Письма в ЖТФ, том 15, вып. 2 26 января 1989 г.

01; 05.2; 09

КРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ $1/f$ ШУМА В ПЕРКОЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

А.Е. Морозовский, А.А. Снарский

В проводниках, при протекании по ним тока наблюдаются флуктуации токов или напряжения, которые принято характеризовать относительной спектральной плотностью шума ПШ – φ. Во многих случаях $\varphi \sim f^{-\gamma}$, где $\gamma \approx 1$. Такой вид шума принято называть фликкер-шумом или шумом $1/f$. Особенно велик $1/f$ шум в неоднородных системах [1]. В связи с этим возникает задача: считая ПШ в каждой из фаз известным, найти ПШ φ^e макроскопически неоднородной системы вблизи порога протекания. В последнее время этой задаче уделяется значительное внимание (см., например, [2–4]). Согласно [2–4], ПШ вблизи порога протекания p_c ведет себя критическим образом

$$\varphi_+^e \sim \varphi_1 \tau^{-k}, \quad \varphi_-^e \sim \varphi_2 |\tau|^{-k'}, \quad \tau = p - p_c, \tag{1}$$

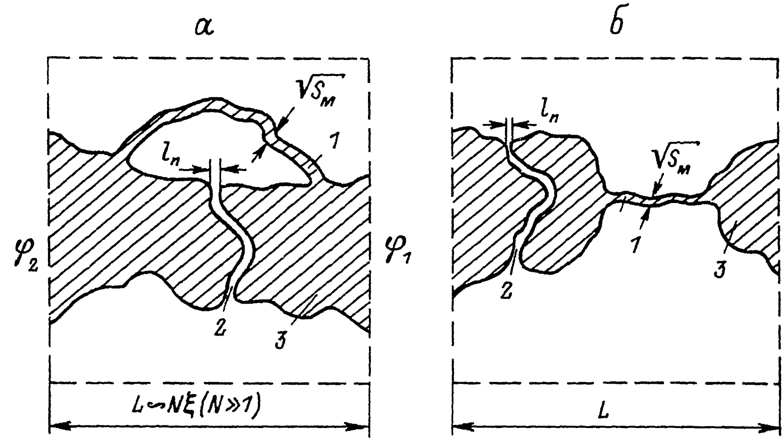
и характеризуется критическими индексами k ($p > p_c$) и k' ($p < p_c$), где p – концентрация хорошо проводящей фазы, φ_1 – ПШ хорошо, φ_2 – плохо проводящих фаз.

Несмотря на то что двухсторонние оценки k и k' [3] и их значения, полученные ренормгрупповым методом, хорошо согласуются с численными расчетами для решеточных моделей [2,5], говорить о соответствии теории, приводящей к (1), и эксперимента, по-видимому, рано. Во-первых, φ_+^e и φ_-^e должны совпадать друг с другом в области размазки Δ (т.е. при $|\tau| \ll \Delta$ [6]), что при произвольных φ_1 и φ_2 невозможно. Во-вторых, как следует из реальных, а не модельных экспериментов $\varphi_+^e \sim \tau^{-\alpha}$, где $\alpha_3 = 5 \pm 1$ [7], $\alpha_2 = 6.27 \pm 0.08$ [8], что значительно выходит за рамки двухсторонних ограничений для k как для трехмерного случая $1.01 \leqslant k_3 \leqslant 1.56$, так и двухмерного $0.51 \leqslant k_2 \leqslant 1.40$ (нижний индекс – мерность задачи) [9]. Ниже будут получены выражения для ПШ, позволяющие, по-видимому, снять оба противоречия.

Общее выражение φ^e имеет вид [2, 10]

$$\varphi_{V_0}^e = \frac{1}{V_0} \frac{\langle c(\vec{r})[\sigma(\vec{r})(\vec{E}(\vec{r}))^2]^2 \rangle}{(\sigma^e \langle \vec{E}(\vec{r}) \rangle^2)^2}, \tag{2}$$

где $\varphi_{V_0}^e$ – ПШ в объеме V_0; c – величина, связанная с ПШ φ_V в объеме V следующим образом: $c = \varphi_V \cdot V$; $\sigma(\vec{r})$, σ^e – удельная и эффективная проводимости; $\vec{E}(\vec{r})$ – напряженность электрического поля. Таким образом, для определения ПШ необходимо знать не только σ^e и $\sigma(\vec{r})$, но и распределение электрического



Модель структуры среды вблизи порога протекания.

