

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ
И ДЕБАЕВСКОЕ ЭКРАНИРОВАНИЕ
В КУЛОНОВСКОМ ГАЗЕ С МАЛЫМ ЧИСЛОМ ЧАСТИЦ
В ДЕБАЕВСКОЙ СФЕРЕ

С.А. Майоров, А.Н. Ткачев,
С.И. Яковленко

1. Хотя эффектам неидеальности плазмы посвящена обширная литература (см. ссылки в [1-4]), пока нет единой точки зрения по многим вопросам (в частности, даже и на сам критерий идеальности). Например, в плазме многозарядных ионов имеется дополнительно большой безразмерный параметр — средняя кратность ионизации, что приводит к сильному различию критериев по ион-ионному и электрон-ионному взаимодействиям [5]. Даже в плазме, содержащей ионы с одинаковым по абсолютной величине зарядом, не всегда ясно, что считать условием идеальности: требование малости средней энергии кулоновского взаимодействия по сравнению со средней кинетической энергией или требование большого числа частиц в дебаевской сфере. Дело в том, что эти требования приводят к критериям, хотя и совпадающим „буквенно“, но сильно отличающимся числовым множителем: В частности, ограничения на плотность плазмы по этим критериям отличаются примерно в тысячу раз. Наконец, область применимости понятия дебаевского экранирования обычно указывается неверно. А именно, во-первых, считается, что в дебаевской сфере должно быть в среднем много частиц. Во-вторых, часто упускают из вида, что дебаевский потенциал является результатом усреднения по большому промежутку времени и его нельзя использовать для нахождения спектра связанных электронов.

В данной работе свойства неидеальной плазмы анализируются методом динамики многих частиц (его часто называют методом молекулярной динамики [6]).

2. Рассматривалась система уравнений Ньютона

$$\ddot{\vec{r}}_k = q_k \vec{F}_k / m_k, \quad \vec{F}_k = \sum_{l \neq k}^{2n} \vec{f}_{kl}, \quad k = 1, 2, \dots, 2n \quad (1)$$

$$\vec{f}_{kl} = \begin{cases} \frac{q_k q_l (\vec{r}_k - \vec{r}_l)}{|\vec{r}_k - \vec{r}_l|^3}, & |\vec{r}_k - \vec{r}_l| \geq r_0 \\ \frac{q_k q_l (\vec{r}_k - \vec{r}_l)}{r_0^2 |\vec{r}_k - \vec{r}_l|}, & |\vec{r}_k - \vec{r}_l| < r_0 \end{cases}$$

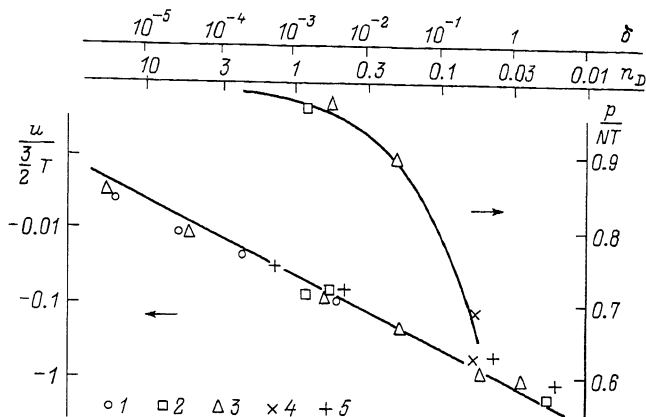


Рис. 1. Зависимость средней потенциальной энергии частицы u и давления P от параметра идеальности δ и числа частиц в дебаевской сфере $n_D = \frac{1}{12\sqrt{2\pi}\delta} \cong 0.033/\sqrt{\delta}$. Сплошными кривыми даны значения, определяемые теорией Дебая-Хюккеля $2u/3T = -2\sqrt{\pi}\delta/3$; $P/NT = 1 - \sqrt{\pi}\delta/3$. Расчетные точки получены при следующих плотностях плазмы: 1 - $N = 10^{13}$ см $^{-3}$; 2 - 10^{15} ; 3 - 10^{18} ; 4 - 10^{20} . 5 - данные расчетов по методу Монте-Карло для однокомпонентной плазмы [3].

