

Проводимость полупроводниковой сверхрешетки в поперечном магнитном поле

© Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Е.И. Кухарь

Волгоградский государственный педагогический университет,
400131 Волгоград, Россия

E-mail: sed@fizmat.vspu.ru

(Поступила в Редакцию 16 октября 2006 г.)

Выполнен расчет проводимости полупроводниковой сверхрешетки, помещенной в магнитное поле, направленное поперек оси сверхрешетки. Исследована зависимость проводимости от напряженности магнитного поля. Обнаружена область значений напряженности магнитного поля, когда удельное сопротивление прямо пропорционально напряженности магнитного поля.

Работа поддержана грантами РФФИ № 07-02-00073-а, 07-02-96600-р_а.

PACS: 73.21.Cd, 73.43.Qt

1. Введение

В последнее время особый интерес вызывают экспериментальные [1,2] и теоретические [3–5] исследования процессов переноса заряда в структурах с пониженной размерностью, помещенных в магнитное поле. Большую роль здесь играют полупроводниковые сверхрешетки (СР), так как эти материалы проявляют нелинейные электромагнитные свойства в сравнительно слабых полях. Совместное действие магнитного поля и периодического потенциала на электроны приводит к специфической структуре энергетического спектра [3,6–10]: уровни Ландау имеют конечную ширину, величина которой управляется внешним магнитным полем. В [6,8] исследована структура энергетической зоны в кристалле, находящемся в магнитном поле; вычислена плотность состояний в конечной зоне проводимости, отмечено возможное влияние уширения уровней Ландау на эффект де Гааза–ван Альфена.

В [6,8] отмечено, что учет конечной ширины уровней Ландау тем существенней, чем ближе ларморовский радиус к пространственному периоду потенциала решетки. Однако для типичных значений напряженности квантующего магнитного поля ларморовский радиус много больше периода решетки, и ширина уровней Ландау в обычных полупроводниках практически не проявляется [11–13]. В кристаллах со СР, когда дополнительный период на несколько порядков превосходит период решетки, учет ширины уровней Ландау становится актуальным. Это принимается во внимание при вычислении высокочастотной проводимости СР в условиях квантующего электрического поля в [9] и коэффициента поглощения полупроводниковой СР в [10]. Магнитопроводимость полупроводниковых структур в постоянном электрическом поле изучалась в [4,5,14–17]. Для вычисления проводимости двумерного электронного газа в [14] и плотности тока вдоль оси СР в [15] в условиях магнитного поля применялся квазиклассический подход. Влияние квантующего магнитного поля

на проводимость СР в условиях сильного квантующего электрического поля изучено в [5,16,17]. Отметим, что работы [4,5,16,17] выполнены в геометрической ситуации, когда направление магнитного поля совпадает с осью СР. При этом периодический потенциал СР не приводит к дополнительному уширению уровней Ландау.

В настоящей работе рассчитана проводимость СР в условиях воздействия магнитного поля, ориентированного в направлении, перпендикулярном оси СР. Показано, в частности, что при определенных условиях возможна ситуация, аналогичная эффекту Капицы: удельное сопротивление пропорционально напряженности магнитного поля.

2. Постановка задачи и вычисление

Пусть СР, периодическая вдоль оси Oy с периодом d , помещена в постоянное магнитное поле \mathbf{H} , направленное вдоль оси Oz . Наличие магнитного поля приводит к разбиению мини-зоны в спектре носителя заряда на дополнительные магнитные полосы. Если выполняются условия

$$\beta \equiv \frac{m\Delta d^2}{4\pi^2\hbar^2} \ll 1, \quad (1)$$

$$q \equiv \frac{4m\Delta}{\hbar^2 d^2} a_H^4 \gg 1, \quad (2)$$

где m — эффективная масса электрона, Δ — полуширина мини-зоны, $a_H = \sqrt{\hbar c/eH}$ — магнитная длина, то спектр носителя заряда имеет вид [10]

$$\varepsilon_{n\kappa k_z} = \Delta + \frac{\Delta}{2q} \left(\gamma_n(q) + v_n(q) \sin^2 \frac{\pi\kappa}{2} \right) \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}. \quad (3)$$

