

увеличена. Это говорит о наличии некоторой преимущественной ориентации зерен с осью „С“, перпендикулярной плоскости подложки. Характерной особенностью морфологии отожженных пленок является наличие зерен размером до 3 мкм.

Авторы выражают благодарность Е.П. Садковскому за изготовление мишени и М.Е. Гершензону за измерение температурных зависимостей сопротивления пленок.

### Л и т е р а т у р а

- [1] E n o m o t o Y., M u r a k a m i T.,  
S u z u k i M., M o r i w a k i K. - Jap.  
J. Appl. Phys., 1987, v. 28, N 7, p. 1248-1250.
- [2] C h a u d h a r i P.P., K o c h R.H., L a i -  
b o w i t z R.B., Y u i r e M.C., Y a m -  
b i n o R.J. - Phys. Rev. Lett., 1987, v. 58,  
N 25, p. 2684-2686.

Институт радиотехники  
и электроники АН СССР,  
Москва

Поступило в Редакцию  
19 января 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 8

26 апреля 1988 г.

### СИНГУЛЯРНЫЕ И РЕГУЛЯРНЫЕ ДИФфуЗИОННЫЕ СТРУКТУРЫ НА НЕРАВНОВЕСНОЙ МЕТАФАЗНОЙ ГРАНИЦЕ

С.Н. Г о р д и е н к о

Большое количество теоретических и экспериментальных работ в последние годы посвящено изучению образования структур на неравновесной межфазной границе (см. [1-5]). Основные успехи в теоретическом понимании этих явлений достигнуты либо благодаря численному моделированию, либо путем рассмотрения различных феноменологических моделей, ни одна из которых не была последовательно получена из первых принципов. При использовании же более физически обоснованных моделей подробно изучалась лишь линейная стадия роста неустойчивостей, либо делались сильные предположения, справедливость которых обосновать не удавалось.

Настоящая работа посвящена аналитическому изучению типов стационарных структур, которые могут существовать, например, на поверхности кристалла, растущего в переохлажденной жидкости или перенасыщенном растворе (см. подробнее в [5]) в случае двух измерений. Для определенности будем далее везде говорить лишь о первой из указанных задач.

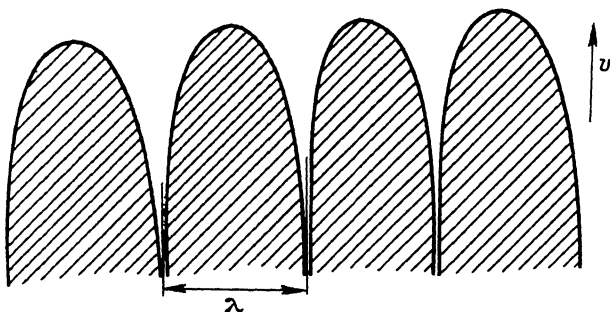


Рис. 1.

С математической точки зрения рассматриваемая задача формулируется как задача изучения динамики плоского незамкнутого контура  $y = y(x, t)$ , движение которого описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \Delta T(x, y, t), \text{ где } y > y(x, t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D' \Delta T(x, y, t), \text{ где } y < y(x, t), \quad (2)$$

$$T|_{y=y(x,t)} = T_0 - \nu K(x, y(x, t)), \quad (3)$$

$$\angle v_n = D c_p |\nabla T|_n - D' c'_p |\nabla T|'_n, \quad (4)$$

$$T|_{y \rightarrow +\infty} = T_\infty, \quad T|_{y \rightarrow -\infty} = T_0, \quad (5)$$

где  $D$ ,  $c_p$  и  $D'$ ,  $c'_p$  - температуропроводность и удельная теплоемкость соответственно жидкости и твердого тела;  $K(x, y(x, t))$  - кривизна контура [6];  $v_n$  - нормальная скорость движения точки  $(x, y(x, t))$ ; выражение (3) - условие Гиббса-Томсона [5],

указывающее на изменение локальной температуры плавления при искривлении поверхности раздела фаз;  $T_0$  и  $T_\infty$  - температура плавления при кривизне поверхности, равной нулю, и температура переохлажденной жидкости вдали от фронта кристаллизации;  $\angle$  - удельная теплота плавления.

