

01; 06.3

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ
ПРИ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОМ СМЕШЕНИИ
В ФОТОРЕФРАКТИВНОЙ СРЕДЕ

А.А. З о з у л я, В.Т. Т и х о н ч у к

Исследована устойчивость стационарных нелинейных состояний относительно амплитудных возмущений при анизотропном четырехволновом смешении (ЧВС) в фоторефрактивной (ФР) среде для нелокального характера отклика.

Исследование схем ЧВС в ФР средах привлекает внимание в связи с задачами оптической обработки информации и преобразования световых пучков. Появление первых экспериментальных работ [1], цацеленных на создание оптических бистабильных элементов на основе ЧВС в ФР средах, требует исследования устойчивости стационарных нелинейных состояний.

Впервые устойчивость стационарных состояний при ЧВС исследовалась применительно к ВРМБ в лазерной плазме [2]. Устойчивость стационарных состояний при ЧВС в ФР средах не исследовалась.¹

В работе [5] показана возможность существования многозначных стационарных нелинейных состояний при анизотропном ЧВС в ФР кристалле. Для доказательства существования в данной схеме бистабильности необходимо исследование этих состояний на устойчивость. В настоящей работе найдены границы области устойчивости стационарных состояний. Показано, что бистабильность возможна только при умеренных значениях нелинейности. В пределе сильной нелинейности всегда имеется лишь одно устойчивое состояние, причем при определенном соотношении между интенсивностями сигнальной и опорных волн в системе имеет место скачкообразное изменение интенсивности отраженной волны.

Система уравнений, описывающих динамику анизотропного ЧВС в слое ФР среды толщины l ($0 \leq x \leq l$) включает в себя [5] укороченные уравнения для амплитуд четырех электромагнитных волн A_j ($j = 1-4$):

$$\frac{\partial}{\partial x} A_1 = -\gamma A_4, \quad \frac{\partial}{\partial x} A_2^* = \gamma A_3^*, \quad \frac{\partial}{\partial x} A_3 = -\gamma A_2, \quad \frac{\partial}{\partial x} A_4^* = \gamma A_1^*, \quad (1)$$

и релаксационное уравнение для амплитуды решетки нелинейного показателя преломления γ :

¹ Исключение составляют работы [3, 4], одна из которых [3] содержит только численные расчеты, а другая [4] — ошибочные утверждения.

(2)

$$\left(\tau \frac{\partial}{\partial t} + 1\right) \psi = \frac{\gamma}{I_o} (A_1 A_4^* + A_2^* A_3),$$

где τ - время релаксации, γ - константа нелинейной связи, $I_o = \sum_{j=1}^4 |A_j|^2$ - полная интенсивность всех волн. Система (1), (2) должна быть дополнена граничными условиями $A_1(0, t) = \alpha_1$, $A_4(0, t) = \alpha_4$, $A_2(l, t) = \alpha_2$, $A_3(l, t) = 0$. В случае нелокального отклика ($\Im \gamma \neq 0$) для амплитудных возмущений без ограничения общности все поля A_j можно считать действительными и система (1), (2) с помощью интегралов $d_1 = A_1^2 + A_4^2$, $d_2 = A_2^2 + A_3^2$, $c(t) = A_1 A_2 - A_3 A_4$, $c_2(t) = A_1 A_3 + A_2 A_4$ может быть сведена к одному уравнению

$$\left(\tau \frac{\partial}{\partial t} + 1\right) \frac{\partial}{\partial x} \psi(x, t) + \gamma \frac{Q(t)}{I_o} \sin \psi = 0. \quad (3)$$

для функции

$$\psi(x, t) = 2 \operatorname{arctg} \frac{A_1(x, t)}{A_4(x, t)} - \operatorname{arctg} \frac{2cc_2}{c_2^2 - c^2 + d_1^2},$$

где $Q(t) = \sqrt{I_o^2 - 4c^2(t)}$. Известное [5] стационарное нелинейное решение (1), (2) следует из (3) при $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ и имеет вид:

$$\operatorname{tg}(\psi^{(0)}(0)/2) = \operatorname{tg}(\psi^{(0)}(l)/2) \exp\left(\frac{\gamma Q^{(0)}}{I_o} l\right)$$

