при этом колебания потенциала в волне совершаются в симметричных пределах

$$\varphi\left(\xi_0 \mp \sqrt{G}\right) = \mp \frac{m}{e} \frac{\omega^2}{k^2} (\xi_0 - 1) \sqrt{G}.$$

Это связано с тем, что система, отличающаяся от (1) изменением знака заряда, должна описывать ту же физическую ситуацию, что и (1), другими словами, пучок позитронов должен вести себя так же, как и пучок электронов. Усреднение проводится по периоду невозмущенного решения с помощью формулы

$$\frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} \ldots d\theta = \frac{1}{\pi} \frac{\omega}{\omega_{p0}} \int\limits_{\xi_0 - \sqrt{G}}^{\xi_0 + \sqrt{G}} \ldots d\xi \frac{\xi - 1}{\sqrt{G - (\xi - \xi_0)^2}}.$$

После усреднения получаем систему уравнения (результат одинаков для быстрых и медленных ВПЗ)

$$\omega_z + k_t = 0,$$
$$(kv_0 - \omega)_t + v_0 (kv_0 - \omega)_z = 0,$$
$$\left[(kv_0 - \omega)\left(\frac{1}{2} G \frac{\omega^2}{k^2} + \frac{1}{2} v_0^2\right)\right]_t + v_0 \left[(kv_0 - \omega)\left(\frac{1}{2} G \frac{\omega^2}{k^2} + \frac{1}{2} v_0^2\right)\right]_z = 0. \qquad (4)$$

Второе уравнение (4) имеет смысл закона сохранения числа периодов возмущенной волны на периоде невозмущенной $N = \pm (kv_0 - \omega)/\omega_{p0}$, $N=1$ для невозмущенной волны [1]. Уравнения (4) можно записать в виде $\hat{A} f_t + \hat{B} f_z = 0$, где f — вектор-столбец с компонентами ω, k, G; $\hat{A}$ и $\hat{B}$ — матрицы 3×3, вид которых легко установить с помощью (4) (из-за громоздкости здесь не приводится). Для решений $f(z - ut)$ получаем уравнение для определения характеристической скорости u : $\det \| \hat{B} - u\hat{A} \| = 0$, которое имеет вид

$$\frac{1}{2} (v_0 - u)^3 \frac{\omega^2}{k^2} \omega_{p0} = 0. \qquad (5)$$

Решениями (5) являются $u_{1,\,2,\,3} = v_0$. Все три характеристические скорости совпадают с групповой скоростью быстрых и медленных ВПЗ. Из их вещественности следует вывод об устойчивости решения (2) [5]. Этот результат связан с тем, что амплитуда не входит в 1-е и 2-е уравнения (4), т. е. с независимостью частоты нелинейных ВПЗ от амплитуды [1].

Автор благодарит Д. И. Трубецкова и участников руководимого им семинара за обсуждения.

Список литературы

[1] *Басс Ф. Г., Конотоп В. В., Притула Г. М.* // РиЭ. 1988. Т. 33. № 2. С. 305.
[2] *Островский Л. А.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 27. № 4. С. 454.
[3] *Зайко Ю. Н.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. № 12. С. 2429.
[4] *Бхатнагар П.* Нелинейные волны в одномерных дисперсных системах. М.: Мир, 1983. 136 с.
[5] *Скотт Э.* Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. М.: Сов. радио, 1977. 368 с.

09; 10 *Журнал технической физики, т. 59, в. 12, 1989*

КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ЧЕРЕНКОВСКОГО КЛИСТРОНА В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ С УЧЕТОМ УГЛОВОГО И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСОВ ПУЧКА ЭЛЕКТРОНОВ

С. Г. Оганесян, Н. А. Саргсян

Коэффициент усиления в лазере на свободных электронах определяется током, осциллирующим на частоте усиливаемой волны. Одна из возможностей увеличения амплитуды тока, а следовательно, и коэффициента усиления связана с системами клистронного типа [1, 2]. Коэффициент усиления черенковского клистрона, как и коэффициент усиления черенковского лазера [3], сильно зависит от углового разброса электронов. В работе [2] рассмотрена возможность устранения этой зависимости с помощью постоянного магнитного поля, приложенного перпендикулярно к траектории частиц в пространстве их дрейфа.

