

In: Shock Waves and Shock Tubes. Proc. of the 15-th Intern. Symp. on Shock Waves and Shock Tubes. Ed. by D. Berchader, R. Hanson. Stanford University Press, Stanford, California, 1986, p. 163-169.

Институт высоких температур
АН СССР, Москва

Поступило в Редакцию
27 июля 1987 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 6 26 марта 1988 г.

О ТЕРМОФОРЕЗЕ НЕЛЕТУЧЕЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ КНУДСЕНА

Е.Г. М а я с о в, А.А. Ю ш к а н о в, Ю.И. Я л а м о в

Рассматривается сферическая частица радиуса R , обтекаемая неоднородным по температуре T потоком газа. Скорость газа \vec{u}_0 и градиент температуры $\vec{\nabla}T$ на большом расстоянии от частицы постоянны и малы, что позволяет провести решение задачи в линейной постановке. Поместим начало сферической системы координат r, θ, φ в центре частицы, полярную ось $\theta = 0$ направим вдоль векторов \vec{u}_0 и $\vec{\nabla}T$. Движение разреженного газа описывается стационарным кинетическим уравнением Больцмана [1-3]:

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} f = J(f), \quad (1)$$

где \vec{v} – молекулярная скорость, $f(\vec{r}, \vec{v})$ – функция распределения молекул газа, $J(f)$ – больцмановский интеграл столкновений. В качестве потенциала межмолекулярных взаимодействий выбирается модель молекул, взаимодействующих как упругие твердые сферы.

Линеаризованная функция распределения вдали от поверхности частицы представляется рядом Чепмена–Энскога [1]:

$$f = f_{eq}(1 + \psi_1 + \psi_2), \quad (2)$$

где f_{eq} – локально-равновесная функция распределения, ψ_1 – функция Чепмена–Энскога, ψ_2 – функция Барнетта [1].

Вблизи поверхности функция распределения разрывна:

$$f^\pm = f_{eq}(1 + \psi_1 + \psi_2 + \varphi^\pm),$$

где $f = f^+$ при $c_{2r} > 0$, $f = f^-$ при $c_{2r} < 0$. Поправка φ^\pm , учитывающая влияние поверхности частицы, ищется методом полупространственных моментов в виде

$$p^{\pm} = a_1^{\pm}(r, \theta) + a_2^{\pm}(r, \theta) S_{1/2}^{(1)}(c^2) + a_3^{\pm}(r, \theta) c_r S_{3/2}^{(1)}(c^2) + b_1^{\pm}(r, \theta) c_{\theta} + b_2^{\pm}(r, \theta) c_r c_{\theta},$$

где $\vec{c} = \left(\frac{m}{2kT}\right)^{1/2} \vec{v}$, m - масса молекулы газа, k - постоянная Больцмана, $S_{\nu}^{(1)}(c^2) = \nu + 1 - c^2$ - полиномы Сонина.

Подробности метода в целом, а также его применение к задаче о термофорезе изложены в работах [4-7]. Существенное отличие от [5-7] состоит в том, что в моментные уравнения входят моменты точного интеграла столкновений - интегральные скобки [1]:

$$[F(\vec{c}), C_T(\vec{c})] = \frac{\lambda n}{\pi} \int \exp(-c^2) F I(C_T) d\vec{c}.$$

Здесь $I(C_T)$ - линеаризованный оператор столкновений, n - концентрация молекул газа, λ - средняя длина свободного пробега, связанная с коэффициентом кинематической вязкости ν соотношением [2]:

$$\nu = \lambda \left(\frac{2kT}{\pi m}\right)^{1/2}.$$

Некоторые из интегральных скобок правильно подсчитаны в [8] и [9]. Ниже приводятся результаты точных вычислений, не отраженные в [9]. Здесь и далее все числовые значения рассчитаны для молекул-твердых сфер:

$$[\text{sign } c_r, \text{sign } c_r] = 2 - \sqrt{2}; \quad [\text{sign } c_r, S_{1/2}^{(1)} \text{sign } c_r] = \frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)$$

$$[c_r S_{3/2}^{(1)} \text{sign } c_r, c_r S_{3/2}^{(1)} \text{sign } c_r] = \frac{23}{24} - \frac{1}{8}\sqrt{2}$$

$$[S_{1/2}^{(1)} \text{sign } c_r, S_{1/2}^{(1)} \text{sign } c_r] = \frac{7}{4}\sqrt{2} - \frac{5}{8}; \quad \text{sign } c_r = \frac{c_r}{|c_r|}.$$

Следует отметить, что в [9] приведено ошибочное значение 0.31076 для скобки $[c_r \text{sign } c_r, c_r c^2 \text{sign } c_r]$; точное значение ее $\frac{3}{2} - \frac{17}{24}\sqrt{2}$.