для n отрицательно и n^0 положительно заряженных частиц, заключенных в куб с упруго отражающими стенками. Здесь \vec{r}_k - радиус-вектор k -й частицы, m_k - ее масса, q_k - заряд. В использованных ниже расчетах обычно полагалось: $n = 27$; $|q_k| = e$, где e - заряд электрона; $m_k = m$, где m - масса протона. Длина ребра куба a выбиралась такой, чтобы обеспечить нужную плотность плазмы $N = n/a^3$. Параметр r_0 выбирался таким, чтобы, с одной стороны, результаты не зависели от его величины, с другой стороны - не возникала необходимость сильно дробить шаг по времени (обычно полагалось) $r_0 = 0.05 N^{-1/3}$.

Система уравнений (1) решалась численно с использованием явной схемы второго порядка точности, аналогичной использовавшейся в работе [7]. Начальные значения задавались с помощью генератора псевдослучайных чисел: координаты и направления частиц - случайными; энергии - в соответствии с максвелловским распределением. Производилась нормировка кинетической энергии $K = \sum_{k=1}^{2n} \frac{m}{2} \dot{r}_k^2$ так, чтобы в начальный момент времени было $K = 3nT$, и коррекция кинетической энергии так, чтобы сумма потенциальной и кинетической энергии в процессе счета сохранялась. Эволюция системы многих частиц прослеживалась на таких интервалах времени t , когда рекомбинационные процессы еще несущественны:

$$t \ll \tau_{\text{рек}} \approx \frac{9}{4\pi\sqrt{2\pi}} \frac{\sqrt{m} T^{9/2}}{e^{10} N^2} \approx 0.5 \cdot 10^{23} T^{9/2} N^{-2} c$$

(см., например, [5, с. 43]). При этом, как показал анализ траекторий частиц, связанные состояния не успевают образовываться. В ходе расчетов контролировалось также совпадение закона распределения частиц по кинетической энергии с максвелловским распределением.

3. Из термодинамических величин рассчитывались средняя по времени потенциальная энергия на частицу u и давление p . Сила давления на каждую грань куба определялась как средний импульс, полученный этой гранью в единицу времени за счет упругого отражения частиц. Затем проводилось усреднение по всем шести граням. Расчет давления требовал существенно больше времени, чем расчет потенциальной энергии. Разброс значений u и p , получаемых в серии расчетов ($2n = 54$), различающихся лишь начальными условиями, не превышал 30%. Для выявления возможной зависимости результатов от n в одной точке по $\delta (n_D = 1)$ было проведено сравнение результаты расчетов, различающихся лишь используемым при моделировании числом частиц (27 и 256); малость различий, полученных при таком сравнении ($< 30\%$), объясняется, по-видимому, тем, что $n \gg n_D$.

Анализ результатов (см. рис. 1) показывает, что в широком диапазоне параметров плазмы средняя потенциальная энергия и давление хорошо описываются известной теорией Дебая-Хюккеля, так что отклонение от идеальности характеризуется отношением $e^6 N / T^3 = \delta$. Видно, что эта теория дает верные результаты, когда в дебаевской сфере в среднем много меньше одной частицы $n_D = (4/3)\pi r_D^3 N \approx 6.1 \cdot 10^8 \cdot T^{3/2} N^{-1/2} \ll 1$ ($r_D \approx 525 \sqrt{T/N}$, T - в эВ, N - в см^{-3}). Результаты для потенциальной энергии удовлетворительно согласуются также с существующими теориями и численными расчетами для однокомпонентной плазмы (ионы на однородном нейтрализующем фоне [3]). По-видимому, для того, чтобы введение дебаевского радиуса было статистически обоснованным, вовсе не обязательно выполнение широко принятого условия $n_D \gg 1$. Необходимо лишь достаточно большая длительность исследуемого процесса t .

