума (равного N) при выполнении условия $pl = 2\pi\nu$ или

$$l(1 + \gamma^2\theta^2) = 2\lambda\gamma^2\nu, \quad (14)$$

где $\nu = 1, 2, 3, \dots$ — номер гармоники.

Соотношение (14) указывает, что на периоде ондулятора должно укладываться четное число длин формирования излучения. Иначе говоря, на каждом

периоде ондулятора излучение с резонансной частотой опережает частицу на целое число длин волн. В общем случае распределение $\Phi(x, y)$ не является синусоидальным, поэтому $f(p)$ содержит не только первую гармонику, но и более высокие. Однако вклад высоких гармоник в спектральное распределение энергии (13) экспоненциально подавлен. Аналогичный результат был получен с помощью аналитических расчетов магнитного поля, проведенных при некоторых модельных предположениях для плоских бесконечно длинных ондуляторов [2-4].

Экспонента в (7) указывает, что с увеличением энергии частиц γ должен наблюдаться сильный рост спектральной плотности энергии электромагнитного излучения. Такой эффект наблюдается при излучении в краевых полях дипольных магнитов синхротрона [15], должен наблюдаться при излучении в поле коротких магнитов [14]. Однако в случае ондулятора с большим числом периодов сильные интерференционные эффекты приводят к тому, что с увеличением энергии частиц, согласно (14), растет также и угол θ , под которым генерируется излучение с длиной волны λ . Это меняет характер зависимости спектра ондуляторного излучения от энергии частиц (см. (13)).

Согласно формулам (3), (4) частица в каждой точке своей траектории $(x, 0, 0)$ является источником элементарной волны, фаза которой равна px , а амплитуда пропорциональна величине $H_y(x, 0)$ (определяющей ускорение частицы в точке x). Результирующее дипольное излучение можно рассматривать как интерференцию таких элементарных волн [12, 13]. Величина магнитного поля в точке $(x, 0, 0)$ определяется суммарным распределением токов и магнетиков всей магнитной системы. Однако, как следует из (9) — (11), дипольное излучение частицы можно также рассматривать как интерференцию элементарных волн, имеющих фазу px , а амплитуда которых пропорциональна величине

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x, y) \exp(p\hbar - p|y|) dy. \quad (15)$$

Иначе говоря, в формировании элементарной волны в точке x принимает участие только бесконечно тонкий слой магнитной системы, перпендикулярный траектории движения частицы и имеющий ту же координату x . Формирование излучения происходит на ближайших к траектории частицы элементах магнитной системы: вклад в излучение более далеких частей магнетиков и токов экспоненциально подавлен. Поэтому для формирования дипольного излучения неоднородность профиля магнитных полюсов эквивалентна соответствующей неоднородности в распределении плотности магнитного момента магнетиков. Для точного расчета спектральных характеристик излучения с помощью (9) — (13) распределение магнитного момента магнетиков необходимо рассчитывать численными методами. Однако для оценок можно воспользоваться физически разумными предположениями. Так, для полюсов, представляющих собой постоянные магниты из высококоэрцитивных сплавов, плотность магнитного момента в магнетике можно считать постоянной. С другой стороны, расчет по этой методике спектра излучения частицы в поле коротких магнитов показал слабую зависимость от модельных предположений [14]. Вместе с тем использование выражений (9) — (13) позволяет проводить анализ влияния геометрии магнитной системы на формирование дипольного излучения, опуская непосредственные расчеты (зачастую громоздкие) формы магнитного поля.

2. Излучение в ондуляторе с переменным профилем полюсов

Получим спектральные характеристики дипольного электромагнитного излучения частицы, проходящей через центр ондулятора с прямоугольным профилем полюсов (рис. 2—4). Пусть полюса представляют собой постоянные магниты из высококоэрцитивных сплавов (например, на основе редкоземельных элементов). При расчете топографии поля таких систем вектор остаточной индукции $B_r = 4\pi M$ можно считать постоянным [16, 17]. Токотные обмотки отсутствуют, $j=0$. Для ондулятора, представленного на рис. 2 (ондулятор 2), вели-