В настоящей работе показано, что коэффициент усиления черенковского клистрона можно значительно увеличить с помощью постоянного магнитного поля, направленного параллельно центральной оси пучка электронов вдоль всей траектории частиц.

Пусть монохроматическая линейно поляризованная волна

$$A_x(\mathbf{r},\ t)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} A(\mathbf{q})\, q_z\delta\left[\left(\frac{\omega}{c}\,n\right)^2-\mathbf{q}^2\right]\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}-i\omega t)\,d\mathbf{q}+\text{к. с.},$$

$$A_y(\mathbf{r},\ t)=0;\quad A_z(\mathbf{r},\ t)\simeq 0;$$

$$A(\mathbf{q})=-i\,\frac{\sqrt{\pi}}{2}\,A_0 d\exp\left(-\frac{1}{4}\,q_x^2 d^2\right) \tag{1}$$

распространяется в диэлектрической среде с показателем преломления n вдоль оси z. Здесь $\omega=(2\pi c)/\lambda$ — частота электромагнитной волны, λ — ее длина волны в вакууме, а $\mathbf{q}$ — волновой вектор Фурье-компоненты поля. Фурье-образ векторного потенциала выбран таким образом, чтобы в плоскости $z=0$ пучок света имел гауссовскую огибающую с шириной $2d$ вдоль оси x, вдоль осей y и z размеры поля неограниченны. Для простоты предполагается, что дифракционная расходимость электромагнитной волны мала $\lambda/d \ll 1$ и проекцией векторного потенциала на ось z можно пренебречь $A_z(\mathbf{r}, t)\approx 0$. Направим постоянное магнитное поле H_0 и пучок электронов, имеющий гауссовский разброс по импульсам

$$f(\mathbf{p}')=\left(\frac{4\ln 2}{\pi}\right)^{3/2}\frac{1}{\Delta_\perp^2\Delta_\parallel}\exp\left\{-4\ln 2\left[\frac{p_{x'}^2+p_{y'}^2}{\Delta_\perp^2}+\frac{(p_{z'}-p_0)^2}{\Delta_\parallel^2}\right]\right\}, \tag{2}$$

вдоль оси z' под углом θ к оси z (штрихами обозначена система координат $x'y'z'$, ось y' которой совпадает с осью y лабораторной системы). Двигаясь в постоянном магнитном поле и пересекая пучок света, электроны излучают и поглощают фотоны. Вычислим осциллирующую часть x-проекции тока пучка частиц после взаимодействия со светом ($x \ll d$), точно учитывая постоянное магнитное поле и в первом приближении модулирующую волну,

$$\Delta j_x=-ie^2\rho\omega\sin^2\theta\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{q_{1z}}{q_{x'}}\,A(\mathbf{q}_1)\,J_0^2\left(\frac{q_{x'}p'_\perp}{m\Omega}\right)\frac{\partial f}{\partial p_{z'}}\,e^{i\mathbf{q}_1\mathbf{r}-i\omega t}d\mathbf{p}'+\text{к. с.} \tag{3}$$

Здесь ρ — плотность начального пучка электронов, e и m — заряд и масса электрона, $J_0(a)$ — функция Бесселя нулевого порядка, $\Omega=(eH_0)/(mc)$ — ларморова частота, $p'_\perp = \sqrt{p_{x'}^2+p_{y'}^2}$,

$$q_{1x}=\frac{\omega}{v_{z'}}\left(\sin\theta-\sqrt{(n\beta_{z'})^2-1}\cos\theta\right),$$

$$q_{1z}=\frac{\omega}{v_{z'}}\left(\cos\theta+\sqrt{(n\beta_{z'})^2-1}\sin\theta\right),$$

$$q_{x'}=\frac{\omega}{v_{z'}}\sqrt{(n\beta_{z'})^2-1}, \tag{4}$$

а $\beta_{z'}=v_{z'}/c=c\,(p_{z'}/\varepsilon)$.