4. Последнее соображение было проверено прямым численным расчетом. Одна из рассматриваемых $2n$ частиц помещалась в центр куба и была неподвижна. Вычислялись усредненные по времени и направлению значения потенциала

$$\varphi(\vec{r}, t) = (1/6t) \sum_{i=1}^6 \int_0^t \varphi(\vec{r}_i, t') dt'; \quad \varphi(\vec{r}, t) = \sum_{k=1}^{2n} \frac{q_k}{|\vec{r} - \vec{r}_k(t)|} \quad (2)$$

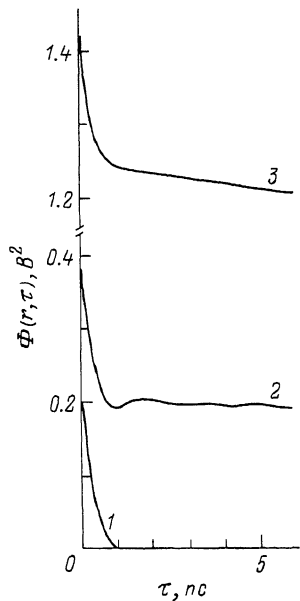
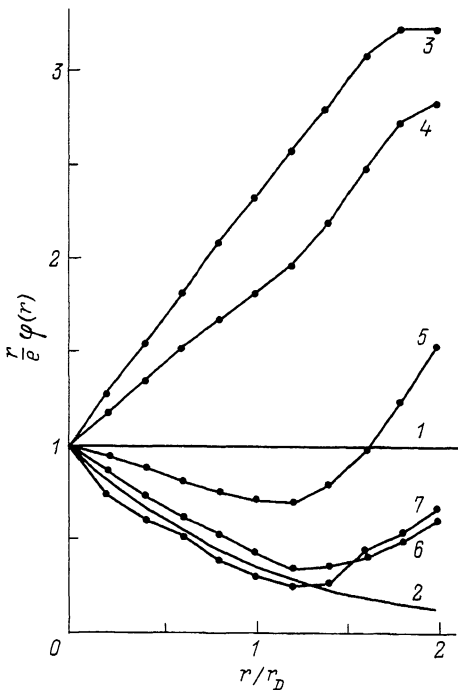


Рис. 2. Средний по времени потенциал электрического поля, создаваемого вблизи неподвижного кулоновского центра всеми частицами, включая неподвижную. 1 и 2 - кулоновский и дебаевский (5) потенциалы, 3 - время усреднения $t = 0.25\tau_D$ ($\tau_D = 8$ нс), 4 - 0.5, 5 - 1.25, 6 - 2.5, 7 - 5. $2n = 250$, $n_D \approx 0.6$.

Рис. 3. Временная корреляционная функция микропотенциала на различных расстояниях от неподвижного кулоновского центра. Параметры плазмы $T = 1$ эВ, $N = 10^{18}$ см $^{-3}$ ($n_D \approx 0.6$). 1 - без неподвижного кулоновского центра, 2 - расстояние до неподвижного кулоновского центра (в единицах радиуса Дебая) $r/r_D = 0.2$, 3 - 0.4.

Здесь \vec{r}_i - радиус-вектор точки, принадлежащей i -му лучу: r - расстояние до центра. Рассматривались точки на 6 лучах, каждый из которых направлен перпендикулярно соответствующей грани куба.

Как видно из рис. 2, величина (2) совпадает при больших временах усреднения с дебаевским потенциалом даже тогда, когда в дебаевской сфере в среднем существенно менее одной частицы. В то же время при усреднении по малым промежуткам времени

распределение потенциала по лучу имеет существенно недебаевский вид.

Для выявления связи времени установления дебаевского экранирования с параметрами плазмы были вычислены автокорреляционные функции микропотенциала

$$\Phi(r, \tau) = (1/\tau) \int_0^{\tau} \varphi(\vec{r}, t') \varphi(\vec{r}, t' + \tau) dt' \quad (3)$$

при наличии и в отсутствие в центре куба неподвижного заряда (рис. 3). Анализ зависимости времени полураспада корреляций

$\tau_{0.5}$ от параметров плазмы показал, что $\tau_{0.5} \sim \frac{N^{-1/3}}{\sqrt{T}}$ и время уста-

новления экранирования связано со временем пролета среднего межчастичного расстояния. Заметные отклонения от закона $\tau_{0.5} \sim \frac{N^{-1/3}}{\sqrt{T}}$

появляются лишь в области, где $n_D < 0.5$; в этой области ленгмюровское время приближается к времени пролета. Отметим, что время пролета межчастичного расстояния фигурировало ранее в теориях ионного микрополя [8].

