

05.2; 09

РАЗВИТИЕ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ
МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН (МСВ)
В ФЕРРИТОВЫХ ПЛЕНКАХ

Г.М. Дудко, Ю.А. Филимонов

1. Нелинейные свойства МСВ в ферритовых пленках представляют интерес как с точки зрения физических, так и прикладных исследований [1]. Одним из ярких проявлений нелинейности МСВ является модуляционная неустойчивость монохроматических МСВ, обусловленная четырехмагнонными процессами самовоздействия [1-3]. В физическом эксперименте [3] исследование модуляционной неустойчивости за порогом ее возникновения показало сложную динамику МСВ с изменением мощности волны P . В данной работе численно исследовано развитие модуляционной неустойчивости МСВ в ферритовых пленках с помощью нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) [1]:

$$i \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + v_g \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \zeta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \gamma |\varphi|^2 \varphi + i \alpha \varphi = 0, \quad (1)$$

где $\varphi = \varphi(x, t)$ - комплексная амплитуда волны, связанная с переменной намагниченностью \vec{m} и намагниченностью насыщения феррита M_0 соотношением $|\varphi|^2 = \frac{|\vec{m}|^2}{2M_0^2}$; коэффициенты $\zeta = \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}$, $\gamma = \frac{\partial \omega}{\partial |\varphi|^2}$, $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$, $\alpha = \gamma \Delta H$ характеризуют дисперсионное расщепление, нелинейность, групповую скорость и диссипацию МСВ соответственно; ω и k - частота и волновое число МСВ.

2. Уравнение (1) описывает модуляционную неустойчивость (неустойчивость относительно малых продольных возмущений \vec{x} волнового вектора \vec{k} , $\frac{|\vec{x}|}{|\vec{k}|} \ll 1$) при выполнении критерия Лайтхилла [4, 5]:

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial |\varphi|^2} < 0. \quad (2)$$

Условие (2) применительно к МСВ справедливо, например, для прямых объемных МСВ (ПОМСВ) [1-3], имеющих $\zeta < 0$, $\gamma > 0$. Граничные условия для НУШ записывались в виде

$$\varphi(0, t) = \varphi_0, \quad \varphi(L, t) = 0, \quad (3)$$

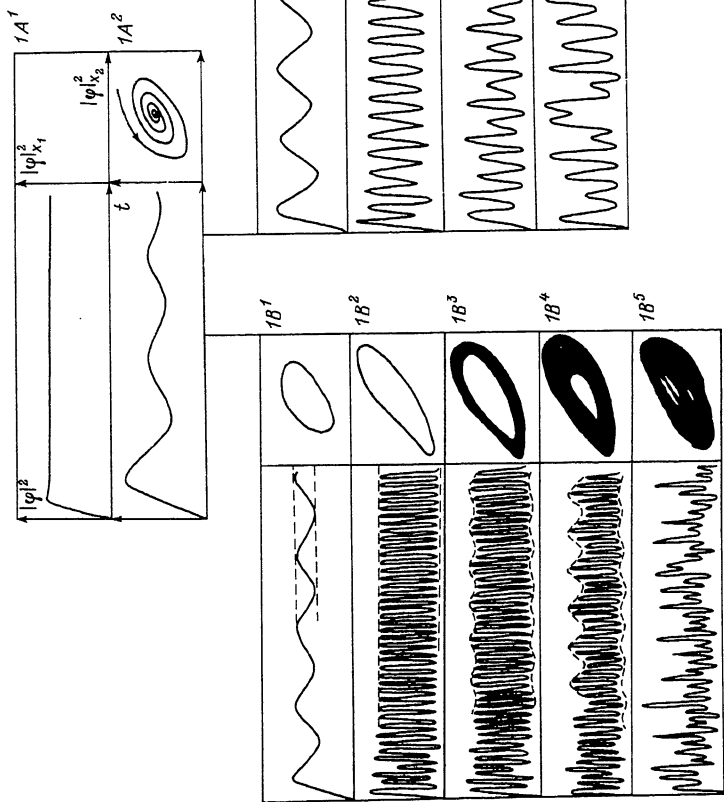
где L - длина ферритовой пленки ($0 \leq x \leq L$), которая выбиралась достаточно большой ($L \approx 3$ см) с тем, чтобы МСВ можно было считать при $x=L$ полностью затухшей.

