

- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 622 с.
- [3] Федоров Ф.И. Теория гиротропии. Минск: Наука и техника, 1976. 456 с.
- [4] Новаккий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
- [5] Митюрич Г.С. - ДАН БССР, 1982, т. 26, № 5, с. 414-417.
- [6] Митюрич Г.С., Шалупаев С.В. - ЖТФ, 1987, т. 57, № 1, с. 114-117.
- [7] Гуляев Ю.В., Морозов А.И., Раевский В.Ю. Акуст. ж., 1985, т. 31, № 4, с. 469-474.

Гомельский государственный  
университет

Поступило в Редакцию  
7 мая 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 20

26 октября 1988 г.

## О ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ДИФФУЗНОГО $Z$ -ПИНЧА

А.Б. Будько, А.Л. Великович,  
А.И. Клеев, М.А. Либерман,  
Ф.С. Фелбер

Получение плотной высокотемпературной плазмы в импульсных системах – при сжатии  $Z$ -пинчей, плазменных лайнерах, лазерных или пучковых мишеньей и т.п. – существенно зависит от устойчивости процесса сжатия. Мы рассмотрим здесь задачу об устойчивости динамики сжатия и разлета плазмы на примере диффузного  $Z$ -пинча. Основные неустойчивости при этом обусловлены ускорением плазмы, причем в случае диффузного  $Z$ -пинча, когда отсутствует свободная граница плазма-магнитное поле, наиболее опасными являются конвективные объемные гидромагнитные неустойчивости. Заметим, что оценки, основанные на теории устойчивости равновесных плазменных конфигураций неприменимы, т.к. равновесное состояние плазмы здесь, вообще говоря, не реализуется.

Поскольку время развития неустойчивостей ограничено „временем жизни“ импульсной системы, например, временем сжатия токового канала  $\tau$ , то медленно нарастающие неустойчивости не представляют опасности. Мы будем называть процесс динамически устойчивым, если скорость возрастания любых возмущений не превосходит существенно обратного времени сжатия  $\tau^{-1}/R$ , где  $\kappa$  – характерная скорость, а  $R$  – характерный радиус плазмы.

Для наиболее быстро растущих конвективных гидромагнитных возмущений можно ввести понятие инкремента  $G$  в каждый момент времени. Рассматривая малые смещения плазмы  $\xi(r,t) = \xi(r)\exp(Gt + im\varphi + ikz)$  из цилиндрически-симметричного не-

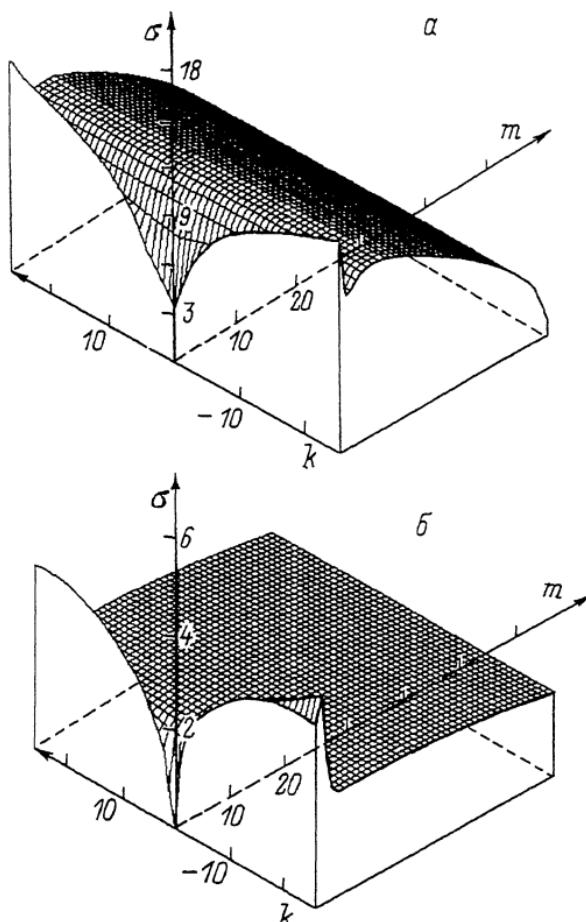


Рис. 1. Спектр инкрементов  $G_{m,k}$  для  $Z$ -пинча с гауссовым профилем плотности при  $\beta = 10^{-4}$ ,  $\rho_s/\rho_m = 8 \cdot 10^{-4}$ ; (а)  $\beta = 0$ ,  $t = 1.3 t_0$ ; (б)  $\beta = 0.02$ ,  $t = t_0$ .

