

Особенности спектров отражения и поглощения одномерных резонансных фотонных кристаллов

© М.М. Воронов, Е.Л. Ивченко, В.А. Кособукин, А.Н. Поддубный

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: mikle.voronov@coherent.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 26 декабря 2006 г.)

Теоретически исследованы оптические спектры резонансных брэгговских и квази-брэгговских структур с квантовыми ямами. В аналитической форме дано объяснение присутствию в спектрах отражения и поглощения особых частот, на которых коэффициенты отражения или поглощения не зависят от числа ям в структуре. Для структур, в которых ширина квантовых ям существенно превосходит боровский радиус экситона, показано, что в спектрах отражения и поглощения также присутствуют особые частоты, а плавная спектральная составляющая определяется в основном взаимодействием световой волны с экситоном основного уровня размерного квантования.

Работа поддержана программами РАН, грантами РФФИ № 05-02-17778, 04-02-17592 и Фондом некоммерческих программ „Династия“–МЦФФМ.

PACS: 73.21.Fg, 78.67.De, 71.35.-y

1. Введение

Брэгговские структуры, в которых период одномерной модуляции диэлектрической проницаемости сопоставим с длиной волны света, можно рассматривать как разновидность фотонных кристаллов. Запрещенные зоны в электромагнитном спектре таких структур возникают вследствие брэгговской дифракции света даже в отсутствие дисперсии диэлектрической проницаемости [1]. При наличии оптических резонансов в материале брэгговской структуры наблюдаемые спектры должны существенно усложняться вследствие взаимного влияния спектральных особенностей, обусловленных дифракцией и оптическими переходами.

Для структур с квантовыми ямами, обладающими квазидвумерными экситонами, в условиях брэгговской дифракции экситонных поляритонов было предсказано наличие сверхизлучения в отражении [2], которое затем было обнаружено и исследовано экспериментально (см. ссылки в [3,4]). В последующих теоретических работах изучалось проявление указанного дифракционного эффекта в спектрах отражения [4], поглощения [5], люминесценции [6] и т.д. В частности, в [7] дано объяснение особых частот, при которых коэффициент отражения не зависит от числа квантовых ям (суперъячеек) в структуре. Аналогичные эффекты, по-видимому, еще не изучались для одномерно периодических структур с полупроводниковыми слоями, толщина которых значительно превышает боровский радиус экситона. Вообще говоря, для таких структур экситонные поляритоны исследовались теоретически в сравнительно небольшом числе работ (например, [8–12]). В [8] был изучен закон дисперсии поляритонов с учетом пространственной дисперсии, т.е. конечной трансляционной массы экситонов, в слоях полупроводника, чередующихся со

слоями диэлектрика. Результаты, приведенные для расширенной зоны Бриллюэна одномерной сверхрешетки, включают как длинноволновый предел, так и случай брэгговской дифракции, приводящий к возникновению запрещенных зон (стоп-зон) электромагнитного спектра. В [9,10] был развит метод матриц переноса с учетом пространственной дисперсии для экситонных поляритонов в сверхрешетках полупроводник/диэлектрик. Этим методом в области вдали от брэгговского резонанса рассчитывались спектры экситон-поляритонного отражения [9], в том числе и при учете безэкситонного мертвого слоя [11] на границах полупроводника; отмечалось, что вид спектров отражения существенно зависит от типа дополнительных граничных условий. Наконец, в работе [12] анализировался закон дисперсии поляритонов, а также спектры отражения и поглощения в области экситонных резонансов на примере одномерной сверхрешетки CuCl/NaCl как представителя одномерных фотонных кристаллов.

Задача данной работы — теоретическое исследование с единой точки зрения экситонных поляритонов в брэгговских структурах с конечным числом узких ($a \leq a_B$) и широких ($a_B \ll a$) квантовых ям, где a_B — боровский радиус экситона, a — ширина квантовой ямы. Новыми аспектами теории являются анализ спектров поглощения наряду со спектрами отражения, а также обнаружение особых точек в оптических спектрах обоих типов структур, существенно обобщающее результаты, известные только для спектров отражения структур с узкими квантовыми ямами. Изложение статьи построено следующим образом. На примере брэгговских структур с узкими квантовыми ямами в разделе 2 обсуждается связь между брэгговской дифракцией и сверхизлучением, в разделах 3 и 4 исследуются соответственно особые точки в спектрах отражения квази-брэгговских структур и

спектрах поглощения брэгговских структур. В разделе 5 представлена теория и результаты численных расчетов спектров отражения брэгговских структур с широкими квантовыми ямами, а также продемонстрировано наличие особых частот в оптических спектрах одномерных нерезонансных и резонансных фотонных кристаллов.