При решении (1), (3) применялась чисто неявная разностная схема. Система линейных уравнений решалась методом прогонки. Нелинейный член уточнялся методом простых итераций.

Исследовалось поведение мощности МСВ $P = P(x, t) \sim |\varphi(x, t)|^2$ во времени $t (x = const)$ и вдоль координаты $x (t = const)$ при различных значениях амплитуды волны φ_0 на входе. Далее для удобства будем пользоваться нормированной мощностью $P = |\varphi_0|^2$, которую можно связать с реальной мощностью оценочной формулой [2] $P \approx |\varphi_0|^2 \cdot M_0^2 \cdot \dot{U}_g \cdot d \cdot W$, где d и W — толщина и ширина пленки феррита. Для наглядности строились проекции фазового портрета системы на плоскость, где по одной из осей откладывалось значение $|\varphi(x, t)|^2$ в точке x_1 системы, а по другой — значение этой же величины в точке x_2 .

3. Было обнаружено, что пороговые мощности P_{II} возникновения самомодуляции и эволюция огибающей МСВ в процессе развития модуляционной неустойчивости зависят от соотношения коэффициентов \dot{U}_g, ζ, γ и α , входящих в (1). Так, для фиксированных параметров диссипации $\alpha = 4.4 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$ и нелинейности $\gamma = 3 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, характерных для ПОМСВ в пленках железо-иттриевого граната (ЖИГ) с $4\pi M_0 = 1750 \text{ Гс}$ и шириной линии ФМР $2\Delta H = 0.5 \text{ Э}$ [1-3.6], пороги возникновения модуляции составляли от $P_{II} = 10^{-2}$ при $\dot{U}_g = 2 \cdot 10^6 \text{ см/с}$, $\zeta = -10^5 \text{ см}^2/\text{с}$ до $P_{II} = 4 \cdot 10^{-4}$ при $\dot{U}_g = 6 \cdot 10^4 \text{ см/с}$, $\zeta = -2 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{с}$. Выбранные значения \dot{U}_g и ζ характерны для участков „сильной“ дисперсии и в спектре ПОМСВ, например, могут отвечать положению „рабочей точки“ на нижнем частотном крае „обменной щели“ [3] или случаю субмикронных пленок ЖИГ [6].

Рассмотрим при выбранных значениях γ и α некоторые возможные пути развития модуляционной неустойчивости МСВ в зависимости от P . При мощности $P < P_{II}$ распространение МСВ носит линейный характер, что выражается в асимптотическом стремлении огибающей МСВ к стационарному во времени значению и наличию при этом в фазовом пространстве (ФП) устойчивой точки — узла (рис. 1, A¹) или фокуса (рис. 1, A²). Для коэффициентов $\dot{U}_g = 7 \cdot 10^5 \text{ см/с}$, $\zeta = -2.4 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{с}$ волна самомодулируется при $P_{II} = 10^{-3}$. Огибающая МСВ начинает осциллировать с частотой $F_1 = 6 \text{ МГц}$, и в ФП в окрестности фокуса рождается предельный цикл (рис. 1, B¹), происходит бифуркация Андронова-Хопфа. Дальнейшее изменение P до $P_1 = 6 \cdot 10^{-3}$ приводит к росту F_1 до 46 МГц. Предельный цикл при этом искажается, что означает обогащение спектра волны модуляции гармониками частоты F_1 (рис. 1, B²). При мощности $P_2 = 6.7 \cdot 10^{-3}$ происходит вторая бифуркация Андронова-Хопфа и движение огибающей становится квазипериодическим — наряду с частотой $F_1 = 50 \text{ МГц}$ появляется некротная первой частота $F_2 = 9.8 \text{ МГц}$, а в ФП рождается двумерный тор (рис. 1, B³). Дальнейший рост мощности приводит к развитию двухчастотного квазипериодического движения (рис. 1, B⁴), которое при $P_4 = 7.1 \cdot 10^{-3}$ разрушается и становится неперiodическим (рис. 1, B⁵). По-видимому, при выбранных значениях пара-



метров наблюдалось рождение шума по сценарию Рюэлля-Такенса через разрушение двумерного инвариантного тора [7].