Здесь k_z — квазиволновой вектор движения электрона вдоль оси Oz , $-1, \kappa < +1$, $n = 0, 1, 2, \dots$ Функ-

ции $\gamma_n(q)$, $v_n(q)$ имеют вид [10]

$$\gamma_n(q) = 2\sqrt{q} \left[\sqrt{q} \exp\left(-\frac{1}{2\sqrt{q}}\right) L_n\left(\frac{1}{\sqrt{q}}\right) + n + \frac{1}{2} \right], \quad (4)$$

$$v_n(q) = 8\sqrt{q} \exp\left(-\frac{\pi^2\sqrt{q}}{2}\right) \times \left[\left(\sqrt{q} \exp\left(-\frac{1}{2\sqrt{q}}\right) L_n\left(\frac{1}{\sqrt{q}}\right) - \frac{1}{2} - n \right) L_n(\pi^2\sqrt{q}) + \sqrt{q} \exp\left(-\frac{1}{2\sqrt{q}}\right) L_n\left(\pi^2\sqrt{q} + \frac{1}{\sqrt{q}}\right) + \frac{-1 + \pi^2\sqrt{q}}{2} L_n(\pi^2\sqrt{q}) + L_n^1(\pi^2\sqrt{q}) \right], \quad (5)$$

где $L_n^m(x)$ — полином Лагерра. Отметим, что для проявления квантования уровней энергии в магнитном поле должно выполняться условие

$$a_H^2 < \frac{\hbar d}{2kT} \sqrt{\frac{\Delta}{m}}, \quad (6)$$

где T — температура решетки.

Будем считать, что вдоль оси Ox приложено слабое электрическое поле. Предел $q \gg 1$ соответствует тому, что магнитная длина перекрывает большое число периодов СР, и кристалл со СР по отношению к магнитному полю ведет себя как однородная сплошная среда [10]. В этом случае для вычисления магнитопроводимости СР будем пользоваться следующей формулой [11]:

$$\sigma_{xx} = -\frac{\pi e^2 a_H^4}{\hbar} \sum_q \sum_{n k k_y k_z} \sum_{n' k' k'_y k'_z} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{n' k' k'_z}} (k_y - k'_y)^2 \times \left| \langle n' k' k'_y k'_z | W | n k k_y k_z \rangle \right|^2 \delta(\varepsilon_{n k k_z} - \varepsilon_{n' k' k'_z}), \quad (7)$$

где $W = \sqrt{\hbar \Lambda^2 |\mathbf{q}| / 2\rho s V} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$ — оператор электрон-фононного взаимодействия [12], \mathbf{q} — квазиволновой вектор акустических фононов, ρ — плотность кристалла, s — скорость звука, Λ — константа деформационного потенциала, V — объем квантовой системы, $f = f(\varepsilon_{n k k_z})$ — равновесная функция распределения. Если выполняется условие (6), то электронный газ можно считать бoльцмановским вплоть до концентраций свободных носителей заряда $n_0 \approx 10^{16} \text{ см}^{-3}$ [13]. Таким образом, $f(\varepsilon_{n k k_z}) = A(q) \exp(-\varepsilon_{n k k_z} / \theta)$, где θ — температура электронного газа, выраженная в энергетических единицах. Константа $A(q)$ определяется из условия нормировки $\sum_{n k k_y k_z} f(\varepsilon_{n k k_z}) = n_0$ и имеет вид

$$A(q) = \frac{(2\pi)^2 \hbar a_H^2 n_0}{2V \sqrt{2\pi m \theta}} \exp\left(\frac{\Delta}{\theta} \left(1 + \frac{\gamma_0(q)}{2q}\right)\right).$$

