

индуцированном усилении требует более строгого определения концентраций вакансий [5-9].

Авторы благодарят О.В. Константинова за полезное обсуждение работы.

### Л и т е р а т у р а

- [1] M c G u i r e E.J. - Phys. Rev. A, 1971, v. 3, N 2, p. 587-594.
- [2] M c G u i r e E.J. - Phys. Rev. A, 1971, v. 3, N 6, p. 1801-1810.
- [3] W a l t e r s D.L., B h a l l a C.P. - Phys. Rev. A, 1971, v. 3, N 6, p. 1919-1927.
- [4] B a r f i e l d W.D., K o o n t z G.D., H u e b n e r W.F. - J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 1972, v. 12, N 10, p. 1409-1433.
- [5] D u g u a y M.A., R e n t z e p i s P.M. - Appl. Phys. Lett., 1967, v. 10, N 12, p. 350-352.
- [6] С т а н к е в и ч Ю.Л. - ДАН, 1970, т. 191, № 4, с. 805-806.
- [7] E l t o n R.C. - Appl. Opt., 1975, v. 14, N 9, p. 2243-2249.
- [8] A x e l r o d T.S. - Phys. Rev. A, 1976, v. 13, N 1, p. 376-382.
- [9] A x e l r o d T.S. - Phys. Rev. A, 1977, v. 15, N 3, p. 1132-1142.

Физико-технический институт  
им. А.Ф. Иоффе АН СССР,  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
21 апреля 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 14

26 июля 1988 г.

### РАССЕЯНИЕ ДВУМЕРНЫХ ЧАСТИЦ КОРОТКОДЕЙСТВУЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

М.Е. П о р т н о й

Как правило, при расчете подвижности носителей заряда в двумерных системах используется борновское приближение, т.е. рассеивающий потенциал рассматривается как возмущение. Однако такой подход допустим не всегда.

В настоящей работе изложены результаты точного решения методом фаз задачи рассеяния двумерной частицы короткодействующим потенциалом. Получено условие применимости борновского прибли-

жения для медленных двумерных частиц. Рассмотрено резонансное рассеяние в двумерном случае. Полученные выражения используются для расчета подвижности электронов в прямоугольной квантовой яме.

Рассмотрим рассеяние двумерных частиц аксиально симметричным потенциалом  $U(\rho)$ , отличным от нуля в ограниченной области. Ось симметрии перпендикулярна плоскости движения двумерных частиц. Так как потенциал симметричен, можно произвести разделение переменных в выражении для волновой функции:

$$\Psi(\rho, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_m(\rho) e^{im\varphi}. \quad (1)$$

Вне области рассеивающего потенциала радиальная функция удовлетворяет свободному уравнению Бесселя, общее решение которого

$$R_m(\rho) = a_m [\cos \delta_m J_m(k\rho) - \sin \delta_m N_m(k\rho)], \quad (2)$$

где  $\delta_m$  - фаза рассеяния, характеризующая добавку второго линейно независимого решения свободного уравнения - функции Неймана  $N_m(k\rho)$  к первому - функции Бесселя  $J_m(k\rho)$ .

В работе [1] получена простая связь между транспортным эффективным сечением и фазами рассеяния в двумерном случае:

$$\sigma = \frac{4}{k} \sum_{m=0}^{+\infty} \sin^2(\delta_m - \delta_{m+1}). \quad (3)$$

Наиболее интересен случай рассеяния медленных частиц, именно,  $ka \ll 1$ , где  $a$  - радиус действия поля  $U(\rho)$ , а энергия частицы

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$  мала по сравнению с  $|U(\rho)|$  внутри этого радиуса. Тогда основной вклад в сечение рассеяния (3) дает фаза  $\delta_0$  ( $s$ -рассеяние) и транспортное сечение рассеяния

$$\sigma = \frac{4}{k} \sin^2 \delta_0. \quad (4)$$

Для рассеяния медленных частиц круглым потенциалом  $U(\rho) = U_0$  при  $\rho \leq a$   $U(\rho) = 0$  при  $\rho > a$ , сшивая логарифмическую производную волновой функции при  $\rho = a$ , получаем:

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{-\pi/2}{\ln \frac{2e^{-c}}{ka} - \frac{J_0(k_0 a)}{k_0 a J_1(k_0 a)}}, \quad U_0 < 0; \quad (5)$$

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{-\pi/2}{\ln \frac{2e^{-c}}{ka} - \frac{I_0(k_0 a)}{k_0 a I_1(k_0 a)}} \quad (6)$$

Здесь  $k_0 = \sqrt{2m^*|U_0|/\hbar}$ ,  $c$  — эйлерова постоянная.

Сечение рассеяния, рассчитанное с помощью формул (4-6), совпадает с результатом теории возмущений  $\sigma = \frac{\pi^2}{k} \left( \frac{m^* U_0}{\hbar^2} a^2 \right)^2$  при

$$|U_0| \ll \frac{\hbar^2}{m^* a^2} \cdot \frac{1}{\ln \frac{2e^{-c}}{ka}} \quad (7)$$

Условие применимости борновского приближения для медленных частиц в двумерном случае (7) отличается от известного трехмерного условия [2] множителем  $\ln^{-1}(2e^{-c}/ka)$ , т.е. является более жестким и содержит зависимость от энергии рассеиваемой частицы.

В противоположном предельном случае (рассеяние на непроницаемой окружности,  $k_0 a \gg 1$ ) выражения (4, 6) дают:

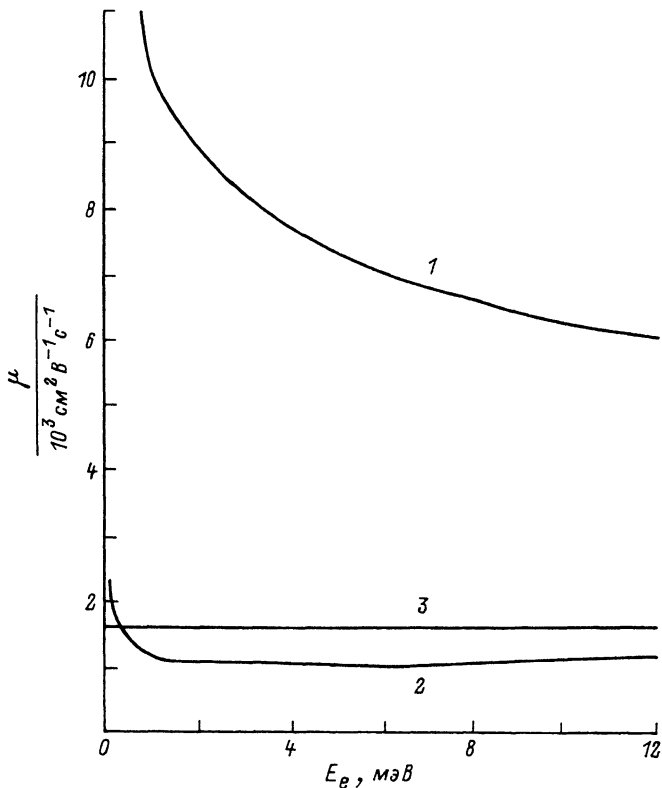
$$\sigma = \frac{4}{k} \frac{1}{1 + \frac{4}{\pi^2} \ln^2 \left( \frac{2e^{-c}}{ka} \right)} \quad (8)$$

Можно показать, что для произвольного короткодействующего отталкивающего потенциала сечение рассеяния медленных двумерных частиц определяется той же самой формулой (8), где  $a$  — эффективный радиус действия потенциала. Отметим, что при стремлении волнового вектора рассеиваемой частицы к нулю сечение рассеяния (8) неограниченно растет, а не стремится, как в трехмерном случае, к конечному пределу ( $\sigma = 4\pi a^2$ ).