возмущенного положения „равновесия“ в каждой точке  $(r, t)$ , определяемого как

$$\frac{d\rho}{dr} + \frac{1}{4\pi} \left[ B_z \frac{dB_z}{dr} + \frac{B_\varphi}{r} \frac{d}{dr}(rB_\varphi) \right] = \rho g, \quad (1)$$

где  $g = -\left( \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)$  локальное ускорение частиц плазмы, в линейном приближении по малым смещениям, с точностью до членов порядка  $u/R$ , также предполагаемых малыми, условие динамической устойчивости системы можно привести к условию положительной определенности одномерного функционала энергии, зависящего от профиля  $\xi_r(r)$  радиальной компоненты смещения:

$$W = \int_0^R dr \left\{ K \left[ \frac{d}{dt} (r\xi_r) \right]^2 + rL \xi_r^2 \right\} > 0, \quad (2)$$

где  $R_s(t)$  - внешняя граница плазмы или  $\infty$ ,

$$K = \frac{F^2}{rD} \left[ \rho \sigma^2 \left( \frac{B^2}{4\pi} + \gamma p \right) + \gamma p f^2 \right],$$

$$L = F^2 + \frac{B_\varphi}{2\pi} \frac{d}{dr} \left( \frac{B_\varphi}{r} \right) + g \frac{d\rho}{dr} - \frac{1}{D} \left[ \rho g^2 \left( k^2 + \frac{m^2}{r^2} \right) F^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\pi r} \rho^2 \sigma^2 k B_\varphi \left( k B_\varphi - \frac{m}{r} B_z \right) + \frac{k^2 B_\varphi^2}{\pi r^2} \left( \rho \sigma^2 \frac{B^2}{4\pi} + \gamma p f^2 \right) \right] - \quad (3)$$

$$-r \frac{d}{dr} \left\{ \frac{k B_\varphi}{\pi r^2 D} \left( k B_\varphi - \frac{m}{r} B_z \right) \left[ \rho \sigma^2 \left( \frac{B^2}{4\pi} + \gamma p \right) + \gamma p f^2 \right] + \frac{\rho^2 \sigma^2 g f^2}{r D} \right\},$$

$$f^2 = \frac{1}{4\pi} \left( k B_z + \frac{m}{r} B_\varphi \right)^2, \quad F^2 = \rho \sigma^2 + f^2, \quad B^2 = B_\varphi^2 + B_z^2,$$

$$D = \rho^2 \sigma^4 + \left( k^2 + \frac{m^2}{r^2} \right) \left[ \rho \sigma^2 \left( \frac{B^2}{4\pi} + \gamma p \right) + \gamma p f^2 \right].$$

В плотность энергии (2) включена кинетическая энергия малых возмущений. Положительная определенность интеграла (2), эквивалентная динамической  $\sigma$ -устойчивости (см. [1]) означает, что ни одна из ( $m, k$ ) - компонент возмущения в данный момент не растет быстрее, чем  $\exp(\sigma t)$ . В силу  $K > 0$  достаточное условие динамической  $\sigma$ -устойчивости есть  $L \geq 0$ . Минимальное значение параметра  $\sigma$ , для которого движение в данный момент  $\sigma$ -устойчиво, очевидно, совпадает с максимальным для данного момента времени инкрементом. Последний определяется из краевой задачи для уравнения Эйлера, соответствующего функционалу (2)

$$\frac{d}{dr} \left[ K \frac{d}{dr} (r \xi_r) \right] - L \xi_r = 0, \quad (4)$$

граничные условия которой ( $r \xi_r = 0$  на оси и на внешней границе плазмы) выделяют класс объемных конвективных неустойчивостей. Можно показать, что собственные значения  $\sigma^2$  этой краевой задачи действительны, причем положительные  $\sigma^2$ , отвечающие инкрементам неустойчивости, для любых  $m$  и  $k$  образуют дискретный спектр, сгущающийся к нулю, как и в соответствующей стационарной задаче [1, 2]: Максимальному инкременту  $\sigma = \sigma_{m,k}$  отвечают изолированное собственное значение и собственная функция, не имеющая нулей между осью и внешней границей плазмы.