Качественно иная эволюция огибающей МСВ наблюдается при значениях $U_g = 6 \cdot 10^4$ см/с, $\zeta = -2 \cdot 10^4$ см²/с. Рождение предельного цикла и появление самомодуляции с частотой $F_1 = 4$ МГц происходит при $P = 4.8 \cdot 10^{-4}$ (рис. 1, C¹). В диапазоне мощностей $P < P < P_1 = 1.6 \cdot 10^{-3}$ частота модуляции увеличивается до 17^{II} МГц. При мощности P_1 происходит бифуркация удвоения периода волны модуляции. В ФП предельный цикл теряет устойчивость и в его окрестности рождается удвоенный цикл (рис. 1, C²). При $P = P_2 = 1.68 \cdot 10^{-3}$ движение огибающей МСВ становится нерегулярным (рис. 1, C³). Наблюдаемая эволюция МСВ аналогична известному в теории нелинейных диссипативных систем переходу к хаосу по сценарию Фейгенбаума через последовательность бифуркаций удвоения периода. [7]. В нашем случае наблюдается лишь одна бифуркация удвоения периода, прежде чем достигается хаотическое состояние системы. Такой короткий каскад последовательных удвоений был описан в работе [8] применительно к системе параметрических спиновых волн, возбуждаемых при параллельной накачке, и характерен для распределенных систем.

Распределение мощности МСВ вдоль ферритовой пленки $P = P(x)$ при $t = \text{const}$ в линейном режиме (а) и при наличии самомодуляции (б) показано на рис. 2. Развитие модуляционной неустойчивости приводит к волнообразному характеру зависимости $P(x)$. На рис. 2, б изображена зависимость $P(x)$ в моменты времени t , разделенные промежутками Δt . Видно, что волна модуляции характеризуется своим волновым числом \mathcal{K} и бежит вдоль пленки со скоростью $V = \frac{2\pi F_1}{\mathcal{K}}$, в общем случае не совпадающей с групповой скоростью и зависящей от мощности МСВ и коэффициентов НУШ. Отметим, что волновые числа \mathcal{K} для рассмотренных выше случаев принимали значения $\mathcal{K} \approx 60$ см⁻¹ и описанные здесь режимы самомодуляции справедливы для МСВ с волновыми числами $K \gg 200$ см⁻¹ $\gg \mathcal{K}$. При увеличении диссипации в системе растут значения как пороговых мощностей самомодуляции P_1^{II} , так и волновых чисел \mathcal{K} , что хорошо согласуется с известным [5] требованием $\mathcal{K}^2 \approx -2 \cdot P_1^{\text{II}} \cdot \frac{1}{\zeta}$. Для достаточно больших значений входной мощности $P \approx 0.1$ наблюдался срыв режима автоколебаний и установление стационарного режима.

4. Сопоставляя полученные здесь результаты с экспериментом [3], отметим, что имеются совпадения в требовании выбора „рабочей точки“ на участках сильной дисперсии МСВ, в увеличении частоты и глубины модуляции с ростом P и в наличии срыва режима автоколебаний при достаточно больших мощностях P . Отметим также, что значение $P = 10^{-3}$, полученное здесь при $U_g = 7 \cdot 10^5$ см/с, $\zeta = -2.4 \cdot 10^5$ см²/с, совпадает с рассчитанным при тех же параметрах в работе [6], а отвечающее этому случаю значение $\mathcal{K} \approx 15$ см⁻¹ попадает в область неустойчивых возмущений $|\vec{k}|$, полученную в [6]: $\mathcal{K} \leq 150$ см⁻¹.