Особый интерес представляет случай, когда рассеяние происходит на потенциальной яме, в которой имеется мелкий  $s$ -уровень, т.е. случай резонансного рассеяния двумерных частиц. Сечение рассеяния при этом зависит от отношения энергии двумерной частицы  $E$  к энергии мелкого уровня  $\mathcal{E}$ :

$$\sigma = \frac{4}{k} \frac{1}{1 + \frac{1}{\pi^2} \ln^2 \frac{E}{|\mathcal{E}|}} \quad (9)$$

Эту формулу несложно получить из (4, 5) и выражения для энергии мелкого уровня в прямоугольной двумерной яме, однако она годится для произвольной потенциальной ямы с мелким уровнем. Заметим, что, хотя формула (9) существенно отличается от известного трехмерного результата для сечения резонансного рассеяния [2],



Зависимость подвижности, обусловленной рассеянием электронов в прямоугольной квантовой яме на неоднородностях ее границ, от энергии электронов. 1 -  $\Delta d < 0$ , 2 -  $\Delta d > 0$ , 3 - результат борновского приближения.

в выражении для  $\mathcal{G}$  в двумерном случае, как и в трехмерном, имеется полюс при  $E = -|\mathcal{E}|$ .

Полученные результаты можно применить к расчету подвижности в конкретной двумерной системе, представляющей собой прямоугольную квантовую яму, образованную узким слоем *GaAs* в твердом растворе (*GaAl*)*As*. На рисунке приведены расчетные зависимости подвижности, обусловленной рассеянием на шероховатостях поверхности квантоворазмерного слоя, от энергии носителей заряда. При расчете подвижности использовались следующие параметры структуры: толщина слоя  $d = 30 \text{ \AA}$ , высота шероховатостей  $\Delta d = \pm 2.8 \text{ \AA}$ , радиус шероховатостей  $a = 20 \text{ \AA}$ , их поверхностная концентрация  $N_{SR} = 5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Верхняя кривая соответствует рассеянию на шероховатостях, сужающих квантоворазмерный слой, т.е. на потенциальных „горбах“; нижняя кривая - рассеянию на шерохо-

ватостях, расширяющих слой, на потенциальных „впадинах“; прямая - результат расчета в борновском приближении.

Характер зависимости подвижности от энергии определяет вид вольт-амперной характеристики в условиях разогрева. Согласно борновскому приближению, разогрев не влияет на подвижность. Расчет методом фаз показывает, что при разогреве подвижность за счет рассеяния на потенциальных „горбах“ должна уменьшаться (ВАХ сублинейна).

Автор признателен В.И. Перелю за внимание к работе и полезные обсуждения.

## Л и т е р а т у р а

- [1] Stern F., Howard W.E. - Phys. Rev., 1967, v. 163, N 3, p. 816-835.  
[2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория, М.: Наука, 1974. 752 с.

Физико-технический институт  
им. А.Ф. Иоффе АН СССР,  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
14 апреля 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 14

26 июля 1988 г.

## ЭФФЕКТ ДЖОЗЕФСОНА В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ ПРИ $T=77$ К

А.И. Головашкин, А.Л. Гудков,  
С.И. Красносвободцев, Л.С. Кузьмин,  
К.К. Лихарев, Ю.В. Масленников,  
Ю.А. Пашкин, Е.В. Печень,  
О.В. Снигирев

Сразу после обнаружения эффекта Джозефсона в слабых связях высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) [1, 2] начались интенсивные работы по созданию на их основе тонкопленочных джозефсоновских переходов. Традиционные типы таких структур воспроизвести пока не удалось. Однако было обнаружено [3-5], что почти „классическими“ джозефсоновскими свойствами могут обладать тонкопленочные микромостики относительно больших размеров - порядка нескольких микрон, т.е. гораздо больше длины когерентности  $\xi$ . По всей вероятности, это связано с эффектом Джозефсона в одной из коротких ( $d \sim \xi$ ) слабых связей между гранулами пленки микромостика.