а) $p > p_c$, заштрихована хорошо проводящая фаза, 1 – мостик толщиной $\sqrt{s_M}$ в трехмерном и b_M в двухмерном случаях, l_M – его длина; 2 – прослойка плохо проводящей фазы, толщиной $l_П$ и площадью $s_П$; 3 – база, с характерным размером ξ, $\xi \approx a_0|\tau|^{-\nu}$.
б) 2 – прослойка ($p<p_0$). $V_M = a_0^2 l_M$ – объем мостика, $V_П = a_0 s_П$ – прослойки, $V \sim \xi^3$, $b_M \approx a_0$, $s_M \approx a_0^2$, $l_П \approx a_0$, a_0 – характерный размер „кубиков", из которых состоит случайно неоднородная среда.

поля, джоулева тепловыделения, что невозможно без обращения к моделям сред вблизи p_c. Первой моделью (ток течет только по одножильным каналам мостика) была модель Скал–Шкловского [11]. Значение тонких прослоек плохо проводящей фазы при $p < p_c$ было рассмотрено в [12]. В [13–15] была предложена конкретная геометрия этих „слабых мест" – мостиков и прослоек (см. рисунок)

$$\frac{s_M}{l_M\xi} \sim |\tau|^{t_3}, \quad \frac{\xi^2 l_M}{s_M l_П} \sim |\tau|^{-(t_3+q_3)}, \quad \frac{s_П}{l_П\xi} \sim |\tau|^{-q_3}, \tag{3}$$

в трехмерном случае, и

$$\frac{b_M}{l_M} \sim |\tau|^{t_2}, \quad \frac{\xi l_M}{b_M l_П} \sim |\tau|^{-(t_2+q_2)}, \quad \frac{b_П}{l_П} \sim |\tau|^{-q_2} \tag{4}$$

в двухмерном, где t и q критические индексы проводимости.

Используя модели „слабого звена" [13, 14], легко оценить ПШ; например, для $p > p_c$ токи и напряжения на мостике и прослойке (см. рисунок, а) равны: $\dot{j}_1 \approx \Delta\varphi / R_1 a_0^2$, $E_1 \approx \Delta\varphi / l_M$, $\dot{j}_2 \approx \Delta\varphi / R_2 S_n$, $E_2 \approx \Delta\varphi / a_0$, где $R_1 \approx l_M / \sigma_1 a_0^2$, $R_2 \approx \approx a_0 / \sigma_2 S_n$ – сопротивления мостика и прослойки; σ_1, σ_2 – проводимости фаз ($\sigma_2/\sigma_1 \ll 1$). Подставляя $\dot{j}_{1,2}$ и $E_{1,2}$ в выражение (2), которое для рассматриваемого случая примет вид

$$\varphi_+^l \approx (\varphi_1 \dot{j}_1^2 \vec{E}_1^2 V_M / V + \varphi_2 \dot{j}_2^2 \vec{E}_2^2 V_n / V) a_0^3 / (\sigma^e \langle \vec{E} \rangle^2)^2 V_0, \quad (5)$$

где $V_M = a_0^2 l_M$, $V_n = a_0 S_n$, $V \sim \xi^3$, получим
Аналогично вычисляется и φ_-^e. Записав $\varphi_\pm^e$ в общем виде

$$\varphi_+^e \sim \varphi_1 \tau^{-k} + \varphi_2 \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2 \tau^{-w}, \quad \varphi_-^e \sim \varphi_2 |\tau|^{-k'} + \varphi_1 \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2 |\tau|^{-w'}, \quad (6)$$

для критических индексов k, k', w и w' с учетом (3–4) получаем

$$k = 2\nu(d-1) - t, \; w = q + 2(t+\nu), \; k' = 2\nu - q, \; w' = 2q + t + 2\nu(d-1). \quad (7)$$

Первые слагаемые в (5) совпадают с известными из литературы выражениями φ^l (1), а k и k' хорошо согласуются с известными численными значениями как в двух и трехмерном случаях, так и в случае критической размерности $d_c = 6$: $k_2 = k_2' = 1.33$ (1.34), $k_3' = 0.82$ (0.66), $k_3 = 1.8$ (1.5), $k_6 = 12$ (12) [4] (в скобках приведено литературное значение; $t_2 = q_2 = \nu_2 = 4/3$, $t_3 = 1.8$, $q_3 = 0.98$, $\nu_3 = 0.9$).