Решение данной краевой задачи позволяет получить полную информацию о развитии возмущений на фоне нестационарного течения плазмы, задаваемого посредством одномерного численного моделирования или аналитически. Точность метода характеризуется малостью параметра  $\mu/\sigma_{m,k} R$ ; таким образом, инкременты опасных,

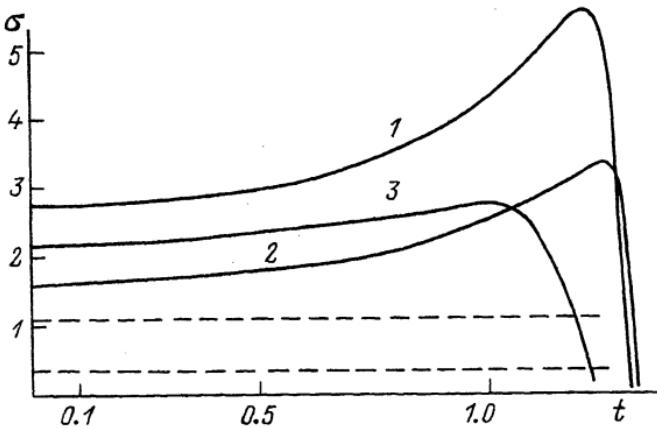


Рис. 2. Изменение инкрементов со временем в процессе сжатия плазмы в пинче для мод  $m = 0$  и  $m = 1$ ,  $B = 0$  (кривые 1 и 2 соответственно),  $m = 0$ ,  $B = 0.02$  (кривая 3). Пунктирные линии отвечают инкрементам  $\sigma(m = 0)$  (верхняя) и  $\sigma(m = 1)$  (нижняя), отвечающим стационарному пинчу с теми же профилями плотности и тока. Для всех кривых  $\beta = 0.1$ ,  $kR_o = 30$ .

быстро растущих мод возмущения, вычисляются относительно точно, тогда как неточность определения малых инкрементов несущественна для общего вывода о динамической устойчивости рассматриваемого течения.

Для аналитического решения задачи удобно воспользоваться автомодельными решениями [3, 4], описывающими невозмущенное течение плазмы. В частности, для диффузного  $Z$ -пинча с гауссовым профилем плотности имеем [3]

$$\rho = \rho_0 \alpha(t)^{-2} e^{-\eta^2/2}, \quad \alpha_r = R_o \dot{\alpha}(t) \eta, \quad \rho = \rho_0 \alpha(t)^{-2} e^{-\eta^2/2}, \quad (5)$$

$$B_p = B_0 \alpha(t)^{-1} \frac{1}{2\eta} \left[ 1 - e^{-\eta^2/2} \left( \frac{\eta^2}{2} + 1 \right) \right]^{1/2}, \quad B_z = \sqrt{B} B_0 \alpha(t)^{-2} e^{-\eta^2/4},$$

где  $\eta = r/R(t)$  – автомодельная координата, совпадающая с лагранжевой координатой частицы плазмы,  $R(t)$  – характерный радиус  $Z$ -пинча,  $R_o = R(t=0)$ ,  $\rho_0, \rho_0, B_0$  – нормировочные константы. Временная зависимость  $\alpha(t) = R(t)/R_o$  определяется уравнением

$$t_o^2 \ddot{\alpha} + \alpha^{-1} - \beta \alpha'^{-2} - \beta \alpha^{-3} = 0 \quad (6)$$

с начальными условиями  $\alpha(0) = 1$ ,  $\dot{\alpha}(0) = 0$ . Здесь  $t_o = R_o (4\pi\rho_0/\beta)^{1/2}$ ;  $\beta = 4\pi\rho_0/B_0^2$ ; параметр  $\beta = B_{z0}^2/B_{p0}^2$  характеризует относительную роль давления продольного магнитного поля;  $\vartheta = -\dot{\alpha}(t) R_o \eta$ .

