АВТОМОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ДИССИПАТИВНОЙ СХОДЯЩЕЙСЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

А.Б. Будько

В последнее время получен ряд автомодельных решений МГД уравнений, описывающих сжатие и разлет плазмы пинчей и различные режимы бездиссипативного цилиндрически симметричного сжатия магнитного поля [1, 2]. В то же время численные оценки и расчеты [3] указывают, что при реально достижимых плотностях энергии потери на излучение оказывают существенное влияние на динамику пинча. Ниже получен пример автомодельного решения, описывающий сходящиеся сильные ударные волны с учетом потерь на тормозное излучение.

Рассмотрим сильную цилиндрически симметричную ударную волну, сходящуюся к оси по идеальному газу с профилем плотности $\rho_0 = \rho_{00} r^{2\chi}$. Пренебрежем всеми диссипативными потерями за исключением потерь на тормозное излучение, газ будем считать прозрачным для излучения. В задаче существуют два размерных параметра, определяющих движение газа (плазмы): коэффициент $\rho_{00} \left[\frac{г}{см^{3+2\chi}} \right]$, определяющий начальный профиль плотности и $\frac{Q_0}{m_i^{2.5}} = \frac{16}{3}\left(\frac{2\pi}{3}\right)^{0.5} \frac{e^6 k^{0.5}}{m_e^{1.5} c^3 \hbar\, m_i^{2.5}} \left[г^{-2}\, \frac{см^7}{c^2} \right]$ – коэффициент, определяющий объемные потери на тормозное излучение, поэтому из анализа размерностей [4] следует, что в рассматриваемом случае существует частное решение уравнений гидродинамики (1)–(3), зависящее от одной переменной $\xi \sim \frac{r}{t^{1/1+\lambda}}$, где $\lambda = -2\chi - 0.5$ (автомодельное решение первого рода):

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial (rnu)}{\partial r} = 0, \tag{1}$$

$$m_i n \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\,\frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial (2nT)}{\partial r} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\,\frac{\partial T}{\partial r} + (\gamma - 1)\,\frac{T}{r}\,\frac{\partial (ru)}{\partial r} + Q_0 n^2 \sqrt{T} = 0. \tag{3}$$

Введем автомодельное представление функций

$$u = \dot{R}\, \xi\, U(\xi), \tag{4}$$

$$T = T_0\, a(t)^{-2\lambda}\theta(\xi), \tag{5}$$

$$n = n_0\, a(t)^{2\varkappa} N(\xi)\sqrt{\xi}, \tag{6}$$

$$a(t) = \frac{R(t)}{R_0} = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/1+\lambda}, \tag{7}$$

$$\xi = \frac{r}{R(t)}, \tag{8}$$

$$T_0 = \frac{m_i R_0^2}{2(\lambda+1)^2 t_0^2}. \tag{9}$$

При подстановке (4)–(9) в уравнение гидродинамики (1)–(3) условие разделения переменных подтверждает единственность выбора автомодельной переменной в виде (7), а для автомодельных профилей $N, U, S = \dfrac{\gamma\theta}{\xi^2(1-U)}$ получается автономная система дифференциальных уравнений (10)–(12):

$$\frac{dU}{d\tau} = (1-U)\left\{\sqrt{1-U}\left(U(U+2\varkappa-0.5)+2S\left(U+\frac{3\varkappa+0.5}{\gamma}\right)\right)+2C_0\sqrt{S}N^2\right\}, \tag{10}$$

$$\frac{dS}{d\tau} = \sqrt{S}\left\{\sqrt{S}\cdot\sqrt{1-U}\left(-\gamma U^2+U(2+\gamma+\lambda(2-\gamma))+2S(1+\varkappa)-2-2\lambda\right)+\gamma C_0 N^2(1-U+S)\right\}, \tag{11}$$

$$\frac{dN}{d\tau} = N\left\{\sqrt{1-U}\left(-1.5U^2-0.5U\cdot S+U(2-2\varkappa-\lambda)+S\left(0.5-2\varkappa+\frac{3\varkappa+0.5}{\gamma}\right)-2\varkappa-0.5\right)+2C_0\sqrt{S}N^2\right\}, \tag{12}$$

$$d\tau = \frac{d\ln\xi}{(1-U)^{1.5}(1-U-S)}, \tag{13}$$

$$C_0 = m_i^{2.5}\frac{n_0^2}{\sqrt{T_0\gamma}}\, t_0\, Q_0. \tag{14}$$

с граничными условиями (15)–(16).

