[2] Cowan P.L., Golovchenko J.A., Robbins M.F. – Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, N 25, p. 1680–1683.
[3] Materlik G., Zegenhagen J. – Phys. Lett. Ser. A., 1984, v. 104, N 1, p. 47–50.
[4] Казимиров А.Ю., Ковальчук М.В. – Кристаллография, 1987, т. 32, № 3, с. 730–732.
[5] Akimoto K., Ishikawa T., Takahashi T., Kikuta S., Matsui J. – Jap. J. Appl. Phys., 1985, v. 24, N 12, p. L917–L920.
[6] Ковальчук М.В., Кон В.Г., Лобанович Э.Ф. ФТТ, 1985, т. 27, № 11, с. 3379–3387.
[7] Afanasev A.M., Kovalchuk M.V., Kovev E.K., Kohn V.G. – Phys. Stat. Sol.(a), v. 42, 1977, p. 415–422.

Институт кристаллографии
АН СССР, Москва

Поступило в Редакцию
26 апреля 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 15 12 августа 1988 г.

О СООТНОШЕНИИ МИЛЛЕРА ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЛАВИННОГО УМНОЖЕНИЯ НОСИТЕЛЕЙ В p–n–ПЕРЕХОДАХ

В.А. Холоднов

Лавинное размножение носителей за счет их ударной ионизации в области пространственного заряда (ОПЗ) p–n–перехода лежит в основе функционирования ряда приборов полупроводниковой техники, например лавинных фотодиодов (ЛФД), лавинно-пролетных диодов, лавинных транзисторов и тиристоров [1–5]. Для анализа работы таких приборов необходимо знать зависимости от напряжения на них V коэффициентов умножения носителей $M(V)$. Это нужно также знать для предотвращения отказа приборов, не использующих эффект лавинного размножения носителей. Наиболее простой способ вычисления $M(V)$ основан на интегральных соотношениях [1, 3–8]

$$M_n=\frac{1}{1-\tilde{m}_n},\quad M_p=M_n\cdot Y(\mathcal{L}_n,-\mathcal{L}_p),\quad \tilde{M}=M_n\cdot\frac{\int_{-\mathcal{L}_p}^{\mathcal{L}_n} g(x)\cdot Y(x,-\mathcal{L}_p)\,dx}{\int_{-\mathcal{L}_p}^{\mathcal{L}_n} g(x)\,dx},\qquad (1)$$

где

$$Y(x,x_0)=\exp\left[\int_{x_0}^{x}(\beta-\alpha)\,dx\right],\quad \tilde{m}_n=\int_{-\mathcal{L}_p}^{\mathcal{L}_n}\alpha(x)\cdot Y(x,-\mathcal{L}_p)\,dx,\qquad (2)$$

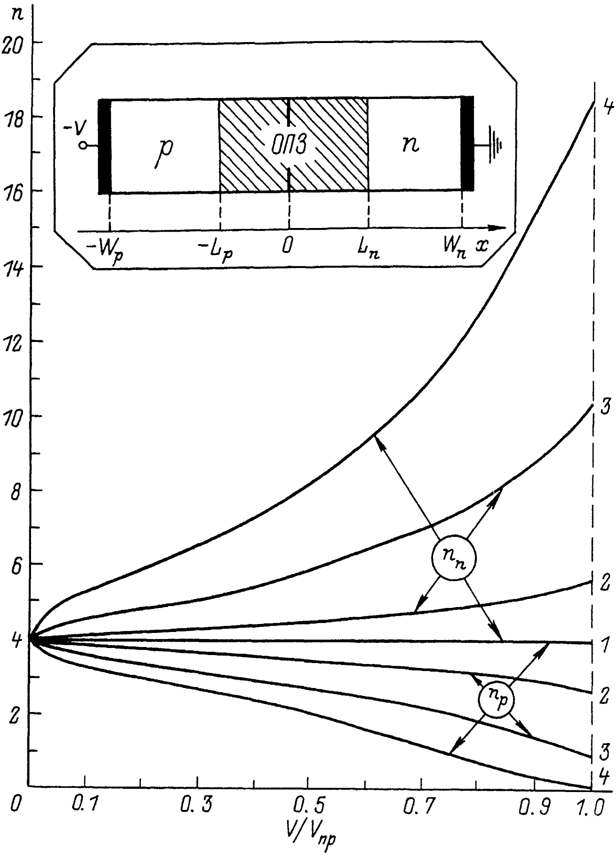

Рис. 1.

