что аналогичный эффект вследствие „самолегирования" селенида цинка за счет собственных точечных дефектов (например, междоузельных атомов цинка, который образует донорные уровни) наблюдается и в кристаллах селенида цинка, выращенных под давлением паров цинка.

Литература

[1] Богданкевич О.В., Зверев М.М., Костин Н.Н., Копыт С.П., Красавина Е.М., Крюкова И.В., Матвеенко Е.В., Певцов В.Ф., Ущахин В.А., Якушин В.К. - Квантовая электроника, 1985, т. 12, № 7, с. 1517-1519.

[2] Ахекян А.М., Козловский В.И., Коростелин Ю.В., Насибов А.С., Попов Ю.М., Шапкин П.В. - Квантовая электроника, 1985, т. 12, № 5, с. 1113-1115.

[3] Aven M., Woodbury H.H. - Appl. Phys. Lett., 1962, v. 1, N 3, p. 53-54.

[4] Крюкова И.В., Купряшина Е.С., Прокофьева С.П. - Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 9, с. 525-531.

[5] Крюкова И.В., Прокофьева С.П. - ЖТФ, 1982, т. 52, № 10, с. 2097-2099.

Поступило в Редакцию
16 июля 1987 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 2 26 января 1988 г.

ЗАКОН ПРЕЛОМЛЕНИЯ ГЕОМЕТРООПТИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ В ТРЕХМЕРНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

А.В. Прокопов

При анализе распространения волн в неоднородных средах в ряде случаев используются законы преломления - соотношения, которые представляют собой первые интегралы лучевых уравнений геометрической оптики (ГО) и позволяют проследить за ходом лучей в неоднородной среде [1-3]. Однако эти законы (называемые иногда законами преломления Снеллиуса [3]) известны лишь для частных случаев плоскослоистой и сферически-слоистой сред, что существенно ограничивает возможности их эффективного практического применения.

В связи с этим в настоящей работе предпринята попытка обобщения законов преломления на случай произвольных (трехмерно-неоднородных) сред, в частности земной атмосферы. При этом используется метод, предложенный в [4] и базирующийся на переходе от известной дифференциальной формы лучевых уравнений [1] к уравнениям для усредненных вдоль лучей величин.

Рассмотрим траекторию луча, выходящего из точки $\vec{r} = 0$ (начало координат совмещено с точкой выхода луча) и попадающего в точку $\vec{r} = \vec{r}_L$ в слабо неоднородной среде с показателем преломления $n(\vec{r})$. С помощью лучевых уравнений ГО [1] установим связь между векторами касательной $\vec{l} = d\vec{r}/d\sigma$ к лучу в концевых точках его траектории в виде

$$n_L \vec{l}_L - n_o \vec{l}_o = \int_0^{\sigma_L} \nabla n \, d\sigma, \tag{1}$$

где $n_o = n(0)$, $n_L = n(\vec{r}_L)$, $\vec{l}_o = \vec{l}(0)$, $\vec{l}_L = \vec{l}(\vec{r}_L)$, $\nabla n = grad\, n(\vec{r})$, $\sigma_L = \sigma(\vec{r}_L)$, σ – лучевая координата.

Введем соотношения для усредненного вдоль лучевой траектории показателя преломления среды распространения

$$\bar{n} = \mathcal{L}^{-1} \cdot \int_0^{\sigma_L} n(\vec{r}(\sigma)) d\sigma \tag{2}$$

и для вектора, соединяющего точки, через которые проходит лучевая траектория

$$\vec{r}_L = \int_0^{\sigma_L} \vec{l}(\sigma) d\sigma, \tag{3}$$

где $\mathcal{L} = \int_0^{\sigma_L} d\sigma$ – длина траектории луча.

Используя разложение Эйлера-Маклорена [5], представим интегралы (1)-(3) в виде

$$n = \frac{n_o + n_L}{2} - \frac{\mathcal{L}}{12}(n_L^I - n_o^I), \tag{4}$$

$$\vec{r}_L = \frac{\mathcal{L}}{2}(\vec{l}_o + \vec{l}_L) - \frac{\mathcal{L}}{12}(\vec{l}_L^I - \vec{l}_o^I), \tag{5}$$

$$n_L \vec{l}_L - n_o \vec{l}_o = \frac{\mathcal{L}}{12}(\nabla n_o + \nabla n_L), \tag{6}$$

где $n^I = \dfrac{dn}{d\sigma} \equiv (\vec{l}\,\nabla n)$, $\vec{l}^I = \dfrac{d\vec{l}}{d\sigma}$, а в правых частях соотношений (4)-(6) отброшены малые слагаемые, не превышающие $|\nabla n|^4 \cdot \mathcal{L}^4 \ll 1$.

Подставляя вытекающую из лучевых уравнений [1] зависимость $\nabla n = n^I \vec{l} + n \vec{l}^I$ в (6) и умножая скалярно каждое из соотношений (5), (6) поочередно на $\vec{l}_o$ и $\vec{l}_L$, с учетом условия $(\vec{l}\,\vec{l}^I) = 0$ [1] из уравнений (4)-(6) получим систему пяти скалярных уравнений, которая после исключения параметров n_o^I, n_L^I, $(\vec{l}_o^I \vec{l}_L)$, $(\vec{l}_L^I \vec{l}_o)$ сводится к соотношению

$$\begin{aligned}(\vec{r}_L \vec{l}_L) n_o + (\vec{r}_L \vec{l}_o) n_L = \frac{\mathcal{L}}{6}(n_o + n_L) + \\ + \frac{5}{6}\mathcal{L} \cdot (n_o + n_L) \cdot (\vec{l}_o \vec{l}_L) + \bar{n} \cdot \mathcal{L} \cdot [1 - (\vec{l}_o \vec{l}_L)],\end{aligned} \tag{7}$$

обобщающему интегральное представление лучевых уравнений ГО плоскослоистой среды [4] на случай среды с произвольной, достаточно слабой неоднородностью.