на фронте ударной волны $N = \dfrac{\gamma+1}{\gamma-1}$, $U = \dfrac{2}{\gamma+1}$, $S = \dfrac{2\gamma}{\gamma+1}$, (15)

при $\xi \to \infty$ $N=0$, $U=0$, $S=0$. (16)

Из условия однозначности функций U, S, N и определения (13) следует, что фазовые кривые системы (7)–(9) могут пересекать плоскость $U+S-1=0$ только в особых точках, т.е. когда правые части (10)–(12) обращаются в нуль. Особые точки образуют на плоскости $U+S-1=0$ линию, уравнение которой

$$S^2 - S\left(1+\lambda+2\,\frac{3\varkappa+0.5}{\gamma}\right)+\lambda = 2C_0N^2, \quad U+S-1=0. \tag{17}$$

Легко видеть, что точки, соответствующие фронту ударной волны и пределу $\xi \to \infty$ лежат по разные стороны от плоскости $U+S-1$ = = 0, так что фазовая кривая, описывающая ударную волну, должна пересекать плоскость $U+S-1$ = 0 на особой линии (17). Можно показать, что на особой линии (17) из трех собственных значений одно равно нулю. Продолжение траектории из области $U+S > 1$ в область $U+S<1$ возможно, если два других собственных значения действительны и разных знаков.

Особая точка $U=S=N=0$, соответствующая асимптотическому состоянию при $\xi \to \infty$, является узлом, притягивающим при $\xi \to \infty$, если $\lambda > -1$, т.е. $\varkappa < 0.25$. Далее, поскольку плотности массы и энергии не могут иметь неинтегрируемых особенностей на оси в момент коллапса, заключаем, что $\varkappa > -0.5$. Интервал $\varkappa$, в котором существуют имеющие физический смысл автомодельные решения, еще уже, поскольку должно быть выполнено условие для собственных значений на особой кривой (17). В качестве иллюстрации приведем пример ударной волны, распространяющейся по газу с $\gamma = 2$ с профилем плотности $\rho_0 \sim r^{-0.9}$, т.е. $\varkappa = -0.45$. Траектория в фазовом пространстве U, S, N, отвечающая такой ударной волне, пересекает плоскость $U+S-1=0$ в точке с координатами (0.555, 0.445, 1.93) при ξ = 0.14, а сжатие достигает 1.67.

Необходимо отметить, что в рамках магнитной гидродинамики в общем случае наличия в уравнении баланса энергии (3) члена, отвечающего за потери на излучение или за энерговыделение (например, в термоядерных реакциях) вида $Cn^{\alpha}B^{\beta}T^{\delta}$ существуют автомодельные решения первого рода, описывающие сходящиеся ударные волны. При наличии магнитного поля система уравнений в автомодельных переменных не сводится к автономной, поэтому необходимо исследование интегральных кривых в пятимерном пространстве U, S, N, ξ, B.

В заключение автор выражает благодарность М.А. Либерману и А.Л. Великовичу за плодотворные обсуждения результатов данной работы, а также Л.П. Питаевскому за критические замечания.

Литература

[1] Великович А.Л., Либерман М.А. – ЖЭТФ, 1985, т. 89, в. 4, с. 1205–1219.

[2] Великович А.Л. и др. – ЖЭТФ, 1985, т. 88, в. 2, с. 445–459.

[3] Вихрев В.В. и др. – Физика плазмы, 1986, т. 12, в. 3, с. 328–337.

[4] Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, М.: Наука, 1966. 686 с.

Институт физических проблем им. С.И. Вавилова АН СССР, Москва

Поступило в Редакцию 21 апреля 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 15 12 августа 1988 г.

РЕНТГЕНДИФРАКТОМЕТРИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА СТРУКТУРНОГО СОВЕРШЕНСТВА МОНОКРИСТАЛЛОВ ТЕЛЛУРИДА КАДМИЯ

В.В. Ратников, Л.М. Сорокин,
В.И. Иванов-Омский,
К.Е. Миронов, И.А. Герко,
В.К. Ергаков, В.Н. Меринов

Структурное совершенство кристаллов $CdTe$ приобретает особое значение при их использовании в качестве подложек для эпитаксиального выращивания сплавов $CdHgTe$, определяя совершенство последних. В качестве критерия степени совершенства структуры $CdTe$ до последнего времени использовалась лишь угловая ширина кривой качания на половине ее максимального значения ω (далее – полуширина кривой качания), записываемой на двухкристальном дифрактометре (ДКС) [1, 2]. В настоящей работе оценка совершенства $CdTe$ проводится путем измерения рентгеновской дифракции не только на ДКС, но и на трехкристальном дифрактометре в дифференциальном варианте (ТРС), что позволило увеличить полноту информации о структурном совершенстве как вблизи поверхности, так и в объеме кристалла.

Образцы с ориентацией поверхности (Ш) в виде шайб диаметром до 20 мм вырезались из слитков, выращенных методом Бриджмена, и подвергались последовательно механической, химико-механической и химической полировке. Измерение дифрагированной интенсивности на Mo K_{α_1} -излучении в симметричной геометрии Брегга для отражения H = 333 давало информацию о приповерхностном слое толщиной 20 мкм. В качестве монохроматора был взят $InSb$ (H = 333), причем в ТРС использовался щелевой монохроматор с 3-кратным отражением для повышения разрешения вблизи брегговского пика и схема с вращением анализатора при установке образца в положении $\gamma=\theta-\theta_Б^\circ$, где $\theta_Б^\circ$ – угол Брегга для образца, θ – угол между падающим на образец лучом и отражающей плоскостью [3].

При сканировании вдоль поверхности исследовавшихся образцов параметры регистрируемых ДКС-кривых качания изменялись незначительно, что говорило о высокой степени их однородности. На