

- [8] Greer A. - J. Mater. Science, 1982, v. 17, p. 1117-1124.
- [9] Gerling R., Shimansky F., Wagner R. - J. Non-Cryst. Solids, 1984, v. 61/62, p. 919-924.
- [10] Конобеевский С.Т. В кн.: Действие ядерных излучений на материалы, М.: АН СССР, 1962, с. 1-33.
- [11] Gibbs M., Hugate G. - J. Phys. F: Met. Phys., 1986, v. 16, N 7, p. 809-821.
- [12] Жетбаева М.П., Инденбом В.Л., Кирсанов В.В., Чернов В.М. - Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 19, с. 1157-1161.
- [13] Лифшиц И.М., Каганов М.И., Танатаров Л.В. - Атомная энергия, 1959, т. 6, № 4, с. 391-402.

Поступило в Редакцию  
27 августа 1987 г.  
В окончательной редакции  
16 февраля 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 15 12 августа 1988 г.

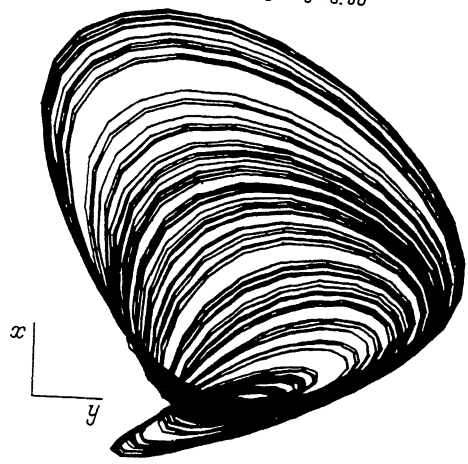
## ХАОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ НЕАВТОНОМНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА СО ЗНАКОПЕРЕМЕННЫМ „ТРЕНИЕМ“

Р. Мицкявичюс, А. Намаюнас,  
Ю. Пожела, А. Тамашявичюс

Ряд нелинейных динамических систем с малым числом степеней свободы при внешнем периодическом воздействии проявляет хаотические свойства. Известные неавтономные системы с хаотическим поведением можно объединить в две основные группы: автогенераторы и нелинейные осцилляторы с затуханием. К первой группе относятся, например, „Брюсселятор“ (модель Пригожина-Лефевра-Николиса), воздействуемый гармоническим возмущением [1], а также неавтономные радиогенераторы Ван-дер-Поля [2, 3]. К второй - самые различные по физической природе осцилляторы, описываемые неавтономным уравнением Дуффинга [4-9].

Недавно обнаружена хаотизация колебаний в системах [10, 11], которые нельзя однозначно отнести к выше упомянутым группам. Такие системы в отсутствие внешней периодической „силы“ являются устойчивыми, т.е. подобны осцилляторам с затуханием, но при внешнем воздействии входят в область неустойчивости и проявляют автоколебательный характер. Эти системы можно назвать потенциально активными осцилляторами. Исследованные в [10, 11] осцил-

$$\omega = 2.2 \quad \alpha = 1.9 \quad b = 3.0 \quad c = 0.98$$



б

$$\omega = 2.2 \quad \alpha = 1.9 \quad b = 3.0 \quad c = 0.98$$

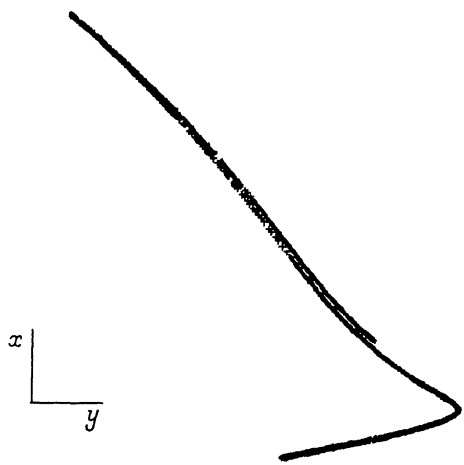


Рис. 1. Фазовый портрет системы (2): а - проекция в плоскость  $XY$ , б - сечение Пуанкаре (стободкопическое изображение через период внешнего сигнала  $\omega t_n = 2\pi n$ ,  $n = 0.1, \dots$ ).

ляторы описываются сложными уравнениями с довольно большим набором нелинейностей.

В настоящей работе показано существование хаотических режимов в простой потенциально активной колебательной системе, описываемой уравнением:

$$\ddot{x} + f(x)\dot{x} + x = a \cdot \sin(\omega t) + c, \quad (1)$$

$$f(|x| < 1) > 0, \quad f(|x| \geq 1) \leq 0,$$

т.е. в системе со знакопеременным „трением“. Единственной нелинейностью в (1) является коэффициент „трения“  $f(x)$ . Следует заметить, что „возвращающая сила“ в (1) линейна.<sup>1</sup>

Уравнению (1) эквивалентна система уравнений:

$$\dot{X} = Y - b \cdot N(X), \quad (2)$$

$$\dot{Y} = -X + a \cdot \sin(\omega t) + c,$$

где  $N(X)$  – нормированная  $N$ -образная функция от  $X$  ( $N(1) = 1$ ). Уравнения (2) описывают, в частности, напряжение и ток в резонансном контуре, содержащем двухполюсник с  $N$ -образной вольтамперной характеристикой, под воздействием внешнего синусоидального сигнала.

В отсутствие внешнего возбуждения ( $a = 0$ ) система (2) имеет единственную стационарную точку:  $X_0 = c$ ,  $Y_0 = bN(c)$ , которая при  $0 \leq |c| < 1$  является устойчивой по отношению к малым возмущениям.