M_n, M_p и $\widetilde{M}$ – коэффициенты умножения электронов и дырок, втекающих в ОПЗ и генерируемых в ней со скоростью $g(x)$; $\mathcal{L}_p$ и $\mathcal{L}_n$ – толщины ОПЗ в p– и n–материалах (вставка на рис. 1); $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ – коэффициенты ударной ионизации электронов и дырок; $E(x)$ – электрическое поле. Имеющиеся в литературе функциональные зависимости α(E) и β(E) позволяют, как правило, лишь численно рассчитывать $M(V)$ в каждой конкретной ситуации [1, 4, 6, 8]. Для практических приложений весьма ценно иметь аналитические, более или менее универсальные зависимости $M(V)$. В литературе такие зависимости до сих пор отсутствуют, за исключением чисто эмпирических, вида

$$M(V) = \frac{1}{1 - \vartheta^n}, \tag{3}$$

где $\vartheta \equiv \frac{V}{V_{пр}}$, $V_{пр}$ – напряжение пробоя [1–6]. Эта форма записи для $M(V)$ впервые была предложена Миллером в 1955 г. [9] и с тех пор широко используется [1, 2, 4–6, 10, 11]. Как показывают экспериментальные исследования и численные расчеты, показатель степени n в (3) зависит от вида функции генерации первичных носителей, в том числе и фотоносителей $g(x)$, профиля легирования $N(x)$, толщин p– и n– областей $p-n$–перехода W_p и W_n (вставка на рис. 1), от отношения $k \equiv \frac{\beta}{\alpha}$, а также от V [1–4, 6, 8–11].

В данной работе на основе справедливого для ряда полупроводников приближенного соотношения между $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ [12][1]

$$\frac{\beta(E)-\alpha(E)}{\ln\left[\frac{\beta(E)}{\alpha(E)}\right]} = \frac{5}{6}\cdot\left(\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{6\cdot 10^8 e}\right)^3\cdot\left(\frac{1{,}1}{\mathcal{E}_g}\right)^6\cdot\left(\frac{E}{10^5}\right)^7 \simeq 10^{-3}\cdot\frac{\varepsilon^3}{\mathcal{E}_g^6}\cdot\left(\frac{E}{10^5}\right)^7, \quad (4)$$

в котором, как и далее, ширина запрещенной зоны полупроводника $\mathcal{E}_g$ измеряется в эВ, E – в В/см, α и β – в см$^{-1}$, заряд электрона e – в Кл, постоянная электрическая ε_0 – в Ф/м, а ε – относительная диэлектрическая проницаемость; показано, что во многих случаях можно получить аналитические зависимости $M(V)$. В частности, можно найти относительно простые аналитические выражения для $V_{пр}$ и n в соотношении Миллера (3). На примере простейшего классического случая ($p-n$–переход – ступенчатый [1–6]; $K(E)=const$; $g(x)=const$; W_p и W_n при $V \simeq V_{пр}$ больше $\mathcal{L}_p$ и $\mathcal{L}_n$ соответственно [12, 14]) показано, что показатель степени n в соотношении Миллера (3) различен в выражениях для $M_n(V)$, $M_p(V)$ и $\widetilde{M}(V)$ и существенно зависит от K и V. Найдены предельные значения показателя степени в (3): при $\vartheta^n \ll 1$ и при $\Delta\vartheta \equiv 1-\vartheta \ll 1$, т.е. при $V \to V_{пр}$.

В рассматриваемых условиях из выражений (1), (2) и (4) следует, что

$$M_n = \frac{1}{1-\vartheta^{n_n}}, \quad M_p = \frac{1}{1-\vartheta^{n_p}}, \quad \widetilde{M} = \frac{1}{1-\vartheta^{\tilde{n}}}, \quad (5)$$

где

$$V_{пр} = 6\cdot 10^{13}\cdot\left(\frac{\mathcal{E}_g}{1{,}1}\right)^{3/2}\cdot N_{эф}^{-3/4},\ В; \quad N_{эф} = \frac{N_D\cdot N_A}{N_D+N_A},\ см^{-3}; \quad (6)$$

$$n_n(K,\vartheta) = \frac{\ln\left(\frac{K^{\vartheta^4}-1}{K-1}\right)}{\ln\vartheta}; \quad n_p(K,\vartheta) = n_n(K,\vartheta) + \frac{1-\vartheta^4}{\ln\vartheta}\cdot\ln K; \quad (7)$$