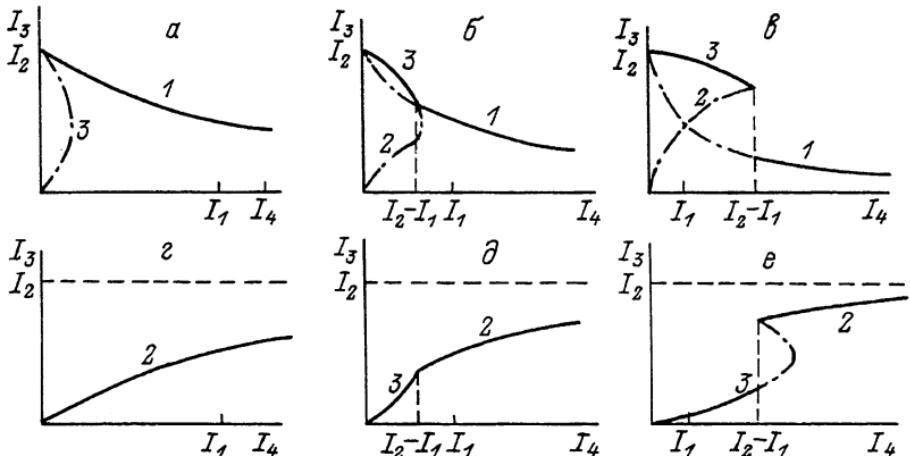
(параметры стационарного состояния обозначаем индексом "0"), что тождественно может быть переписано в виде следующего трансцендентного уравнения для определения интеграла системы $c^{(0)}$:

$$I_1(Q^{(0)} - \Delta)^2 (Q^{(0)} - I_o T)^2 = I_4(I_o^2 - Q^{(0)})^2 (Q^{(0)} - \Delta T)^2, \quad (4)$$

где $I_j = \alpha_j^2 (j=1-4)$, $I_o = d_1 + d_2 = I_1 + I_2 + I_4$, $\Delta = d_2 - d_1 = I_2 - I_1 - I_4$, $T = \operatorname{th}(\gamma l Q^{(0)} / 2 I_o) = \operatorname{th}(\mu l)$. Знание $c^{(0)}$ позволяет с помощью граничных условий и интегралов системы однозначно восстановить все параметры стационарного состояния.

Для исследования устойчивости этого состояния линеаризуем (3) относительно малых возмущений $\psi(x, t) = \psi^{(0)}(x) + \operatorname{Re}[\delta \psi(x) \exp(-if t/\tau)]$. Решая уравнение для $\delta \psi(x)$ и удовлетворяя линеаризованным граничным условиям, получаем дисперсионное уравнение для определения комплексной частоты $f = f' + if''$:

$$\begin{aligned} (I_o \Delta - Q^{(0)})^2 &= (I_o \Delta + Q^{(0)})^2 \left(\frac{\sin \psi^{(0)}(l)}{\sin \psi^{(0)}(0)} \right)^{1-if} + \\ &+ \frac{2I_2 Q^{(0)}}{1-if} \sin \psi^{(0)}(l) \int_{\psi^{(0)}(0)}^{\psi^{(0)}(l)} dy \left(\frac{\sin \psi^{(0)}(l)}{\sin y} \right)^{1-if}, \end{aligned} \quad (5)$$



Стационарные зависимости интенсивности отраженной волны I_3 от интенсивности сигнальной волны I_4 для случаев положительной $\gamma l \gg 1$ (а-в) и отрицательной $\gamma l \ll -1$ (г-е) константы связи при различном соотношении между интенсивностями опорных волн: $I_2 < I_1$, (а, г), $I_1 < I_2 < 2I_1$, (б, д), $I_2 > 2I_1$, (в, е). Сплошными линиями показаны устойчивые решения, штрих-пунктирными – неустойчивые. Номера у кривых отвечают различным ветвям стационарного решения, указанным в тексте.