Вторые слагаемые в (6), содержащие малый сомножитель σ_2/σ_1, могут вносить значительный вклад в ПШ. Например, ПШ на пороге протекания (в области размазки) φ_0^e следует из (6) при замене τ на Δ ($\Delta = \tau^\alpha$, $\alpha = 1/(t+q)$), при этом второе слагаемое в φ_+^e совпадает с первым в φ_-^e и наоборот, таким образом, как и должно быть, $\varphi_+^e(\Delta) = \varphi_-^e(\Delta)$. В двумерном случае, т.е. для сред Дыхне [16],

$$\varphi_0^e \sim (\varphi_1 + \varphi_2) \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}. \quad (8)$$

Как правило, ПШ обратно пропорциональна проводимости $\varphi_1/\varphi_2 \sim \sigma_2/\sigma_1$. В этом случае при $\Delta \ll \tau \ll \Delta^m$, где $m = (t+q)/(q+3t-2\nu)$ (что всегда возможно при достаточно большой неоднородности, т.к. $0 < m < 1$), второе слагаемое φ_+^e будет больше первого и ПШ будет определяться критическим индексом w, а не k. Оценки для w дают $w_3 = 2t_3 + q_3 + 2\nu_3 \approx 6.4$, $w_2 = 2t_2 + q_2 + 2\nu_2 \approx 6.7$, что удовлетворительно согласуется с экспериментом [7] $\alpha_3 = 5 \pm 1$ и [8] $\alpha_2 = 6.27 \pm 0.08$.

Авторы благодарны А.М. Дыхне, А.Н. Махлину и А.Я. Шику за обсуждение работы.

Литература

[1] Коган Ш.М. // УФН. 1977. Т. 123. В. 1. С. 131-136.
[2] Rammal R., Tannous C., Tremblay A.-M.S. // Phys. Rev. A. 1985. V. 31. N 4. P. 2662-2671.
[3] Wrigt D.C., Bergman D.J., Kantor Y. // Phys. Rev. B. 1986. V.33. N1. P.396-401.
[4] Parck Y., Harris B., Lubensky T.C. // Phys. Rev. B. 1987. V. 35. N 10. P. 5048-5055.
[5] Hui P.M., Stroud D. // Phys. Rev. B. 1986. V. 33. N 3. P. 2077-2080.
[6] Efros A.L., Shklovskii B.I. // Phys. Stat. Sol. (B). 1976. V. 76. N 2. P. 475-485.
[7] Chen C.C., Chou Y.C. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. N 23. P. 2529-2532.
[8] Mantese J.V., Webb W.W. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. N 20. P. 2212-2215.
[9] Rammal R. // J. Phys. Lett. (Fr.). 1985. V. 46. N 4. L. 129-136.
[10] Wolf M., Müller K.-H. // Phys. Stat. Sol. (a). 1985. V. 92. N 2. P. 151-153.
[11] Скал А.С., Шкловский Б.И. // ФТП, 1974. Т. 8. В. 8. С. 1586-1592.
[12] Шкловский Б.И. // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. В. 1. С. 288-295.
[13] Снарский А.А. // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. В. 4. С.1405-1410.
[14] Морозовский А.Е., Снарский А.А. Препринт ИМФ АН УССР № 20, Киев, 1987, 14 с.
[15] Лукьянец С.П., Снарский А.А. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. В. 7. С. 301-307.
[16] Дыхне А.М. // ЖЭТФ. 1970. Т. 59. В. 7. С. 110-115.

Институт металлофизики
АН УССР, Киев

Поступило в Редакцию
25 ноября 1988 г.