В выражении (3) учтены только слагаемые, ответственные за вынужденный черенковский эффект

$$\omega-q_{z'}v_{z'}=0. \tag{5}$$

Это приближение справедливо в случае, когда постоянное магнитное поле

$$H_0>\frac{\omega mc}{|e|}\,\frac{mc^2}{\varepsilon_0}\,\frac{\Delta_\parallel}{p_0}\,\beta_0^2. \tag{6}$$

С помощью тока (3) можно усилить электромагнитное излучение (1). Для этого направим его вновь на пучок электронов на расстоянии x_0 от оси z с помощью системы из двух зеркал

$$A_x(\mathbf{r},\ t)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}A(\mathbf{q},\ z)\,q_z\delta\left[\left(\frac{\omega}{c}\,n\right)^2-\mathbf{q}^2\right]\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}-i\omega t-iq_xx_0+i\Phi)\,d\mathbf{q}+\text{к. с.} \tag{7}$$

Здесь Φ — фаза, зависящая от расстояния между зеркалами. Определим коэффициент усиления черенковского клистрона из уравнения [4]

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\mathbf{JE} - \operatorname{div}\mathbf{P}, \tag{8}$$

где $w = (1/8\pi)(n\,|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2)$ и $\mathbf{P} = (c/4\pi)[\mathbf{EH}]$ + плотность энергии и плотность потока энергии электромагнитной волны (7).

Предположим, что амплитуда волны $A_0(z)$ медленно меняется с расстоянием z. Так как между током (3) и усиливаемой волной отсутствует обратная связь, то после прохождения отрезка $[0, z]$ усредненная по времени мощность электромагнитной волны $\bar{P}$ имеет вид

$$\bar{P} = P_0\left(1 + \frac{1}{2}\Gamma z\right)^2, \tag{9}$$

где величина

$$\Gamma = -\mathrm{Re}\,\frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \int\limits_{-l/2}^{l/2} dy\,\mathbf{JE}(z)}{\sqrt{\bar{P}P_0}}, \tag{10}$$

l — произвольная ширина вдоль оси y, $P_0 = c/\left(8\sqrt{2\pi}\right)(\omega/c)^2\,|A_0|^2\,ndl$ — поток энергии поля (7).

Подставляя (3) и (7) в (10), получаем

$$\Gamma = 16\pi\sqrt{2\pi\ln 2}\;pr_0 d\,\frac{x_0}{L}\,\frac{\sin\theta}{n}\,\frac{mc}{\Delta_\parallel}\sin\Phi I_0(R)\,e^{-R-(x_0/L)^2}, \tag{11}$$

где $r_0 = e^2/mc^2$ — классический радиус электрона, $I_0(R)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка

$$L = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\pi}\lambda\,\frac{p_0}{\Delta_\parallel}\left(\frac{\varepsilon_0}{mc^2}\right)^2\beta_0\sin\theta,$$
$$R = \frac{1}{8\ln 2}\left(\frac{\omega}{\Omega}\,\frac{\Delta_\perp}{mc}\,n\sin\theta\right)^2, \tag{12}$$

ε_0 — средняя энергия пучка электронов.

Средняя скорость электронов v_0 ($\beta_0 = v_0/c$) удовлетворяет уравнению

$$1 - n\beta_0\cos\theta = 0. \tag{13}$$

При расчетах принималось, что ширина лазерного пучка

$$d \ll \frac{\sqrt{2\ln 2}}{\pi\beta_0}\lambda\left(\frac{p_0}{mc}\right)^2\frac{p_0}{\Delta_\parallel}\sin\theta. \tag{14}$$

Если $\Gamma z \ll 1$, то $\bar{P} = P_0(1 + \Gamma z)$ и усиление носит линейный характер с коэффициентом усиления (11).

Коэффициент усиления максимален, если $x_0 = L/\sqrt{2}$, постоянное магнитное поле

$$H_0 \gg 0.4\,\frac{\Delta_\perp\omega}{|e|}\,n\sin\theta, \tag{15}$$

фаза $\Phi = \pi/2$,

$$\frac{mc^2}{\varepsilon_0} = \beta_0\sin\theta = \sqrt{\frac{n^2-1}{2n^2}}:$$
$$\Gamma = 22.5\rho r_0 d\,\frac{p_0}{\Delta_\parallel}\,\frac{n^2-1}{n^3\beta_0^2}. \tag{16}$$

Выражения (11), (16) справедливы при условии

$$x_0 \ll \frac{4\ln 2}{\pi\beta_0}\lambda\left(\frac{p_0}{\Delta_\perp}\right)^2\sin\theta. \tag{17}$$

Учитывая, что $x_0 = L/\sqrt{2}$, получаем условие на среднюю энергию пучка частиц

$$\varepsilon_0 \ll \sqrt[4]{8\ln 2}\,\frac{mc^2}{\beta_0}\sqrt{\frac{p_0}{\Delta_\perp}\,\frac{\Delta_\parallel}{\Delta_\perp}}. \tag{18}$$

Расчеты показывают, что в приближениях, использованных в работе и при условии (13), модуляция пучка электронов происходит без затрат энергии электромагнитной волны (1).