В дальнейшем будем считать, что температура решетки настолько мала ($kT \ll \Delta$), что в начальном состоянии

заселена только нижняя полоса энергий $n' = 0$. Волновая функция электрона имеет вид [10]

$$|n k k_y k_z\rangle = \frac{1}{\sqrt{L_z}} e^{i k_z z} \varphi_{k_y}(y) F_{n k}(x), \quad (8)$$

$$\varphi_{k_y}(y) = i \sqrt{\frac{2}{K_y}} e^{i k_y d s} \sin \frac{\pi}{d} (y - d s),$$

$$d s \leq y \leq d(s+1), \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

$$F_{n k}(x) = \frac{1}{\sqrt{N_x}} \sum_{l=0}^{N_x} e^{i k \pi l} \Phi_n \times \left[\sqrt{\frac{q}{4}} \left(\frac{\sqrt{4m\Delta}}{\hbar} \frac{x}{\sqrt{q}} + k_y d - 2\pi l \right) \right], \quad (10)$$

где $L_x \equiv \frac{2\pi a_H^2}{d} N_x$, L_y , L_z — размеры кристалла, $\Phi_n(x)$ — функция гармонического осциллятора. Выражение для квадрата модуля матричного элемента, входящего в сумму формулы (7), имеет вид

$$\left| \langle n' k' k'_y k'_z | e^{i q \cdot r} | n k k_y k_z \rangle \right|^2 = \frac{n'!}{n!} (q)^{-\frac{n-n'}{2}} \times \delta_{k'_y k_y + q_y} \delta_{k'_z k_z + q_z} \delta_{k' \kappa + 2Q_x} \frac{4}{Q_y^2} \sin^2(Q_y/2) \times \left(\frac{4\pi^2 \cos^2(Q_y/2)}{(2\pi + Q_y)^2} + \sin^2(Q_y/2) \right) (Q_x^2 + Q_y^2 \frac{q}{4})^{n-n'} \times \exp\left(-\frac{4Q_x^2 + Q_y^2 q}{4\sqrt{q}}\right) \left[L_{n-n'}^{n-n'} \left(\frac{4Q_x^2 + Q_y^2 q}{4\sqrt{q}} \right) \right]^2, \quad (11)$$

где $Q_x = q_x a_H^2 / d$, $Q_y = q_y d$, $Q_z = \hbar q_z / \sqrt{m\Delta}$. При $q \gg 1$ и $n' = 0$ выражение (11) приводится к виду

$$\left| \langle n' k' k'_y k'_z | e^{i q \cdot r} | n k k_y k_z \rangle \right|^2 = \frac{q^{n/2}}{4^n n!} \times \delta_{k'_y k_y + q_y} \delta_{k'_z k_z + q_z} \delta_{k' \kappa + 2Q_x} \frac{4}{Q_y^2} \sin^2(Q_y/2) Q_y^{2n} \times \left(\frac{4\pi^2 \cos^2(Q_y/2)}{(2\pi + Q_y)^2} + \sin^2(Q_y/2) \right) \exp\left(-\frac{4Q_x^2 + Q_y^2 q}{4\sqrt{q}}\right). \quad (12)$$

Подставляя (3), (8)–(10) и (12) в (7), вычисляя суммы, используя условия $\gamma_n(q) \gg v_n(q)$ и $q \gg 1$, получаем следующее выражение для магнитопроводимости:

$$\sigma_{xx} = \sigma_0 q^{3/4} \exp\left(\frac{\Delta \gamma_0(q)}{4\theta q}\right) \sum_n \frac{q^{n/2}}{4^n n!} \exp\left(-\frac{\Delta \gamma_n(q)}{4\theta q}\right) \times K_0 \left(\frac{\Delta}{4\theta} \frac{\gamma_n(q) - \gamma_0(q) + v_0(q)/4}{q} \right) R_n(q), \quad (13)$$