чина остаточной индукции полюсов равна $\mathbf{B}_r = \{0, B_r, 0\}$ для нижнего полюса и $\mathbf{B}_r = \{0, -B_r, 0\}$ для верхнего. Из (7), (10) получим для такой магнитной системы

$$f_2(p) = \frac{B_r}{\pi p} \sin\left(\frac{pd}{2}\right) \sin\left(\frac{pl}{4}\right) (1 - e^{-pq}). \quad (16)$$

Соответственно для ондуляторов с геометрией, приведенной на рис. 3 (ондулятор 3, вектор остаточной индукции равен $\mathbf{B}_r = \{B_r, 0, 0\}$ для нижнего полюса и $\mathbf{B}_r = \{-B_r, 0, 0\}$ для верхнего), а также на рис. 4 (ондулятор 4, $\mathbf{B}_r = \{0, B_r, 0\}$ для обоих полюсов), получим

$$f_3(p) = f_4(p) = \frac{B_r}{\pi p} \left[\sin\left(\frac{pd}{2}\right) + e^{-pq+i\frac{pl}{2}} \sin\left(\frac{p}{2}(l-d)\right) \right]. \quad (17)$$

При большом числе периодов ондулятора N практически все излучение формируется на резонансных частотах $pl = 2\pi\nu$. Из выражений (16), (17) следует, что в этом случае для формирования излучения на первой гармонике ($pl = 2\pi$) оптимальная величина d равна $d = 0.5l$, при этом глубина профиля полюсов g должна быть больше (или равна), чем период ондулятора $g \geq l$.

Подставляя (16), (17) в (13), получим выражения для спектральной плотности дипольного излучения частицы в полный телесный угол. При $N \gg 1$, $l = 2d$ эти выражения одинаковы для всех трех типов ондулятора (рис. 2—4) и равны

$$\frac{d\varepsilon}{d\lambda} = \frac{4e^4 B_r^2 l \gamma^2}{\pi^2 m^2 c^4 \lambda} N \sum_{\nu \geq \xi} \frac{\xi^2 \nu^2 - 2\xi^3 \nu + 2\xi^4}{\nu^6} \exp\left(-\frac{4\pi h \nu}{l}\right) \times \\ \times \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \nu\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{2\pi q \nu}{l}\right)\right)^2. \quad (18)$$

Из (18) видно, что в этом случае излучение в ондуляторах 2—4 формируется на нечетных гармониках. Для сравнения отметим, что в «чистом» редкоземельном ондуляторе (рис. 1, б) излучение формируется на гармониках с номерами $\nu = 1, 5, 9, \dots$. Спектральная плотность излучения на этих гармониках превышает соответствующую плотность излучения в ондуляторах 2—4 (на гармониках с теми же номерами) в 8 раз.

Физические и технические особенности ондуляторов 2 и 3 анализировались в работе [8]. Магнитная система таких ондуляторов создает знакопеременное магнитное поле синусоидальной формы. Распределение магнитного поля ондулятора 2 в поперечном сечении носит квадруполюсный характер. Некоторым недостатком этих конструкций является то, что полюса находятся в сильном взаимно переманчивающем поле, что неизбежно требует применения обладающих высокой коэрцитивной силой постоянных редкоземельных магнитов [8]. В отличие от ондуляторов 2 и 3 магнетики в ондуляторе 4 расположены разноименными полюсами навстречу друг другу. Это снижает требования к материалам магнитных полюсов, тогда можно использовать электромагниты. Однако в отличие от ондуляторов 2 и 3 магнитное поле ондулятора 4 имеет постоянную составляющую. В результате пучок частиц после прохождения магнитного поля ондулятора 4 окажется повернутым в плоскости xOz на угол $\Delta\psi$. Интегрируя уравнения движения (2) и используя (5), получим для ондулятора 4

$$\Delta\psi = \frac{e B_r N l}{m c^2 \gamma}. \quad (19)$$

Излучение в ондуляторе 4 является дипольным ($\Delta\varphi < \gamma^{-1}$) при выполнении условия

$$e B_r N l < m c^2. \quad (20)$$

Неравенство (20) указывает область применения полученных выше в дипольном приближении формул для ондулятора 4.