---

[1] В полученном в работе [13] аналогичном соотношении допущена ошибка в шесть порядков, а его вывод в [13] основан на предположении $K(E)=const$.

$$\tilde{n}(K,\vartheta)=\frac{\ln\left[1+\dfrac{(N_A+N_D)\cdot(K^{\vartheta^4}-K)\cdot(K-1)^{-1}}{\left(1+\frac{1}{9}\xi_D+\frac{1}{34}\xi_D^2\right)N_A\exp\{\theta(K)\xi_A\}+\left(1+\frac{1}{9}\xi_A+\frac{1}{34}\xi_A^2\right)N_D\exp\{[1-\theta(K)]\xi_D\}}\right]}{\ln\vartheta}, \quad (8)$$

при $\xi_A\equiv\dfrac{N_{эф}}{N_A}\cdot\vartheta^4\cdot\ln K\leqslant 1$ и $\xi_D\equiv\dfrac{N_{эф}}{N_D}\cdot\vartheta^4\cdot\ln K\leqslant 1$;

$$\tilde{n}=\frac{8\vartheta^4\cdot\ln K_{эф}}{\ln\vartheta}\cdot\frac{1-K_{эф}^{1-\vartheta^4}}{K_{эф}-1}, \text{ при } K_{эф}^{\frac{N_{эф}}{N_A}\vartheta^4}\gg 1 \text{ или } K_{эф}^{\frac{N_{эф}}{N_D}\vartheta^4}\gg 1; \quad (9)$$

N_D и N_A – концентрации мелких легирующих доноров и акцепторов в n- и p-областях структуры; θ (K) – тэта-функция; $K_{эф}\equiv K+K^{-1}$. Формула (6) для $V_{пр}$ при $N_D\ll N_A$ или при $N_A\ll N_D$ переходит в общеизвестное соотношение Зи-Гиббонса [1, 15]. Из выражений (7)-(9) следует: если K = 1, то $n_n = n_p=\tilde{n}=4$ независимо от напряжения на структуре V; при $V\to V_{пр}$, точнее, если $\Delta\vartheta\ll\min\left\{\frac{0,25}{|\ln K|};\ 0,25\right\}$, то

$$n_p=4\frac{\ln K}{K-1},\quad n_n=K\cdot n_p,\quad \tilde{n}=32\frac{\ln^2K_{эф}}{K_{эф}} \quad (10)$$

(соотношение (10) для $\tilde{n}$ справедливо при $K_{эф}\gg 1$); при $V\ll V_{пр}$, точнее, если $\left|\frac{\ln K}{\ln\vartheta}\right|\ll 4$, то $n_n=n_p=\tilde{n}=4$ независимо от величины отношения $K=\beta/\alpha$.

На рис. 1 приведены зависимости $n_n(\vartheta)$ и $n_p(\vartheta)$ при K = 1 (кр. 1), при K = 2 (кр. 2), при K = 10 (кр. 3) и при K = 100 (кр. 4). На рис. 2 приведены зависимости n_n, n_p и отношения n_n к n_p от K при значениях V, близких к напряжению пробоя $V_{пр}$ (кр. 1–2, 1–3 и 4–5 соответственно).

Когда при $V\simeq V_{пр}$ ОПЗ распространяется на всю толщину p- или n-слоя структуры, выражения (6)-(10) для $V_{пр}$, n_n, n_p и $\tilde{n}$ существенно изменяются. Например, в p^+-n-структуре с тонким n-слоем, а именно, когда [12, 14]

$$W_n\leqslant\frac{\sqrt{3}}{4}\mathcal{E}_g^{3/4}\cdot\left(\frac{3\cdot 10^{15}}{N_D}\right)^{7/8}, \text{ мкм}, \quad (11)$$

то при K = 1

$$n_n=n_p=\tilde{n}=7,\qquad V_{пр}=98\cdot\left(\frac{W_n\mathcal{E}_g}{\sqrt{\varepsilon}}\right)^{6/7}, \text{ В}. \quad (12)$$