Полагая, что показатель преломления газовой среды $n=1.00017$, ток пучка частиц $I=438$ А/см^2, $\varepsilon_0=12$ МэВ, $\Delta_\parallel/P_0=\Delta_\perp/P_0=2\cdot10^{-4}$, $d=0.1$ см, $\theta=4.2\cdot10^{-2}$ рад и $H_0\gg13$ кГс, получаем, что коэффициент усиления $\Gamma=0.1$ см$^{-1}$ на длине волны 1.06 мкм. При этих же параметрах коэффициент усиления черенковского лазера [3] $8.8\cdot10^{-3}$ см$^{-1}$. Сравним также полученные численные результаты с оценками работы [2]. Учитывая, что усиление прямо пропорционально току пучка электронов, получаем, что при $I=438$ А/см^2 коэффициент усиления работы [2] порядка 10^{-3} см$^{-1}$.

Авторы благодарят профессора В. М. Арутюняна за обсуждение результатов работы.

Список литературы

[1] *Artamonov A. S., Vinokurov N. A., Voblyi P. D.* et al. Nucl. Instr. Meth. 1980. Vol. 177. P. 247—252.
[2] *Danny Y. W., Fauchet A.-M., Plestrup M. A., Pantell R. H.* // IEEE J. Quant. Electr. 1983. Vol. QE-19. N 3. P. 389—390.
[3] *Арутюнян В. М., Оганесян С. Г.* // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. Вып. 9. С. 539—541.
[4] *Джексон Д.* Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965.

Поступило в Редакцию
18 ноября 1987 г.

---

10 *Журнал технической физики, т. 59, в. 12, 1989*

ОБ УПРАВЛЕНИИ ПРОДОЛЬНОЙ ПОДВИЖНОСТЬЮ ЭЛЕКТРОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В ОНДУЛЯТОРАХ

Я. С. Дербенев

Зависимость скорости поступательного движения электрона в ондуляторе от его энергии $v(\mathscr{E})$ является одной из основных характеристик, определяющих эффективность генерации когерентного микроволнового излучения пучком электронов. С величиной $\partial v/\partial\mathscr{E}$ связаны такие параметры процесса, как порог генерации, длина усиления, электронный КПД.

Для оптимизации процесса генерации существенной является возможность управления продольной подвижностью электронов. В работе [1] было показано, что погружение ондулятора в продольное магнитное поле позволяет регулировать $\partial v/\partial\mathscr{E}$ в большом диапазоне значений как в сторону увеличения, так и уменьшения, включая также изменение знака; все эти свойства могут находить употребление в генерации излучения и других задачах. В данном сообщении обращается внимание на другие способы, которые могут представлять интерес при работе с электронными пучками высоких энергий (десятки, сотни мегаэлектрон-вольт и более). Они основаны на введении в ондулятор дополнительных периодических магнитных полей в совокупности с полями, осуществляющими фокусировку пучка.

Эффективное управление продольной массой при введении соленоида осуществляется в районе резонанса

$$|\lambda_L-\lambda_0|\lesssim\lambda_0, \tag{1}$$

где λ_0 — период ондулятора, λ_L — период ларморовской спирали электрона в продольном поле B_s

$$\lambda_L=\mathscr{E}v/eB_s$$

(e — заряд электрона, скорость света полагаем равной единице).

При фиксированном λ_0 с увеличением энергии электронов требуемая по условию (1) величина B_s становится неприемлемо большой. Выходом из затруднения может стать введение, кроме соленоидального поля, длиннопериодического ондуляторного поля B_d с периодом $\lambda_d\sim\lambda_L\gg\lambda_0$, не несущего функции генерации излучения. Наконец, при еще более высоких энергиях целесообразно использовать вместо соленоида квадрупольные магниты, обеспечивающие более жесткую фокусировку пучка, что позволяет сократить период λ_d. При ха-