симостей Λ, C и ρ от температуры) требует отдельного рассмотрения.

Литература

[1] Enomoto Y., Murakami T., Suzuki M., Moriwaki K. – Jap. J. Appl. Phys., 1987, v. 26, N 7, p. 1248-1250.
[2] Chaudhari P., Koch R.H., Laibowitz R.B. et al. – Phys. Rev. Lett., 1987, v. 58, N 25, p. 2684-2686.
[3] Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В. Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем, М.: Энергия, 1975. 332 с.
[4] Chen W.G., Pursell J.R. – Appl. Phys. Lett., 1977, v. 31, N 2, p. 127-129.
[5] Гуревич А.В., Минц Р.Г. Тепловые автоволны в нормальных металлах и сверхпроводниках, М.: ИВТАН, 1987. 167 с.
[6] Малков М.П., Данилов И.Б., Зельдович А.Г., Фрадков А.Б. Справочник по физико-техническим основам криогеники, М.: Энергоатомиздат, 1985. 431 с.
[7] Самарский А.А., Змитренко Н.В., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. – ДАН СССР, 1976, т. 227, № 2, с. 321–324.
[8] Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г. – УФН, 1979, т. 128, в. 4, с. 625-666.
[9] Самарский А.А., Змитренко Н.В., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. – Письма в ЖТФ, 1977, т. 26, с. 620–623.
[10] Ахметов А.А., Минц Р.Г. – Письма в ЖТФ, 1983, т. 9, № 21, с. 1306-1310.

Всесоюзный научно-исследовательский институт метрологической службы (ВНИИМС), Москва

Поступило в Редакцию 14 апреля 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 14 — 26 июля 1988 г.

О СТРУКТУРЕ СРЕДЫ ВБЛИЗИ ПОРОГА ПРОТЕКАНИЯ В ДВУМЕРНОМ СЛУЧАЕ

С.П. Лукьянец, А.А. Снарский

Структура среды вблизи порога протекания и ее связь с эффективной проводимостью исследуется давно. Первая модель для случая $p > p_c$ (p – концентрация металла, p_c – порог протекания) была

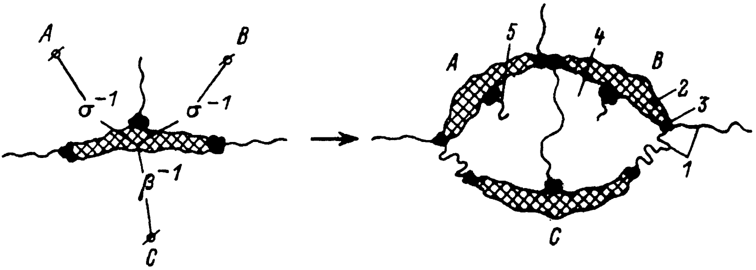

Рис. 1. Капельно-пузырьковая модель вблизи порога протекания ($p < p_c$). Слева – одиночная капля масштаба b, стрелкой показан фрактальный закон роста капли, капля справа размера zb ($z=\sqrt{3}$) состоит из трех размера b. 1 – прослойка, 2 – капля, 3 – пузырек (диэлектрик), 4 – металл, 5 – „мертвые" прослойки.

предложена в [1] (модель Скал–Шкловского–де Жена). В дальнейшем случаю $p > p_c$ уделялось много внимания и развитие этой модели шло разными путями – в [2] были предложены так называемые цветные связи, в [3] – капли (см. также [4]), было привлечено понятие дробной размерности (фракталы) [5].

Модели при $p < p_c$ „повезло" меньше. Возможно, это связано с тем, что если простейшая модель [1] для $p > p_c$ отказывает в двумерном ($2\mathcal{D}$) случае (в связи с чем и возникла необходимость введения капель [4]), но хорошо работает в $3\mathcal{D}$, то простейшая одножильная модель при $p < p_c$, строго говоря, не работает не только в $2\mathcal{D}$, но и в $3\mathcal{D}$. Причина состоит в том, что в одножильной модели вычисления, аналогичные случаю $p > p_c$ ([6] стр. 171), приводят к тому, что при $p \to p_c$ длина прослоики L растет медленнее корреляционной длины. Поэтому после построения простейшей модели среды при $p < p_c$ необходимо сразу же переходить к более сложной.

В настоящей работе предлагается капельно-пузырьковая модель среды при $p < p_c$ (рис. 1). Новыми по сравнению с простейшей моделью элементами структуры являются пузырьки – области диэлектрика, через которые ток не течет. Сразу же ясно, что поскольку теперь прослойка не протянута через весь корреляционный объем, то $L/\xi \backsim (p_c - p)^{\nu - 1}$ ($\nu_2 \approx 1.3$) не приводит при $p \to p_c$ к противоречию.

Расчет критического индекса проводимости q,

$$\sigma^e(p) \sim (p_c - p)^{-q} \qquad (1)$$

в такой модели производится ренормгрупповым преобразованием, аналогичным работе [4].

На рис. 1 показана электрическая схема замещения одиночной анизотропной капли (σ, β – проводимости). Проводимость капли на масштабе b - $\sigma_{AB}(b)$ и $\sigma_{AC}(b)$ (между точками A–B и A–C) следующим образом выражается через $\sigma(b)$ и $\beta(b)$

$$\sigma_{AB}^{-1}(b)=2\sigma^{-1}(b), \quad \sigma_{AC}^{-1}(b)=\sigma^{-1}(b)+\beta^{-1}(b). \qquad (2)$$

Каждая из прослоек толщиной a_0 (характерный размер элементов, из которых образована случайно-неоднородная среда) имеет на масштабе b проводимость $\sigma_p(b)\sim b^{\lambda}$ и может быть пробита с вероятностью 0.5.