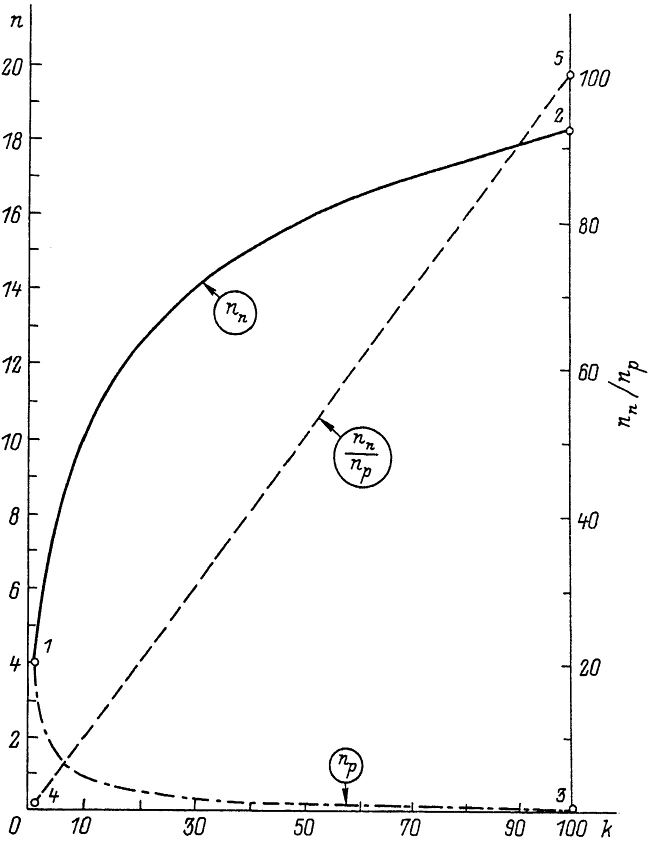

Рис. 2.

В (11) и (12) N_D, W_n и $\mathcal{E}_g$ измерены в $см^{-3}$, мкм и эВ соответственно.

Выражения (6)–(11) хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований $p-n$–структур на основе Si, Ge и $In_xGa_{1-x}As_yP_{1-y}$ [1, 4, 9, 11, 15, 16]. Приведем два конкретных примера. При исследовании в [9] лавинного пробоя в Ge измеренные значения n оказались в диапазоне от 3 до 6.6. Такие же значения n дают и выражения (7)–(10), если учесть, что в Ge при используемых в [9] уровнях легирования $K \simeq 2 \div 3$ [1, 4, 6, 9, 15, 16]. В ЛФД на основе МДП–структуры [11] размножение носителей происходит в $P-Si$ подложке, в которой $N_A \simeq 10^{15}$ $см^{-3}$. При таком уровне легирования лавинный пробой в Si происходит тогда, когда поле вблизи диэлектрика достигает величины $E_{пр} = 3 \cdot 10^5$ В/см [1, 14], а поэтому $K \simeq 10^{-2}$ [1, 4, 6, 15, 16].

Измеренное в [11] значение n_n при $V \to V_{пр}$ оказалось равным 0.2. Из формулы же (10) при $K = 10^{-2}$ следует, что $n_n = 0.186$.

На основе (4) можно получить аналитические зависимости $M(V)$ и избыточных факторов шума $F(V)$ [1, 4, 7, 16] при различных других профилях $N(x)$. Так, в линейном $p-n$-переходе [1] при $K = 1$ зависимости $M_n(V)$, $M_p(V)$, $\tilde{M}(V)$ и $F(V)$ описываются выражением (3), в котором $K = 5$. Если $\frac{K(E)-1}{\ln K(E)}$ меняется существенно слабее, чем E^7, то формулы (6)–(10) справедливы и при $K(E) \neq const$. Они позволяют детальнее, чем в [16, 17], проанализировать лавинные гетероструктуры. При больших E [12] (4), а поэтому и (6)–(12) не справедливы.

Автор благодарен Л.Н. Курбатову и В.В. Осипову за обсуждение результатов работы.

Литература

[1] З и С.М. Физика полупроводниковых приборов, М.: Мир, 1984. 912 с.