Спектры инкрементов  $\sigma_{m,k}$  для невозмущенного течения (5)–(6) в моменты  $t = 1.3t_o$  и  $t = t_o$  представлены на рис. 1 для

пинча без продольного магнитного поля (а) и в присутствии относительно малого продольного поля  $B = 0.02$  (б). Отметим существенное отличие от результатов теории устойчивости стационарного диффузного  $Z$ -пинча. Помимо перетяжек ( $m = 0$ ) и винтовых ( $m = 1$ ) неустойчивостей, всегда присутствуют почти столь же быстро растущие неустойчивости с  $m \gg 1$ , что объясняет практически всегда наблюдаемую в скимающихся  $Z$ -пинчах филаментацию плазмы. Инкременты неустойчивостей, обусловленных ускорением плазмы при сжатии пинча, в течение всего времени сжатия превышают соответствующие значения, даваемые стационарной теорией, как это видно из рис. 2, где представлены значения  $\delta$  для мод с  $m = 0$  (кривая 1) и  $m = 1$  (кривая 2), а соответствующие значения для стационарного пинча показаны пунктирными прямыми; кривая 3 отвечает моде  $m = 0$  для  $B = 0.02$ .

Из достаточного условия устойчивости  $L \geq \beta \ln k R_s$  при  $\beta \ll 1, k R_s \gg 1$  в отсутствие продольного поля находим инкремент нарастания перетяжек ( $m = 0$ ):

$$\delta_{0,\infty} = \frac{\sqrt{2}}{\alpha t_0} \left( \ln \frac{\rho_m}{\rho_s} + 1 \right)^{1/2}, \quad (7)$$

где  $\rho_m$  и  $\rho_s$  — значения плотности плазмы на оси пинча и на его внешней границе, при  $r = R_s(t)$ . Величина  $\delta_{0,\infty}$  не зависит от того, обрезается ли гауссов профиль плотности на уровне  $\rho_s$ , или же сменяется в этом месте произвольным степенным профилем, простирающимся до стенок или до бесконечности.

Инкременты неустойчивостей с  $m \gg 1$  при  $B = \beta = 0$  есть

$$\delta_{\infty,k} = \frac{1}{\alpha t_0} \left\{ \max \left[ \frac{1}{B_\varphi} \frac{d}{dr} (r B_\varphi) \right] \right\}^{1/2} \quad (8)$$

(на рис. 1 соответствующая асимптотика на бесконечности не достигается из-за конечности  $\beta$ ).

В пределе  $k \rightarrow \infty$  для  $\beta \rightarrow 0$  и при конечных значениях продольного магнитного поля находим:

$$\delta_{m,\infty} = \frac{1}{\alpha t_0} \left\{ \max \left[ \frac{B_z^2}{B^2} \frac{d \ln B_z}{d \ln r} + \frac{B_\varphi^2}{B^2} \left( \frac{d \ln B_\varphi}{d \ln r} + 1 \right) \right] \right\}. \quad (9)$$

Хотя эффект стабилизации плазмы пинча продольным магнитным полем хорошо известен из теории устойчивости стационарного пинча (см. критерии Шафранова-Крускала и Сайдема [5]), замечательно, что несмотря на то, что инкременты, обусловленные динамикой сжатия, существенно превышают соответствующие величины для стационарного пинча, условия динамической стабилизации пинча продольным полем несравненно более мягкие. Так, для динамической стабилизации диффузного  $Z$ -пинча достаточно продольного поля, давление ко-

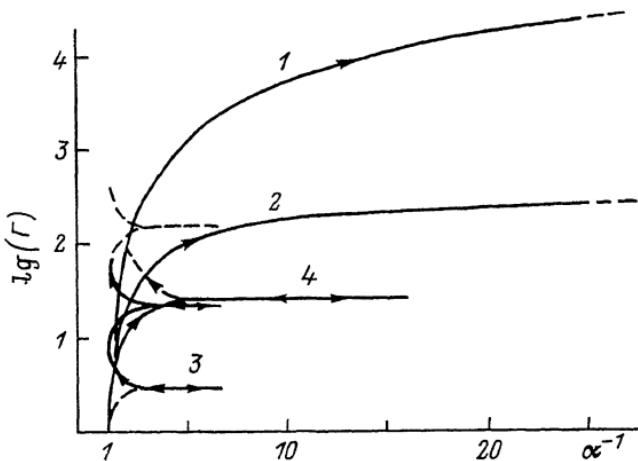


Рис. 3. Рост возмущений в зависимости от степени радиального сжатия для  $m = 0$ : (1)  $kR_o \gg 1$ ,  $\delta = \beta = 0$ ; (2)  $kR_o = 30$ ,  $\beta = 0.01$ ,  $\delta = 0$ ; (3)  $kR_o = 30$ ,  $\beta = 0.01$ ,  $\delta = 0.05$ ; (4)  $kR_o = 30$ ,  $\beta = 0.01$ ,  $\delta = 0.02$ .