Функции a_i^{\pm} достаточно найти в нулевом по числу Кнудсена $Kn = \frac{\lambda}{R}$ приближении, при этом:

$$a_i^{\pm} = A_i \alpha_i^{\pm} e^{-\alpha_i^{\pm}/\lambda} \cos \theta,$$

$$\alpha_1 = 1.395, \alpha_1^+ = -0.893, \alpha_1^- = -0.339, \alpha_2^+ = -1.579,$$

$$\alpha_2^- = -0.471, \alpha_3^+ = 1.210, \alpha_3^- = -0.210.$$

Функции b_i^\pm необходимо найти в линейном приближении по числу Кнудсена, при этом:

$$b_i^\pm = A_2 (\beta_i^\pm + \gamma_i^\pm Kn) e^{-(\beta + Kn) \frac{r}{\lambda}} \sin \theta + A_1 \delta_i^\pm e^{-\alpha \frac{r}{\lambda}} Kn \sin \theta,$$

$$\beta = 2.2015, \beta_1^+ = -0.901, \beta_1^- = -0.215,$$

$$\beta_2^+ = 0.887, \beta_2^- = -0.113, \gamma_1^+ = -0.614,$$

$$\gamma_1^- = 1.668, \gamma_2^+ = \gamma_2^- = 1.288, \delta_1^+ = 1.062,$$

$$\delta_1^- = 0.110, \delta_2^+ = -1.619, \delta_2^- = -0.0549.$$

Здесь A_1 и A_2 – константы интегрирования. Определение неизвестных констант проводится с использованием граничного условия на поверхности частицы в общем виде:

$$f^+ = \Omega f^- \quad (3)$$

где Ω – оператор, зависящий от характера взаимодействия молекул газа с поверхностью. Моментные граничные условия получаются умножением [3] последовательно на 1, $S_{1/2}^{(r)}$, $c_r S_{3/2}^{(r)}$, c_θ , c_φ , и интегрированием по полупространству $c_r > 0$. При этом система граничных условий расщепляется на две независимые подсистемы для функций a_i^\pm и b_i^\pm . Конкретные расчеты проводились с диффузнозеркальной моделью рассеяния на поверхности [2]. При этом для функций u_i^\pm в качестве параметра модели выбирался коэффициент аккомодации энергии α_E , а для функций b_i^\pm – коэффициент аккомодации тангенциального импульса α_t . Для скорости термофореза с точностью до линейных по числу Kn членов получено выражение

$$\begin{aligned} \bar{u}_T = \bar{u}_0 = & -2K_{TS}^{(0)} \sqrt{v} \ln T \left\{ \frac{\alpha_g}{\alpha_s} + Kn \left[c_t^+ \beta_r^+ + \beta_\theta^+ + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\alpha_g}{\alpha_s} (\beta_r^- - \beta_\theta^- - c_\theta) \right] \right\} \left\{ (1 + 2C_m Kn) \left(1 + 2 \frac{\alpha_g}{\alpha_s} \right) + \right. \\ & \left. + 2Kn (c_t - c_\theta \frac{\alpha_g}{\alpha_s}) \right\}^{-1}. \end{aligned}$$

Здесь α_g и α_s – коэффициенты теплопроводности газа и частицы соответственно. Физический смысл входящих сюда коэффициентов хорошо известен [5–7]. Ввиду громоздкости общих формул ограничимся линейными по $1 - \alpha_E$ и $1 - \alpha_t$ выражениями, т. к. в реальных системах α_E и α_t близки к единице.

Коэффициент теплового скольжения вдоль плоской поверхности:

$$K_{TS}^{(0)} = 1.152 - 3.508(1 - \alpha_t).$$

Поправка на кривизну поверхности к $K_{TS}^{(0)}$ первого порядка по K_n :

$$\beta_R' = -2.103 + 0.625(1 - \alpha_f).$$

Коэффициент барнеттовского скольжения:

$$\beta_B = -3.039 - 6.152(1 - \alpha_f).$$

Коэффициент изотермического скольжения:

$$C_m = 1.146 + 2.165(1 - \alpha_f).$$

Коэффициенты, характеризующие разрыв нормальных компонент

гидродинамических скорости и потока тепла на поверхности:

$$C_v = 0.760 - 0.432(1 - \alpha_f),$$

$$C_q = 0.351 - 0.307(1 - \alpha_f).$$

Коэффициент скачка температуры:

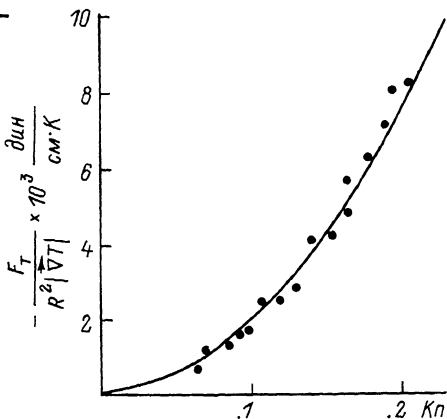
$$C_t = 2.208 + 4.141(1 - \alpha_f),$$

$$\beta_R = 0.627 + 0.736(1 - \alpha_f) - 0.729(1 - \alpha_f).$$

Для частиц высокой теплопроводности подтверждается возможность отрицательного термофореза:

$$\bar{u}_T = \tau \nu K_n \nabla \ln T,$$

где $\tau = 0.468$ при полностью диффузном отражении. В данном случае этот эффект выражен слабее, чем у других авторов. Например, для БГК-модели $\tau = 1.260$ [10, 11]; для эллипсоидальной модели $\tau = 0.892$ [11]. Зависимость термофоретической силы \bar{F}_T от числа Кнудсена для сильно теплопроводной частицы (система $NaCl-Ar$) хорошо ложится на экспериментальные точки работы [12] при $\alpha_f = 0.91$ и $\alpha_f = 1$ (см. рисунок).



Л и т е р а т у р а

- [1] Ферцигер Д., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976. 554 с.
- [2] Черчиньяни К. Теория и приложения уравнения Больцмана. М.: Мир, 1978. 495 с.
- [3] Чемпен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М.: ИЛ, 1960. 510 с.
- [4] Gross E.P., Iasckson E.A., Zie-ring S. - Ann. Phys., 1957, v. 1, N 2, p. 141-167.
- [5] Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. - ЖТФ, 1980, т. 50, № 1, с. 158-161.

- [6] Я л а м о в Ю.И., П о д д о с к и н А.Б., Ю ш к а н о в А.А. - Докл. АН СССР, 1980, т. 254, № 2, с. 343-346.
- [7] П о д д о с к и н А.Б., Ю ш к а н о в А.А., Я л а м о в Ю.И. - ЖТФ, 1982, т. 52, № 11, с. 2253-2256.
- [8] И в ч е н к о И.Н., Я л а м о в Ю.И. - Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 6, с. 139-143.
- [9] G r o s s E.P., Z i e r i n g S. - Phys. Fluids, 1959, v. 2, N 6, p. 701-712.
- [10] S o n e Y., A o k i K. - N.Y., AIAA, 1981, p. 489-503.
- [11] S o g a T. - Phys. Fluids, 1986, v. 29, N 4, p. 976-985.
- [12] I a c o b s e n S.M., B r o s k I.R. - I. Colloid Sci., 1965, v. 20, N 6, p. 544-554.

Арзамасский государственный
педагогический институт
им. А.П. Гайдара

Поступило в Редакцию
19 ноября 1987 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 6

26 марта 1988 г.

ПРОХОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ МЕНЯЮЩИЙСЯ ВО ВРЕМЕНИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР

В.С. К у з н е ц о в

При изучении туннельного эффекта обычно рассматривается прохождение частиц через статический потенциальный барьер [1-3]. Однако при движении частицы в области барьера возможно как возбуждение различных колебаний (электромагнитных [4], плазменных [5], колебаний кристаллической решетки [6, 7], хемосорбированных молекул [8] и др.), так и воздействие этих колебаний на частицу, проявляющееся в возникновении изломов или разрывов на кривых зависимости силы тока и ее производных от прикладываемой разности потенциалов в гетероструктурах при очень низких температурах [9, 10]. Теоретически в разных приближениях задача исследовалась рядом авторов [11-14]. Было обнаружено большое влияние осцилляций барьера на прохождение частиц.

В данной работе на основании строгого квантомеханического расчета рассматривается установившийся процесс прохождения и отражения частиц с массой m через прямоугольный потенциальный барьер $U(x, t)$ высота которого меняется со временем t по гармоническому закону:

$$U(x, t) = \begin{cases} \hbar(V_0 + V_1 \cos(\omega t)) & \text{при } |x| \leq a/2, \\ 0 & \text{при } |x| > a/2, \end{cases}$$