[2] Полупроводниковые фотоприемники, ультрафиолетовый, видимый и ближний инфракрасный диапазоны спектра / Под ред. Стафеева В.И. М.: Радио и связь, 1984. 216 с.

[3] Т а г е р А.С., В а л ь д - П е р л о в В.М. Лавинно-пролетные диоды и их применение в технике СВЧ. М.: Советское радио, 1968. 480 с.

[4] S t i l l m a n G.E., W o l f e C.M. – Semiconductors and Semimetals / Ed. Willardson R.K., Beer A.C. N.Y.–San-Francisko–London: Acad. Pres., 1977, v. 12, p. 291–393.

[5] Г е р л а х В. Тиристоры, М.: Энергоатомиздат, 1985. 328 с.

[6] Г р е х о в И.В., С е р е ж к и н Ю.Н. Лавинный пробой $p-n$- перехода в полупроводниках, Л.: Энергия, 1980. 152 с.

[7] А р ц и с Н.Х., Х о л о д н о в В.А. – ФТП, 1983, т. 17, в. 3, с. 510–513; – Радиотехника и электроника, 1984, т. 29, в. 1, с. 151–159.

[8] D m i t r i e v A.P., M i k h a i l o v a M.P., Y a s s i e v i c h I.N. – Phys. St. Sol. (b), 1987, v. 140, N 1, p. 9–37.

[9] M i l l e r S.L. – Phys. Rev., 1955, v. 99, N 4, p. 1234–1241.

[10] Волоконная оптика и приборостроение / Под ред. Бутусова М.М., Л.: Машиностроение, 1987. 328 с.

[11] B o g d a n o v S.V., K r a v c h e n k o A.B., P l o t n i k o v A.F., S h u b i n V.E. – Phys. St. Sol. (a), 1986, v. 93, N 1, p. 361–368.

[12] Х о л о д н о в В.А. – Письма в ЖТФ, 1988, т. 14, в. 6, с.

[13] I t o M., M i k a w a T., W a d o O. – Sol.-St. Electron, 1987, v. 30, N 9, p. 969–971.
[14] О с и п о в В.В., Х о л о д н о в В.А. – ФТП, 1987, т. 21, в. 11, с. 2078–2081.
[15] S z e S.M., G i b b o n s G. – Appl. Phys. Lett., 1966, v. 8, N 5, p. 111–113.
[16] Semiconductors and Semimetals / Ed. Tsang W.T., Orlando–San Diego–N.Y.–London–Toronto–Monreal–Sydney–Tokyo: Acad. Pres., 1985, v. 22. 454 p.
[17] О с и п о в В.В., Х о л о д н о в В.А. – Письма в ЖТФ, 1985, т. 11, в. 6, с. 362–367.

Поступило в Редакцию
19 апреля 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 15 12 августа 1988 г.

К ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ТМ-ВОЛН

П.И. Х а д ж и, Л.В. Ф е д о р о в,
Е.С. К и с е л е в а

В подавляющем большинстве работ исследование свойств нелинейных поверхностных волн (НПВ) проводится в рамках одноосного приближения для нелинейной среды [1–3]. При этом лишь компонента ε_{xx} диагонального диэлектрического тензора считается зависящей от продольной составляющей электрического поля $\mathcal{E}_x$, тогда как компонента ε_{zz} предполагается константой:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_0 + \alpha \left| \mathcal{E}_x \right|^2, \quad \varepsilon_{zz} = \varepsilon_z = const. \tag{1}$$

Точные решения уравнений Максвелла для такой среды с учетом граничных условий привели к предсказанию ряда замечательных свойств НПВ, не имеющих аналога в линейной теории. Однако до сих пор не ясна роль нелинейности в компоненте ε_{zz} диэлектрического тензора. Отметим, что в [3] наряду с аппроксимацией (1) была предложена аппроксимация, в которой компонента ε_{zz} также является нелинейной функцией поля, причем и в этом случае рассматривалась зависимость компонент диэлектрического тензора от продольной составляющей электрического поля $\mathcal{E}_x$ в виде:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_x + \alpha \left| \mathcal{E}_x \right|^2, \quad \varepsilon_{zz} = \varepsilon_z + \beta \left| \mathcal{E}_x \right|^2, \tag{2}$$

где константы ε_x, ε_z, α и β предполагаются зависящими от частоты распространяющейся волны. Однако точных решений уравне-