[4] T e m k i n R.J., P a u l W., C o o n n e l l G.A.N.- Adv. in Phys., 1973, v. 22, N 5, p. 581-641.

[5] Б о н ч - Б р у е в и ч В.Л. - ЖСХ, 1983, т. 24, в. 4, с. 115-118.

[6] Н а х о д к и н Н.Г., Б а р д а м и д А.Ф., Н о в о с е л ь с к а я А.И., Я к и м о в К.И. - ФТТ, 1987, т. 29, в. 3, с. 715-720.

Поступило в Редакцию

В окончательной редакции 10 мая 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 17 12 сентября 1988 г.

ЭФФЕКТ УПРУГОСТИ СЛОЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В.А. Б а б е ш к о

В работе [1] отмечено, что явление локализации вибрационного процесса, протекающего в полуограниченных областях, может иметь место не только в упругих средах. Ниже, по-видимому, впервые на примере плоской задачи показано, что слой идеальной несжимаемой жидкости толщины $h+r$, на глубине которого вертикально (с частотой ω) колеблется жесткая, горизонтально расположенная пластина массы m и ширины $2b$, при некоторых значениях ширины создает реакцию на пластину с импедансом, имеющим только реактивную составляющую [2].

Таким образом, в этом случае система „слой жидкости - пластина" ведет себя подобно системе „масса - упругая пружина", поэтому при некотором значении массы пластины возможен неограниченный резонанс [1].

Аналогичная задача рассматривалась в [3] в осесимметричной постановке. В ней для конкретных значений параметров найдены комплексные амплитуды давлений на пластину, из чего следует, что импеданс - комплексный.

1. Описанную выше задачу для тяжелой идеальной несжимаемой жидкости в линейной постановке в случае потенциального движения [4] сведем, как это сделано в [3], к интегральному уравнению следующего вида:

$$\int_{-a}^{a} k(x-\xi)\, q(\xi)\, d\xi = s\cos\zeta x - \zeta^{-2}, \quad |x| \le a, \tag{1}$$

$$k(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{\sigma} K(\alpha)\, e^{-i\alpha x}\, d\alpha,$$

$$K(\alpha)=\frac{\alpha\varphi(\varepsilon\alpha,\varepsilon k)(1+\varepsilon)\,sh\,\alpha}{\varepsilon(\alpha^2-\eta^2)\varphi[(1+\varepsilon)\alpha,(1+\varepsilon)k]}, \qquad (2)$$

$$\delta=G[M-Q(0)]^{-1}, \quad q(\pm a)=0, \qquad (3)$$

$$\varphi(\alpha,k)=\alpha\,sh\,\alpha-k\,ch\,\alpha.$$

Здесь принята следующая система безразмерных параметров:

$$\delta=\frac{c}{\omega r},\ \varepsilon=\frac{r}{h},\ k=\frac{h\omega^2}{g},\ a=\frac{b}{h}, \qquad (4)$$

$$M=\frac{m}{\rho r^2},\ G=\frac{iT}{\rho\omega^2 r^3},\ Q(u)=\int_{-a}^{a}q(\xi)e^{iu\xi}d\xi.$$

Здесь c – амплитуда вертикальной скорости пластины, ρ – плоская плотность жидкости, Т – амплитуда вертикальной центральной силы, действующей на пластину, $q(\xi)$ – безразмерная разность давлений на нижнюю и верхнюю плоскости пластины, g – ускорение свободного падения.

2. В формуле (2) величины $\pm\eta$ являются единственными вещественными корнями функции $\varphi(\varepsilon\alpha,\varepsilon k)$. Таким образом, функция $K(\alpha)$ имеет вещественный двукратный ноль $\alpha=0$ и вещественные полюсы $\alpha=\pm\zeta$, $\zeta>0$, являющиеся нулями функции $\varphi[(1+\varepsilon)\alpha,(1+\varepsilon)k]$.

Постоянная δ подлежит определению из условия (3). Интегральное уравнение (1) является одномерным аналогом уравнения (1) из [1], при этом, следуя терминологии этой работы, заключаем, что в нашем случае критическая частота $\omega^*=0$, т. е. излучение энергии на бесконечность в слое происходит на любой частоте $\omega^*=0$. Применив соотношение статичности (6) [1] в нашем случае при $\rho=1$, приходим для определения полуширины пластины, обеспечивающей локализацию вибрационного процесса и исключающей излучение энергии на бесконечность, к уравнению:

$$tg[a\eta+\theta(\eta)]-[a+\theta'(\eta)]\Psi(\eta)+R(a)=0, \qquad (5)$$

$$\theta(\eta)=arctg[Im\,K_0^+(\eta)][Re\,K_0^-(\eta)]^{-1},$$

$$K_0(\eta)=K(\eta)(\eta^2-\zeta^2)\eta^{-2},\ \Psi(\eta)=\eta\sqrt{K_0(\eta)K_0^{-1}(0)},$$

$$K_0(\eta)=K_0^+(\eta)K_0^-(\eta),\quad K_0^+(-\eta)=K_0^-(\eta). \qquad (6)$$

Здесь $K_0^{\pm}(\gamma)$ – результат факторизации функции $K_0(\gamma)$ [5], $R(\alpha)$ – аналитическая функция параметра α, для которой справедлива оценка

$$R(\alpha)=O(\alpha^{-1}), \quad \alpha \gg 1.$$

Легко доказывается, что вещественное уравнение (5) имеет счетное множество корней α_m, для которых справедливо представление

$$\alpha_m=\left[(m+0.5)\pi-\theta(\gamma)-\varphi^{-1}(\gamma)m^{-1}\right]\gamma^{-1}+o(m^{-1}), \quad m \gg 1. \tag{7}$$

Определив α_m, по формулам работы [6] найдем вещественную функцию $q(\xi)$. Мы не обсуждаем вопрос о возможности появления на поверхностях пластины множеств с отрицательным давлением, физически не допустимых. Они могут быть исключены путем повышения постоянного внешнего давления на поверхность жидкости. Внося найденное значение $q(\xi)$ в представление δ (3), замечаем, что при $M=Q(0)$ может произойти неограниченный резонанс, что равносильно переходу движения в вихревое и нелинейное. В остальных случаях при малых скоростях вибрация пластины происходит без потребления энергии, т. е. реакция слоя на пластину подобна реакции пружины на массу.

Л и т е р а т у р а

[1] Б а б е ш к о В.А. – Письма в ЖТФ, 1988, т. 14, № 8, с.

[2] Л е п е н д и н Л.Ф. Акустика. М.: Высшая школа, 1978. 448 с.

[3] Т к а ч е в Г.В. МЖГ, 1978, № 2, с. 3–8.

[4] С т о к е р Д.Д. Волны на воде. М.: ИИЛ, 1959. 595 с.

[5] В о р о в и ч И.И., Б а б е ш к о В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.

[6] Б а б е ш к о В.А. – ДАН СССР, 1987, т. 295, № 2, с. 312–316.

Поступило в Редакцию
11 мая 1988 г.