Отметим, что в случае длинных ондуляторов 2—4 ($Nl \gg 2h$) из (5) можно найти аналитическое выражение для магнитного поля. Для ондулятора 4 вер-

тиральная составляющая магнитного поля H_y при этом представляет собой сумму постоянного магнитного поля, равного B_r , и знакопеременного осциллирующего (с периодом l). Амплитуда осцилляций на оси ондулятора равна

$$H_{y \max} - H_{y \min} = \frac{2B_r}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{l} d\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{2\pi}{l} h\right)} - \operatorname{arctg} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{l} d\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{2\pi}{l} (h+g)\right)} \right]. \quad (21)$$

Осциллирующая составляющая магнитного поля и формирует ондуляторное излучение.

Из вышесказанного следует, что конструкция ондулятора 4 эффективно совмещает в себе функции поворотного магнита (диполя) синхротрона и обычного ондулятора. Аналогично ондулятор 2 совмещает функции квадрупольной линзы и обычного ондулятора.

Расчитанные в этом разделе характеристики дипольного излучения (16)–(21) получены для магнитных систем с полюсами, представляющими собой постоянные магниты с однородным распределением плотности магнитного момента. Как отмечалось, конструкция ондулятора 4 позволяет использовать электромагниты с полюсами из ферромагнетиков с магнитной проницаемостью $\mu \gg 1$. При этом остаются справедливыми все результаты раздела 1 (полученные в общем виде). Однако в случае такого ондулятора для генерации на первой гармонике оптимальная толщина выступа гребенки d (рис. 4) равна $d \simeq l/3$. Действительно, магнитную систему ондулятора 4 можно рассматривать как последовательность коротких магнитов толщиной d , установленных друг за другом с периодом l . При этом ондуляторное излучение является результатом интерференции излучения, сформированного на каждой паре этих коротких магнитов. Анализ формирования излучения в магнитном поле коротких магнитов с бесконечно большой магнитной проницаемостью ферромагнетика показал [14], что для генерации излучения с длиной волны λ оптимальная толщина магнита d равна $d \simeq (2/\pi) \lambda \gamma^2$. При этом небольшие отклонения в величине d (при $d \simeq l/3$) вызывают слабые изменения спектральной плотности излучения [14]. Глубина профиля полюсов g и в этом случае должна удовлетворять условию $g \geq l$.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность В. И. Балбекову за внимание к работе.

Список литературы

- [1] Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г. // Тр. ФИАН СССР. 1975. Т. 80. С. 100–124.
- [2] Brown G., Halbach K., Harris J. et al. // Nucl. Instr. Meth. 1983. Vol. 208. N 1–3. P. 65–77.
- [3] Walker R. P. // Nucl. Instr. Meth. 1985. Vol. A237. N 1–2. P. 366–380.
- [4] Halbach K. // J. Phys. 1983. Vol. 44. N C1. P. 211–216.
- [5] Slater J. M., Adamski J., Quimby D. C. et al. // J. Phys. 1983. Vol. 44. N C1. P. 73–83.
- [6] Братман В. Л., Генкин Г. М., Зильберберг В. В. // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8. Вып. 16. С. 970–973.
- [7] Геворгян Л. А., Коржмазян Н. А. // ДАН СССР. 1983. Т. 273. № 4. С. 849–851.
- [8] Ramian G., Elias L., Kimel I. // Nucl. Instr. Meth. 1986. Vol. A250. N 1.2. P. 125–133.
- [9] Tatchyn R., Sconka P. // Appl. Phys. Lett. 1987. Vol. 50. N 7. P. 377–379.
- [10] Tatchyn R., Sconka P. // J. Phys. D. 1987. Vol. 20. N 3. P. 394–397.
- [11] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. 6-е изд. М.: Наука, 1973. 504 с.
- [12] Болотовский Б. М. // Тр. ФИАН СССР. 1982. Т. 140. С. 95–140.
- [13] Базылев В. А., Жеваго Н. К. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М.: Наука, 1987. 272 с.
- [14] Смоляков Н. В. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 3. С. 489–497.
- [15] Bossart R., Bossert J., Burnod L. et al. // Nucl. Instr. Meth. 1979. Vol. 164. N 2. P. 375–380.
- [16] Halbach K. // Nucl. Instr. Meth. 1981. Vol. 187. N 1. P. 109–117.
- [17] Курбатов П. А., Аричин С. А. Численный расчет электромагнитных полей. М.: Энергоатомиздат, 1984. 168 с.