Рассматривая среднее проводимостей на масштабе zb между точками A–B и A–C, взятое по всем конфигурациям, задаваемым различными наборами непробитых прослоек, входящих в структуру капли, и учитывая (2), получим

$$f(zb)=2z^{-\lambda}f(b)\,G(f,\psi,b), \qquad (3)$$

$$(1+\psi(zb))^{-1}=L(f,\psi,b)\,G^{-1}(f,\psi,b), \qquad (4)$$

где $f(b)=\sigma(b)/\sigma_p(b)$, $\psi(b)=\sigma(b)/\beta(b)$, $z=\sqrt{3}$ – масштабный коэффициент (капля распадается на три),

$$G(f,\psi)=\left[(3+f)(2+4\psi+f+f\psi)^2(3+3f+6\psi+2f\psi)^{-1}(1+2\psi)^{-5}\times\right.$$
$$\left.\times(2+2f+8\psi+8\psi^2+2\psi^2 f+5\psi f)^{-2}\right]^{1/8},$$

$$L(f,\psi)=\left[(1+4f+6\psi+2f\psi+f^2)(1+2\psi+f)(2+4\psi+f\psi+f)(1+2\psi+\right.$$
$$+2f)^{-1}(1+2\psi)^{-7}(2+3f+f\psi+4\psi)^{-1}(3+12\psi+18f\psi+8f+12\psi^2+6\psi^2 f+3f^2+$$
$$\left.+2\psi f^2)\right]^{1/8}.$$

Предполагая, что процедура перехода ко все большим масштабам (в z, z^2, z^3, ... раз) является сходящейся, и линеаризуя уравнение (3) вблизи устойчивых точек (3) и (4) – f^* и ψ^*, которые равны нулю, получаем

$$f(zb)=2z^{-\lambda}f(b)\,G(0,0). \qquad (5)$$

Автомодельное решение последнего уравнения имеет вид:

$$f(b)\sim b^{\mu}, \quad \mu=\frac{\ln 2}{\ln z}-\lambda. \qquad (6)$$

Рассматривая $f=\sigma/\sigma_p$ на корреляционной длине ξ, получаем $\sigma(\xi)=\xi^{\ln 4/\ln 3}$, откуда с учетом $\xi\sim(p_c-p)^{-\nu}$ находим концентрационное поведение эффективной проводимости

$$\sigma^e(p)\sim(p_c-p)^{-\nu\frac{\ln 4}{\ln 3}} \qquad (7)$$

и критический индекс q $(\sigma^e(p)\sim(p_c-p)^{-q})$

$$q_2=\nu_2\,\frac{\ln 4}{\ln 3}\approx 1.68, \qquad (8)$$

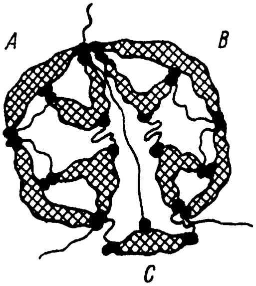

Рис. 2. Общий вид конфигурации из девяти капель.

что с учетом простоты модели (капля состоит из трех) удовлетворительно согласуется с известным значением, полученным численными методами $q_2 \approx 1.3$. При выборе более сложной модели (капля состоит из девяти капель – рис. 2) критический индекс уменьшается от 1.68 до 1.39.

Заметим, что если при $\rho > \rho_c$ в $2\mathcal{D}$ и $3\mathcal{D}$ геометрическая структура среды одна и та же – канал протекания – металлическая нить, то при переходе от $2\mathcal{D}$ к $3\mathcal{D}$ ($\rho < \rho_c$) диэлектрическая прослойка переходит в поверхность. В заключение необходимо отметить, что существует еще один подход к описанию кинетических явлений при $\rho < \rho_c$ – явное введение дробной (фрактальной) размерности элементов структуры [7, 8].

Мы глубоко признательны А.М. Дыхне, А.Я. Шику, Б.И. Шкловскому за обсуждение работы.

Литература

[1] Скал А.С., Шкловский Б.И. – ФТП, 1974, т. 8, № 8, с. 1586–1592.
[2] Pike R., Stanley H.E. – J. Phys.: A, 1981, v. 14, N 5, p. L196–L207.
[3] Stanley H.E. – J. Phys.: A, 1977, v. 10, N 11, p. L211–L220.
[4] Виноградов А.П., Сарычев А.К. – ЖЭТФ, 1983, т. 85, № 3, с. 1144–1152.
[5] Соколов И.М. – УФН, 1986, т. 150, № 2, с. 221–255.
[6] Шкловский Б.И., Эфрос А.Л. Электронные свойства легированных полупроводников, М.: Наука, 1979. 461 с.
[7] Ohtsuki T., Keyes T. – J. Phys.: A, 1984, v. 17, N 11, p. L559–L563.
[8] Stanley H.E. – Fractals Phys. Proc. Int. Trieste, July, 9–12, 1985, Amsterdam, 1986, p. 327–335.

Киевский политехнический
институт им. 50-летия
Великой Октябрьской
социалистической революции

Поступило в Редакцию
6 апреля 1988 г.