Соотношение (7) описывает изменение направления распространения луча между точками $\vec{r} = 0$ и $\vec{r}=\vec{r}_L$ и имеет смысл закона преломления трехмерно-неоднородной среды. В отличие от известных законов преломления [3] соотношение (7) не только устанавливает связь между значениями показателя преломления и углами, характеризующими изменение направления луча (эти углы входят в скалярные произведения $(\vec{l}_o \vec{r}_L)$, $(\vec{l}_L \vec{r}_L)$, $(\vec{l}_o \vec{l}_L)$), но и содержит зависимости от расстояния между концевыми точками траектории $L=|\vec{r}_L|$ и от усредненных вдоль траектории величин $\bar{n}$, $\mathcal{L}$.

В предельном случае однородной среды ($n_o = n_L = \bar{n}$) рефракция отсутствует $((\vec{r}_L \vec{l}_L) = (\vec{r}_L \vec{l}_o) = L$, $(\vec{l}_o \vec{l}_L) = 1)$; из закона преломления (7) получаем $\mathcal{L} = L$ - этого и следовало ожидать, поскольку траектория луча в данном случае оказывается прямой линией, соединяющей точки $\vec{r} = 0$ и $\vec{r} = \vec{r}_L$.

С целью иллюстрации практического значения закона преломления (7) отметим, что он является основой для строгого теоретического обоснования ряда новых методов отыскания атмосферных поправок при измерениях расстояний с помощью электромагнитных волн. В частности, соотношение (7), как и интегральное представление [4], позволяет найти рефракционную поправку $\delta L = \mathcal{L} - L$, определяющую отличие искомого расстояния L от величины $\mathcal{L}$, получаемой в результате измерений.

Пренебрегая кручением луча и вводя углы рефракции α_o, α_L в концевых точках с помощью соотношений $(\vec{l}_o \vec{r}_L) = L\cos\alpha_o$, $(\vec{l}_L \vec{r}_L) = L\cos\alpha_L$, где $\alpha_o \equiv \widehat{\vec{r}_L \vec{l}_o}$, $\alpha_L \equiv \widehat{\vec{r}_L \vec{l}_L}$ (в этом случае $(\vec{l}_o \vec{l}_L) = \cos(\alpha_o + \alpha_L)$), из уравнения (7) получаем формулу для рефракционной поправки:

$$\delta L = \mathcal{L}\left\{ \frac{(n_o + n_L)[1+5\cos(\alpha_o+\alpha_L)] + 6\bar{n}[1-\cos(\alpha_o+\alpha_L)]}{6[n_o\cos\alpha_L + n_L\cos\alpha_o]} - 1 \right\}. \quad (8)$$

Формула (8) отличается от известных соотношений для расчета рефракционной поправки [2] тем, что она не содержит в явном виде операцию интегрирования и зависимость от профиля показателя преломления воздуха - все это входит в углы рефракции α_o, α_L и в усредненные вдоль лучей параметры $\bar{n}$, $\mathcal{L}$, которые можно непосредственно экспериментально определить используемыми в геодезии методами [6].

Отсюда следует, что в отличие от традиционного расчетного подхода [2], отыскание рефракционной поправки по формуле (8), вытекающей из закона преломления трехмерно-неоднородной среды (7), не требует получения истинного пространственного распределения показателя преломления воздуха на исследуемой трассе, что значительно упрощает эксперимент, и не нуждается в использовании априорных стандартных моделей атмосферы (модельных зависимостей $n(\vec{r})$), что повышает достоверность результатов измерений. Область применимости соотношения (8) существенно шире области применимости формулы рефракционной поправки работы [4], поскольку результаты, полученные в [4] для частного случая плоско-слоистой среды, обобщены в настоящей статье на общий случай среды с произвольной неоднородностью.

Литература

[1] Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.

[2] Кравцов Ю.А., Фейзулин З.И., Виноградов А.Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. М.: Радио и связь, 1983. 224 с.

[3] Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.

[4] Прокопов А.В. - Письма в ЖТФ, 1985, т. 11, в. 24, с. 1526-1529.

[5] Березин И.С., Жидков М.П. Методы вычислений, ч. 1. М.: Наука, 1966. 632 с.

[6] Прилепин М.Т., Голубев А.Н. Инструментальные методы геодезической рефрактометрии. - Итоги науки и техники. Серия Геодезия и аэросъемка. М.: ВИНИТИ, 1979. 91 с.

Поступило в Редакцию
22 сентября 1987 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 2 26 января 1988 г.

АНОМАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА В ПУЧКОВО-ПЛАЗМЕННОМ РАЗРЯДЕ

А.Н. Кондратенко, Е.И. Луценко, В.П. Олефир, Ю.В. Сидоренко

Пучково-плазменный разряд (ППР) является одним из распространенных видов разряда [1] и часто используется при исследованиях коллективного взаимодействия пучков заряженных частиц с плазмой. В таких случаях обычно реализуется пучковые неустойчивости, основанные на эффекте Черенкова и аномальном эффекте Доплера. Существенными при этом являются ширина и состав спектра возбуждаемых колебаний. Эксперименты, проведенные на различных установках, показывают, что характер спектра может быть разнообразным и является следствием целого ряда причин: независимого возбуждения волн, принадлежащих различным ветвям дисперсионной характеристики [2], их нелинейным взаимодействиям [3], нестационарностью параметров ППР. При работе в режиме самовозбуждения