Если контур  $y = y(x, t)$  таков, что его форма не изменяется, а сам он как целое движется со скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $y$ , перепишем (1) и (2) в виде

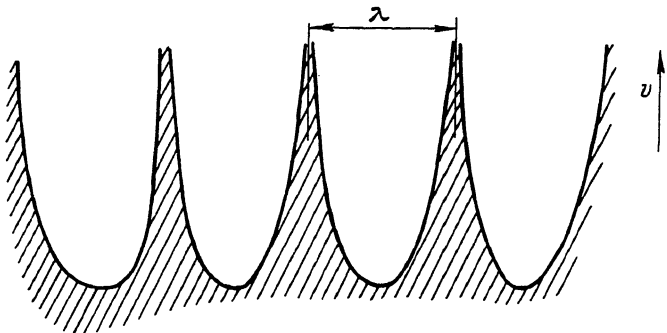


Рис. 2.

$$D\Delta T(x, y, t) + v \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \text{ где } y > y(x, t), \quad (6)$$

$$D'\Delta T(x, y, t) + v \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \text{ где } y < y(x, t). \quad (7)$$

Интегрируя (6) по области  $y > y(x, t)$  и (7) по области  $y < y(x, t)$  с использованием формулы Грина, принимая во внимание (3)–(5) и общеизвестное выражение для кривизны кривой, приходим к следующим результатам: 1) при  $c_p' - c_p \neq 0$  и  $\Delta \neq 1$  не существует несингулярных стационарных  $y = y(x, t) = y(x) + vt$ , удовлетворяющих (1)–(5), где  $\Delta = c_p/L (T_0 - T_\infty)$ ; 2) при  $\Delta \neq 1$ ,  $c_p' - c_p \neq 0$  и  $\text{sgn} \frac{c_p' - c_p}{\Delta - 1} > 0$  лишь периодические стационарные сингулярные структуры типа изображенных на рис. 1 с пространственным периодом  $\lambda = \frac{2v}{L} \frac{c_p' - c_p}{\Delta - 1}$  могут удовлетворять (1)–(5), где  $\text{sgn} = \frac{x}{|x|}$ ; 3) при  $\Delta \neq 1$ ,  $c_p' - c_p \neq 0$  и  $\text{sgn} \frac{c_p' - c_p}{\Delta - 1} < 0$  уравнениям (1)–(5) могут удовлетворять лишь сингулярные периодические структуры типа изображенных на рис. 2, с пространственным периодом  $\lambda = \frac{2v}{L} \frac{c_p' - c_p}{1 - \Delta}$ .

Отметим, что указанный подход наряду с приведенными результатами позволяет показать, что невозможны гладкие структуры на фронте кристаллизации при  $\Delta \neq 1$  и в трехмерном случае, а также сделать ряд нетривиальных утверждений, касающихся роста дендритов.

Остановимся сейчас на анализе полученных результатов. Заметим, что тип стационарной структуры существенно зависит от знака  $c_p' - c_p$ , что вынуждает, по-видимому, с большей осторожностью относиться к результатам, полученным при изучении наиболее реалистич-

ных из популярных ныне односторонней и симметричной моделей (см. [3], [4], [5]). Обратим внимание также, что при  $\Delta = 1$  происходит своеобразный „фазовый переход“ от структур типа изображенных на рис. 1 к структурам, подобным представленной на рис. 2, причем найдено точное выражение для периода структур обоих указанных типов:

$$\lambda = \frac{2\nu}{L} \left| \frac{c'_p - c_p}{\Delta - 1} \right|. \quad (8)$$

Автор выражает благодарность С.И. Анисимову и И.Е. Старосельскому за многочисленные полезные замечания и обсуждения.

### Л и т е р а т у р а

- [1] Kessler D., Koplik J., Levine H. - Phys. Rev., 1987, A 34, N 6, p. 4980-4987.
- [2] Brower R.C., Kessler D., Koplik J., Levine H. - Phys. Rev., 1984, A 29, N 3, p. 1335-1342.
- [3] Caroli B., Caroli C., Roulet B., Langer J. - Phys. Rev., 1986, A 33, N 1, p. 442-452.
- [4] Karma A. - Phys. Rev., 1986, A 34, N 5, p. 4353-4362.
- [5] Langer J. - Rev. Mod. Phys., 1980, v. 52, N 1, p. 1-28.
- [6] Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Г. Современная геометрия. М.: Наука, 1986. 758 с.

Институт теоретической  
физики им. Л.Д. Ландау  
АН СССР

Поступило в Редакцию  
20 января 1988 г.