5. Причины, по которым понятие дебаевского экранирования оказывается применимым при малом числе частиц в дебаевской сфере $n_D \ll 1$, можно пояснить следующим образом. Уравнение

$$\Delta \varphi(\vec{r}, t) - r_D^{-2} \varphi(\vec{r}, t) = 4\pi e \delta(\vec{r}) \quad (4)$$

(здесь $\delta(\vec{r})$ - дельта-функция) для самосогласованного потенциала $\varphi(\vec{r}, t)$ можно получить обычным способом, используя лишь условие малости потенциальной энергии на межчастичных расстояниях (т.е. при $\delta \ll 1$). Усредняя (4) по времени, приходим к известному результату, но для среднего по времени потенциала:

$$\varphi(r) = \lim_{t \rightarrow \infty} (1/t) \int_0^t \varphi(r, t') dt' = (e/r) \exp(-r/r_D). \quad (5)$$

При этом требование $n_D \gg 1$ (численно более жесткое, чем $\delta \ll 1$) оказывается излишним.

Тот факт, что дебаевская теория дает правильные значения термодинамических величин вплоть до $\sim T$ пока не имеет достаточного теоретического обоснования. Можно объяснить это тем, что теории, использующие понятие самосогласованного поля (методы Дебая-Хюккеля, Томаса-Ферми, Хартри-Фока), часто дают хорошие результаты в тех областях, где они формально не должны обеспечивать нужную точность.

Авторы благодарны А.М. Прохорову за обсуждение вопроса о временных характеристиках установления дебаевского потенциала и поддержку работы.

- [1] К уд р и н Л.П. Статистическая физика плазмы. М.: Атомиздат, 1974.
- [2] З а м а л и н В.М., Н о р м а н Г.Э., Ф и л и н о в В.С. Метод Монте-Карло в статистической термодинамике. М.: Наука, 1977.
- [3] I s h i m a r u S. - Rev. Mod. Phys., 1982, v. 54, N 4, p. 1017.
- [4] Ф о р т о в В.Е., Я к у б о в И.Т. Физика неидеальной плазмы. Черноголовка: ОИХФ АН СССР, 1984.
- [5] Д е р ж и е в В.И., Ж и д к о в А.Г., Я к о в л е н к о С.И. Излучение ионов в неравновесной плотной плазме. М.: Энергоатомиздат, 1986.
- [6] Л а г а р ь к о в А.И., С е р г е е в В.М. - уФН, 1978, т. 125, с. 409.
- [7] V e r l e t L. - Phys. Rev., 1967, v. 159, N 1, p. 98.
- [8] К о г а н В.И., С е л и д о в к и н А.Д. - Beitr. Plasma Phys., 1969, v. 9, p. 199; C h a n d r a - s e k h a r S., v o n N e u m a n n J., A s t r o p h y s. J., 1942, v. 95, p. 489; 1943, v. 97, p. 1.

Поступило в Редакцию

24 июня 1987 г.

В окончательной редакции

16 ноября 1987 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 4

26 февраля 1988 г.

ОСОБЕННОСТИ ПРОБОЯ ГАЗА НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ОДНОРОДНОМ ПОЛЕ

Н.Ю. К р о п о т о в, Ю.А. К а ч а н о в,
А.Г. Р е у к а, В.А. Л и с о в с к и й,
В.Д. Е р о р е н к о в, В.И. Ф а р е н и к

Исследованию пробоя газов низкого давления в высокочастотном электрическом поле между плоскопараллельными электродами посвящено много работ [1, 2, 3]. Однако применение в настоящей работе нестандартной экспериментальной методики позволило выявить некоторые особенности кривой зажигания, которые ранее не удавалось наблюдать ввиду их нахождения в узкой области давлений.

Эти особенности имеются как на левой, так и на правой ветвях кривой зажигания, причем на левой ветви наблюдается неоднозначная зависимость напряжения зажигания от давления, а на правой,