торого составляет всего несколько процентов от давления азимутального поля  $B_\phi$ . Именно это обстоятельство позволяет получать сверхсильные магнитные поля при сжатии магнитного потока в плазменном лайнере  $Z$ -пинча [6, 7].

Используя квазиклассическую оценку для роста возмущений за конечное время  $t$ :  $\Gamma_{m,k} = \exp[\int \delta m_{k,t}(t') dt']$ , найдем, например, используя (7), для перетяжек при  $\delta = 0$ ,  $\beta \rightarrow 0$ :

$$\Gamma(\alpha) = \exp \left\{ 2 \left[ \ln \frac{\rho_m}{\rho_s} + 1 \right] \ln \frac{1}{\alpha(t)} \right\}^{1/2}. \quad (10)$$

Зависимость роста возмущений от степени радиального сжатия показана на рис. 3, где кривые 1–4 отвечают соответственно (1) сжатию пинча при  $\delta = \beta = 0$ ; (2) сжатию при конечном давлении и  $\delta = 0$ ; (3) динамической стабилизации магнитным полем, допускающим несколько пульсаций без разрушения начальной симметрии, но заметно уменьшающим радиальное сжатие,  $\delta = 0.05$ ,  $\beta \neq 0$ ; (4) динамической стабилизации, отвечающей некоторому максимально допустимому уровню роста возмущений за время  $\tau$ , и максимальной возможной при этом степени радиального сжатия,  $\beta \neq 0$ ,  $\delta = 0.02$ . В соответствии с кривыми 3, 4, в недавних экспериментах [6, 7] действительно наблюдалось до четырех пульсаций  $Z$ -пинча, тогда как радиальное сжатие плазмы достигало максимальной величины  $\alpha^{-1} = 14-21$  при меньших значениях  $\delta \approx 10^{-2}$ . В то же время радиальное сжатие плазмы при  $\delta = 0$  без существенного нарушения исходной симметрии в тех же условиях не превышало 5–6 кратного.

## Л и т е р а т у р а

- [1] G o e d b l o e d J.P., S a k a n a k a P.H. Phys. Fluids, 1974, v. 17, p. 908.
- [2] G r a d H. - Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 1973, v. 70, p. 3377.
- [3] F e l b e r F.S. - Phys. Fluids, 1982, v. 25, p. 643.
- [4] L i b e r m a n M.A., V e l i k o v i c h A.L., F e l b e r F.S. In: Megagauss Technology and Pulsed Power Applications, New York: Plenum Press, 1987, p. 107.
- [5] К а д о м ц е в Б.Б. Гидромагнитная устойчивость плазмы. В сб.: Вопросы теории плазмы. Вып. 2. М.: Атомиздат, 1963.
- [6] F e l b e r F.S. et al. In: Megagauss Technology and Pulsed Power Applications, p. 117.
- [7] F e l b e r F.S. et al. - Laser and Particle Beams, 1987, v. 5, p. 699.

Поступило в Редакцию  
5 июля 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 20                    26 октября 1988 г.

### ХАРАКТЕРИСТИКИ ФОТОПРИЕМНИКОВ С ВНУТРЕННИМ УСИЛЕНИЕМ НА ОСНОВЕ ЛАВИННЫХ ГЕТЕРОСТРУКТУР С ТОНКИМ ШИРОКОЗОННЫМ СЛОЕМ

В.В. О с и п о в, А.А. П а н к р а т о в,  
В.А. Х о л о д н о в

Интерес к гетероструктурам (ГС) с „тонким“ широкозонным слоем (ШС) как фоточувствительным элементам с внутренним усилением [1-7] обусловлен прежде всего технологической возможностью создания больших однородных фоточувствительных площадок, не содержащих микроплазм [1]. Импульсный МДП лавинный фото-приемник (ЛФП) [6, 7], работающий в условиях нестационарного обеднения полупроводниковой подложки, помимо преимуществ перед  $p-n$  ЛФП, имеет и недостатки. Один из них заключается в дополнительном шуме, обусловленном генерацией носителей с поверхностных состояний (ПС) на гетерогранице [6, 8]; другой связан с временными интервалами „молчания“ и необходимостью использования специальных источников переменного напряжения.

В данной работе изложены результаты теоретического анализа малосигнальных характеристик ЛФП на основе ГС с „тонким“ ШС,