При  $a \neq 0$  уравнения (2) интегрировались численно методом Рунге–Кутты четвертого порядка с обеспечением относительной точности  $10^{-3}$ – $10^{-4}$ , Конкретно в качестве функции  $N(X)$  использовалось эмпирическое выражение:

$$N(X) = \operatorname{sgn}(X) \cdot (1.333 \cdot |X| + 0.211 \cdot X^4) / (1 + 0.544 \cdot X^4), \quad (3)$$

аппроксимирующее зависимость дрейфовой скорости электронов в арсенид-галлиевом диоде Ганна от напряженности электрического поля.

Характер колебаний анализировался с помощью фазовых портретов: проекций фазовой траектории в плоскости  $X\dot{Y}$  и стробоскопических сечений Пуанкаре через период внешнего сигнала. С увеличением амплитуды синусоидального сигнала в системе возникали многопериодические колебания (кроме периодов, кратных двум, обнаруживались, например, трех-, пятитактные циклы). Аналогичные пере-

<sup>1</sup> Обычно исследовались осцилляторы с нелинейной реактивностью [1,3–11], за исключением классического генератора Ван-дер-Поля [2], в котором развитых хаотических режимов не обнаружено.

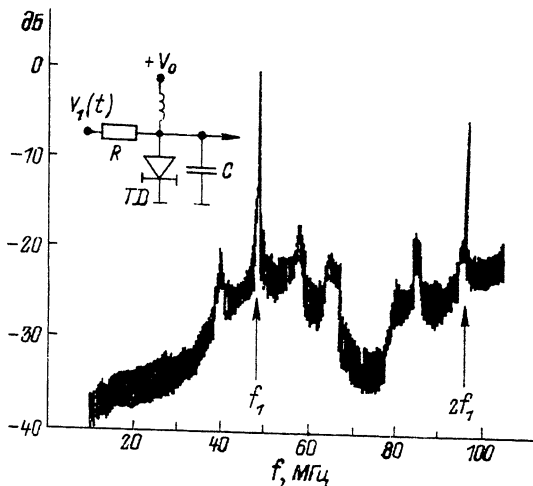


Рис. 2. Амплитудно-частотный спектр сигнала экспериментальной системы, описываемой уравнениями (2). На вставке показана электрическая схема.  $V_0 = 50$  мВ,  $V_1(t) = V_1 \sin(2\pi f_1 t)$ ,  $V_1 = 100$  мВ,  $f_1 = 48$  МГц,  $L = 0.1$  мкГн,  $C = 10$  пФ,  $R = 330$  Ом, TD — ГИЗО4А, нагрузка 50 Ом.

мены характера колебаний имели место при изменении частоты внешнего сигнала. В определенных диапазонах параметров наблюдались хаотические режимы. Иллюстрация одного из таких режимов представлена на рис. 1.<sup>2</sup> Проекция фазового портрета типична для странного аттрактора. Отсутствие квазипериодичности подтверждает незамкнутая кривая в сечении Пуанкаре, полученная из 2000 стробоскопических точек.

Натурный эксперимент проводился с туннельным диодом, подключенным к  $LC$ -колебательному контуру. Постоянное смещение выбиралось меньше напряжения пика вольтамперной характеристики диода. При изменении амплитуды или частоты синусоидального сигнала наблюдалось чередование бифуркационных картин и хаотических режимов. Частотный спектр, соответствующий развитому хаосу, показан на рис. 2.

Авторы выражают благодарность Д. Юнявичюсу за помощь в расчетах на ЭВМ.

<sup>2</sup> Качественно результаты не зависят от конкретной формы функции  $N(X)$ . Аналогичная картина получена, например, для туннельного диода, т.е. существенным для возникновения хаоса является наличие падающего участка в  $N(X)$ .

- [1] Tomita K., Kai T. - Suppl. Progr. Theor. Phys., 1978, N 64, p. 280-294.
- [2] Дмитриев А.С., Кислов В.Я. - Радиотехника и электроника, 1982, т. 27, в. 12, с. 2454-2456.
- [3] Дмитриев А.С., Кислов В.Я., Спиро А.Г. Радиотехника и электроника, 1983, т. 28, в. 12, с. 2430-2439.
- [4] Holmes P. - Phil. Trans. Roy. Soc. London A, 1979, v. 292, N 1394, p. 419-448.
- [5] Ueda Y. - J. Stat. Phys., 1979, v. 20, N 2, p. 181-196.
- [6] Huberman B.A., Crutchfield J.P., Packard N.H. - Appl. Phys. Lett., 1980, v. 37, N 8, p. 750-752.
- [7] Laven R.W., Koch B.P. - Phys. Lett., 1981, v. 86 A, N 2, p. 71-74.
- [8] D'Humieres D., Beasley M.R., Huberman B.A., Libchaber A. - Phys. Rev. A, 1982, v. 26, N 6, p. 3483-3496.
- [9] Kerr W.C., Williams M.B., Bishop A.R., Fessler K., Lomdahl P.S., Trullinger S.E. - Z. Phys. B: Condensed Matter, 1985, v. 59, N 1, p. 103-110.
- [10] Teitsworth S.W., Westervelt R.M. Phys. Rev. Lett., 1986, v. 56, N 5, p. 516-519.
- [11] Bumelienė S.B., Pozhela Yu.K., Pyragas K.A., Tamaševičius A.V. - In: Proc. 18th Int. Conf. on Phys. of Semicond., Stockholm, 1986. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1987, p. 1563-1566.

Институт физики полупроводников  
АН Литовской ССР, Вильнюс

Поступило в Редакцию  
19 октября 1987 г.