2. Сверхизлучательный и фотонно-кристаллический режимы отражения света от резонансной брэгговской структуры

Исследуемая структура с квантовыми ямами граничит слева с вакуумом, отделена от него покрывающим слоем (cap-layer) из материала барьера B толщиной b' и состоит из N квантовых ям из материала A (каждая шириной a), разделенная барьерами толщиной b , и полубесконечной подложки из материала B . Удобно наряду с этой структурой рассматривать на предварительных этапах теоретического описания структуру, имеющую антиотражательное покрытие на границе с вакуумом [13] и обозначаемую символом AR . Для такой структуры амплитудные коэффициенты отражения (\tilde{r}_N) и пропускания (\tilde{t}_N), отнесенные к плоскостям, отстоящим на полпериода от центра крайней левой и крайней правой квантовых ям, определяются выражениями [3,4]

$$\tilde{r}_N = \frac{\tilde{r}_1}{\tilde{t}_1} \frac{1}{\mathcal{Z}_N}, \quad \tilde{t}_N = \frac{\sin Kd}{\sin NKd} \frac{1}{\mathcal{Z}_N}. \quad (1)$$

Здесь \tilde{r}_1, \tilde{t}_1 — коэффициенты отражения и пропускания через слой толщины $d = a + b$ с квантовой ямой в середине этого слоя, K — волновой вектор экситонного поляритона на частоте ω в неограниченной периодической структуре, удовлетворяющей дисперсионному уравнению

$$\cos Kd = \frac{\tilde{t}_1^2 - \tilde{r}_1^2 + 1}{2\tilde{t}_1}, \quad (2)$$

а зависящая от числа ям величина \mathcal{Z}_N определена согласно соотношению

$$\mathcal{Z}_N = \frac{1}{\tilde{t}_1} - \frac{\sin(N-1)Kd}{\sin NKd}. \quad (3)$$

В пренебрежении различием между диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_b \equiv n_b^2$ материала барьера и фоновой диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_a \equiv n_a^2$ материала ямы имеем

$$\tilde{r}_1 = e^{ik_b d} r_1, \quad \tilde{t}_1 = e^{ik_b d} t_1, \quad (4)$$

$$r_1 = t_1 - 1 = \frac{i\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma_0 + \Gamma)}.$$

При этом волновой вектор K удовлетворяет уравнению

$$\cos Kd = \cos k_b d - \frac{\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} \sin k_b d, \quad (5)$$

где $k_b = k_0 n_b$ и $k_0 = \omega/c$ — волновые векторы света в барьере и вакууме, ω_0, Γ_0 и Γ — резонансная частота,

радиационное и нерадиационное затухание экситона в структуре с квантовой ямой. Более общие выражения для \tilde{r}_1, \tilde{t}_1 и K с учетом диэлектрического контраста ($n_a \neq n_b$) приведены в [3]. Коэффициенты отражения $r(N)$ и пропускания $t(N)$ для структуры, граничащей с вакуумом, связаны с коэффициентами (1) соотношениями [2]

$$r(N) = \frac{r_{01} + \tilde{r}_N e^{2i\phi}}{1 - r_{10} \tilde{r}_N e^{2i\phi}}, \quad t(N) = \frac{t_{01} \tilde{t}_N e^{i\phi}}{1 - r_{10} \tilde{r}_N e^{2i\phi}}. \quad (6)$$

Здесь $r_{01} = -r_{10} = (1 - n_b)/(1 + n_b)$ — коэффициент отражения „вакуум–полубесконечная среда B “, $t_{01} = 1 + r_{01}$, $\phi = k_b[b' - (b/2)]$.

Для структуры, удовлетворяющей условию брэгговской дифракции $\omega_0 n_b d/c = \pi$, в резонансной области частот $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$ дисперсионное уравнение (5) можно преобразовать к виду [14]

$$K = \pm \left(\frac{\pi}{d} \pm iQ \right),$$

$$Q = \frac{\pi\Delta}{d\omega_0} \sqrt{\frac{\omega - \omega_0}{\omega - \omega_0 + i\Gamma} - \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta} \right)^2}, \quad (7)$$

где $\Delta = \sqrt{2\omega_0\Gamma_0/\pi}$. Заметим, что величина 2Δ определяет ширину запрещенной зоны для экситонных поляритонов в неограниченной брэгговской структуре ($N \rightarrow \infty$). Обозначив в виде U выражение под знаком корня в (7), а в виде U', U'' — его вещественную и мнимую части, можем представить Q в виде

$$Q = \frac{\pi\Delta}{d\omega_0} \left(\sqrt{\frac{|U| + U'}{2}} + i \operatorname{sign}(U'') \sqrt{\frac{|U| - U'}{2}} \right).$$