где $\sin \psi^{(0)}(l) = 2c^{(0)}c_2^{(0)}/I_2 Q^{(0)}$, $\sin \psi^{(0)}(0) = 2[\sqrt{I_1 I_4}(d_{\perp} - 2c^{(0)})^2 + c^{(0)}c_2^{(0)}(I_1 - I_4)]/x d_{\perp}^2 Q^{(0)}$. Неустойчивости стационарного состояния отвечают решения уравнения (5) с $f'' > 0$, при этом возможность существования действительной части частоты является принципиальной [2]. Ошибка работы [4], исследовавшей ЧВС в ФР среди на отличном от рассматриваемого здесь фотогальваническом механизме нелинейности, состояла в навязывании возмущения чисто апериодической зависимости от времени $f' = 0$.

Исследуем устойчивость стационарных решений в пределе больших коэффициентов связи $|\gamma l| \rightarrow \infty$. Зависимости интенсивности $I_3 = A_3^2(0)$ выходящей из кристалла волны 3 от интенсивности сигнальной волны I_4 для стационарного состояния приведены на рисунке. Стационарным решениям на ветвях 1 и 2 $I_3^{(1)} = I_1 I_2 (I_1 + I_4)^{-1}$, $I_3^{(2)} = I_2 I_4 (I_1 + I_4)^{-1}$ отвечают экспоненциально малые значения $\sin \psi^{(0)}(l) \sim \exp(-2|\mu l|)$. При этом слагаемое в правой части (5) мало, знак f'' определяется знаком $(I_0 d_{\perp} - Q^{(0)2})/(I_0 d_{\perp} + Q^{(0)2})$; ветви 1, 2 устойчивы при $I_4 > I_2 - I_1$, и неустойчивы при выполнении обратного неравенства. Стационарным решениям на ветвях 3 $I_3^{(3)} = (I_2/2) \pm \sqrt{(I_2/2)^2 - I_1 I_4}$ отвечают экспоненциально малые значения $\sin \psi^{(0)}(0)$. Как и в предыдущем случае, второе слагаемое в правой части (5) оказывается малым; при $I_4 > I_2 - I_1$ эти ветви неустойчивы, при выполнении обратного неравенства устойчивы. Отдельного рассмотрения требуют области пересечения кривых, описываемых различными формулами, а также область $I_4 \rightarrow 0$, результаты этого рассмотрения подтверж-

дают сказанное выше. Таким образом, в пределе сильной нелинейности $|\gamma\Gamma| \rightarrow \infty$ в переменных I_3, I_4 несмотря на существование многозначных решений, бистабильность отсутствует. Появления бистабильных решений можно ожидать при умеренных значениях $|\gamma\Gamma| > \pi$, когда, например, в области малых значений I_4 наряду с ветвями 1 (рисунок, а) или 3 (рисунок, б, в) становятся устойчивыми также нижние части ветвей 3 (рисунок, а) или 2 (рисунок, б, в).

Л и т е р а т у р а

- [1] K w o n g S.K., Y a r i v A. // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 377.
- [2] Силин В.П., Тихоничук В.Т., Чеготов М.В. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. С. 350.
- [3] Gauthier D.J., Narum R., Boyd R.W. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 1640.
- [4] Одулов С.Г., Стурман Б.И. // ЖЭТФ, 1987. Т. 92. С. 2016.
- [5] Shaw K.D., Cronin-Golomb M. // Opt. Commun. 1988. V. 65. P. 301.

Физический институт
им. П.Н. Лебедева АН СССР,
Москва

Поступило в Редакцию
18 сентября 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 3

12 февраля 1989 г.

01; 03

НОВЫЙ МЕХАНИЗМ МАССОПЕРЕНОСА В СИСТЕМЕ ГАЗ-АДСОРБАТ-ТВЕРДОЕ ТЕЛО

А.В. П р о с я н о в, В.Д. Б о р м а н,
С.Ю. К р ы л о в, Б.И. Н и к о л а е в

Хотя неравновесные явления в газах, в частности, течение газов в каналах, считаются в принципе понятными, в литературе имеется целый ряд экспериментальных данных, необъяснимых с микроскопической точки зрения. В частности, для физически адсорбирующихся газов, когда при течении в мелкопористых фильтрах восстанавливаемые из эксперимента [1] значения активационного барьера поверхности диффузии (ε) оказывались неразумно большими (порядка энергии активации десорбции), что противоречит результатам прямых исследований [2] поверхностного переноса. К тому же, значения ε получались разными для фильтров из одинакового материала, но с разным средним диаметром пор. Как было недавно