где $K_0(x)$ — функция Макдональда нулевого порядка,

$$\sigma_0 = \frac{n_0 e^2 \Lambda^2}{4\pi^2 \sqrt{2\Delta\theta\rho s d^2}},$$

$$R_n(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q_y^{2n} \sin^2(Q_y/2) \times \left(\frac{4\pi^2 \cos^2(Q_y/2)}{(2\pi + Q_y)^2} + \sin^2(Q_y/2) \right) \exp\left(-\frac{\sqrt{q}}{4} Q_y^2\right) dQ_y.$$

3. Обсуждение результатов

Выражение (13) для σ_{xx} исследовано на ЭВМ. На рис. 1 изображен график зависимости проводимости σ_{xx} от q для $\Delta/\theta = 40$. Численная оценка σ_0 при следующих значениях параметров: $d \sim 10^{-6}$ см, $\theta \sim 10^{-3}$ эВ, $\Delta \sim 0.04$ эВ, $\rho \sim 5$ г/см³, $s \sim 10^5$ см/с, $n_0 \sim 10^{16}$ см⁻³, $\Lambda \sim 10$ эВ, $m \sim 10^{-28}$ г составляет $\sigma_0 \sim 1$ (Ω · м⁻¹). При выбранных численных значениях параметр β по порядку величины составляет 0.1.

Удельное сопротивление СР в слабых магнитных полях возрастает с увеличением напряженности магнитного поля (рис. 2). Далее показано (это также видно из рис. 2, на котором введены обозначения $\rho_0 = 1/\sigma_0$, $H_0 = 2c\sqrt{m\Delta}/ed$), что на участке $x \equiv H/H_0 < 0.1$ зависимость сопротивления от магнитного поля носит линейный характер (здесь проявляется аналогия с эффектом Капицы). Действительно, выражение (13) можно упростить для случая слабых магнитных полей таких, что выполняется условие $x \ll 1$. В сумме формулы (13) можно оставить только первое слагаемое, соответствующее $n = 0$. При этом для σ_{xx} имеем

$$\sigma_{xx} = \sigma_0 \frac{1}{x^{3/2}} K_0\left(\frac{\Delta}{8\theta} x^2 v_0 \left(\frac{1}{x^2}\right)\right) R_0\left(\frac{1}{x^2}\right), \quad (14)$$

$$v_0\left(\frac{1}{x^2}\right) \approx \frac{4(4 + \pi^2)}{x^2} \exp\left(-\frac{\pi^2}{2x}\right), \quad (15)$$

$$R_0\left(\frac{1}{x^2}\right) \approx \sqrt{\pi} x^{3/2}. \quad (16)$$

Подставляя (15) и (16) в (14), получаем для магнитопроводимости $\sigma_{xx} = \frac{\pi^{5/2} \sigma_0}{2x}$. Для удельного сопротивления в этом случае имеем

$$\rho_{xx} = \frac{8\theta^{3/2} \rho s d^3}{\pi^{1/2} c n_0 e \Lambda^2 m^{1/2}} H. \quad (17)$$

Этот результат сходен с результатом, полученным в [4], где исследовалось продольное магнитосопротивление СР в ситуации, при которой напряженность магнитного поля направлена вдоль оси СР. Область значений напряженности магнитного поля, для которых справед-

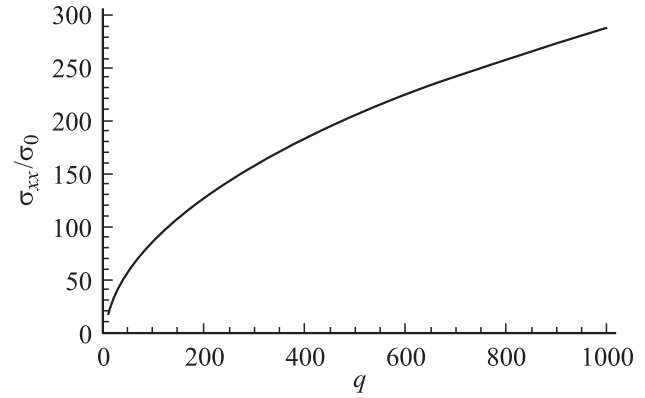


Рис. 1. Зависимость поперечной проводимости от параметра q .