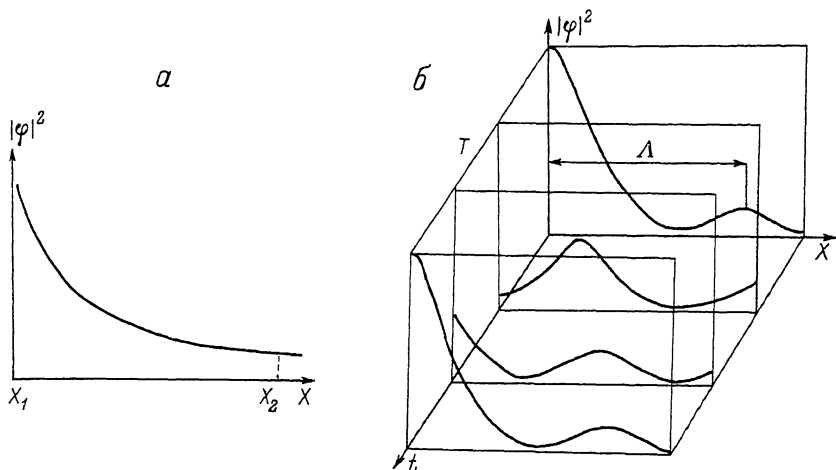


Рис. 2. Распределение мощности МСВ вдоль пленки в случаях а) отсутствия и б) наличия самомодуляции волны ($T = \frac{1}{F_1}$, $\Lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$, $V \approx \frac{\Lambda}{T} = \frac{2\pi F_1}{\alpha}$).

Таким образом, модуляционная неустойчивость за порогом возникновения может развиваться, следуя универсальным сценариям переходов к хаосу для нелинейных диссипативных систем. Ранее [9] для МСВ, распространяющихся в пленках ЖИГ, были обнаружены переходы к хаосу, аналогичные описанным выше. Для нас непосредственный интерес представляла возможность смоделировать процессы хаотизации, исследованные в [9] в численном эксперименте с НУШ. Однако для коэффициентов НУШ \mathcal{U}_g и ξ , отвечающих выбору „рабочей точки“ на дисперсионной кривой ПОМСВ вдали от участков сильной дисперсии (типа „обменная щель“), что имело место в [9], самомодуляция при выбранных выше α и β не достигалась даже при $P \approx 0.4$.

Авторы признательны Г.Т. Казакову, А.В. Кожевникову, С.П. Кузнецову, П.Е. Зильберману, А.Ф. Попкову за поддержку, обсуждение и внимание к работе.

Л и т е р а т у р а

- [1] Звездин А.К., Попков А.Ф. В кн.: Итоги науки и техники. Электроника, М., 1987. Т. 19. С. 3–36.
- [2] Звездин А.К., Попков А.Ф. // ЖЭТФ. 1983. Т. 84. № 2. С. 606–613.

- [3] Калинин Б.А., Ковшиков Н.Г., Славин А.Н. // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. № 15. С. 936-939.
- [4] Карпман В.И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973. 175 с.
- [5] Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. 432 с.
- [6] Гуляев Ю.В., Зильберман П.Е., Никитов С.А., Темирязов А.Г. // ФТТ. 1987. Т. 29. В. 6. С. 1794-1798.
- [7] Экман Ж.-М. В кн.: Синергетика, сб. ст. М.: Мир, 1984, с. 190-220.
- [8] Aguiar F.M., Rezende S.M. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. N 10. P. 1070-1073.
- [9] Дудко Г.М., Казаков Г.Т., Кожевников А.И., Филимонов Ю.А. // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. С. 736-740.

Институт радиотехники
и электроники АН СССР,
Саратовский филиал

Поступило в Редакцию
10 ноября 1988 г.