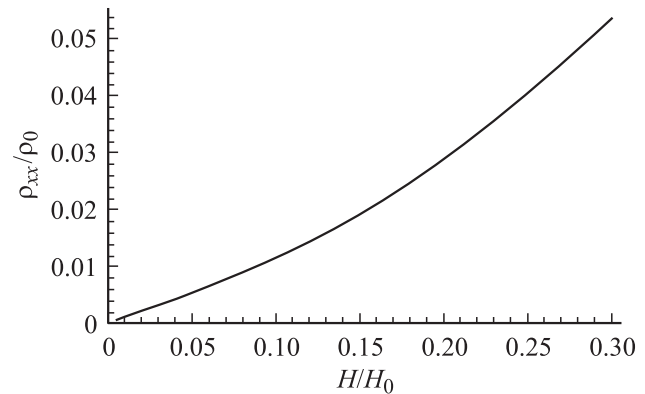


Рис. 2. Зависимость поперечного удельного сопротивления от напряженности магнитного поля.

ливы полученные результаты, определяется совместным выполнением условий (2) и (6). Для гелиевых температур, $T \sim 4$ К, нижний предел магнитной индукции составляет 1 Т, а верхний — 27 Т. Выражение (17) справедливо для индукций магнитного поля, меньших 9 Т. Из (17) видно, что, зная зонные параметры кристалла, можно определить константу деформационного потенциала и, следовательно, величину эффективного взаимодействия электронов с колебаниями решетки.

Список литературы

- [1] Г.М. Гусев, В.Т. Долгополов, З.Д. Квон, А.А. Шашкин, В.М. Курдяшов, Л.В. Литвин, Ю.В. Настаушев. Письма в ЖЭТФ **54**, 369 (1991).
- [2] А.А. Быков, А.К. Бакаров, Д.Р. Исламов, А.И. Торопов. Письма в ЖЭТФ **84**, 466 (2006).
- [3] В.Я. Демиховский, А.А. Перов. Письма в ЖЭТФ **76**, 723 (2002).
- [4] П.В. Горский. ФТП **38**, 864 (2004).
- [5] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков, Е.И. Кухарь. Письма в ЖТФ **31**, 7 (2005).
- [6] Г.Е. Зильберман. ЖЭТФ **30**, 1092 (1956).

- [7] М.Я. Азбель. ЖЭТФ **46**, 929 (1964).
- [8] Ф.Э. Хене, М.И. Шроков, Г.Ю. Яшин. ФТТ **27**, 636 (1985).
- [9] Г.Р. Айзин, В.А. Волков. ФТП **19**, 1780 (1985).
- [10] А.Г. Жилич. ФТТ **36**, 792 (1994).
- [11] Э. Адамс, Т. Гольдстейн. Вопросы квантовой теории необратимых процессов. ИЛ, М. (1961). С. 255.
- [12] П.С. Зырянов, М.И. Клиnger. Квантовая теория явлений электронного переноса в кристаллических полупроводниках. Наука, М. (1976). 312 с.
- [13] В.Ф. Гантмахер, И.Б. Левинсон. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. Наука, М. (1984). 352 с.
- [14] Ю.А. Бычков, С.В. Иорданский, Г.М. Элиашберг. Письма в ЖЭТФ **34**, 496 (1981).
- [15] Ф.Г. Басс, В.В. Зорченко, В.И. Шашора. Письма в ЖЭТФ **31**, 345 (1980).
- [16] В.М. Поляновский. ФТП **15**, 2051 (1981).
- [17] С.В. Крючков, Н.П. Михеев. ФТП **15**, 2277 (1981).