Знаменатель в (1) удобно переписать в эквивалентном виде

$$\mathcal{Z}_N = \frac{1}{\tilde{r}_\infty} \frac{i\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} + e^{iKd} - \frac{\sin(N-1)Kd}{\sin NKd}, \quad (8)$$

где \tilde{r}_∞ — коэффициент отражения от бесконечного числа квантовых ям, т. е.

$$\tilde{r}_\infty = \lim_{N \rightarrow \infty} \tilde{r}_N.$$

Этот коэффициент можно записать как

$$\tilde{r}_\infty = \frac{\cos Kd - \cos k_b d}{1 - \cos[(K + k_b)d]},$$

или, учитывая, что рассматривается частотная область $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$, как

$$\tilde{r}_\infty = \frac{l}{(\sqrt{l - v^2} + iv)^2},$$

где $l = (\omega - \omega_0)/(\omega - \omega_0 + i\Gamma)$, $v = (\omega_0 - \omega)/\Delta$. При $\omega \rightarrow \omega_0$ коэффициент \tilde{r}_∞ стремится к единице, а на

краю запрещенной зоны, т.е. при $\omega \rightarrow \omega_0 + \Delta$, и при $\Gamma \ll \Delta$ он близок к -1 :

$$\tilde{r}_\infty(\omega_0 + \Delta) \approx -1 + (1+i)\sqrt{2\Gamma/\Delta}.$$

На частоте ω , равной ω_0 , имеем $Q = 0$, $K = \pm\pi/d$, и при любом N справедливы соотношения

$$\frac{\sin(N-1)Kd}{\sin NKd} = -\frac{N-1}{N}, \quad \frac{\sin Kd}{\sin NKd} = (-1)^{N-1} \frac{1}{N},$$

$$\tilde{r}_N(\omega_0) = \frac{N\Gamma_0}{N\Gamma_0 + \Gamma}, \quad \tilde{t}_N(\omega_0) = (-1)^N \frac{\Gamma}{N\Gamma_0 + \Gamma}. \quad (9)$$

В сверхизлучательном режиме брэгговской структуры, т.е. при выполнении условия $N\Gamma_0 < \Delta$, или $N\Delta/\omega_0 < 1$, имеем

$$\tilde{r}_N = \frac{iN\Gamma_0}{(\omega - \omega_0 + i\Gamma)[1 + X_N(\omega)] + iN\Gamma_0}, \quad (10)$$

где

$$X_N(\omega) = \frac{1}{3}(NQd)^2 - i\pi N \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}. \quad (11)$$

В режиме одномерного резонансного фотонного кристалла, т.е. при $N\Gamma_0 \gg \Delta$, имеем

$$\tilde{r}_N = \tilde{r}_\infty \left[1 + 2\tilde{r}_\infty e^{2iNKd} \sin(Kd) \frac{\omega - \omega_0 + i\Gamma}{\Gamma_0} \right]^{-1}. \quad (12)$$

3. Особые частоты в спектрах отражения квази-брэгговских структур

В работе [7] было показано, что при нормальном падении света на резонансную брэгговскую структуру без диэлектрического контраста ($n_a = n_b$) в спектрах отражения $R_N = |r(N)|^2$ присутствуют две частоты ω_+ и ω_- , на которых коэффициент отражения почти не зависит от числа квантовых ям N вплоть до значений $N \leq 150$. Наличие особых частот объясняется тем, что амплитудный коэффициент отражения $r(N)$ в (6), будучи продолженным с дискретных значений аргумента $N = 1, 2, \dots$ на всю комплексную плоскость, вблизи краев запрещенной зоны $\omega_0 \pm \Delta$ является дробно-линейной функцией N , преобразующей на комплексной плоскости точки вещественной оси в окружность, радиус которой не зависит от N . При $\omega = \omega_\pm$ центр окружности ω_0 оказывается близок к нулю, и модуль коэффициента отражения перестает зависеть от N .

Расчет показывает, что особые частоты сохраняются в спектрах отражения не только брэгговских, но и квази-брэгговских структур как при нормальном, так и при наклонном падении света (под углом θ в вакууме и θ_b в барьере). В случае s -поляризации уравнение $w_0(\theta) = 0$ может быть представлено в виде

$$\frac{\omega - \omega_0}{2\Gamma_0(\theta)} \operatorname{tg}(k_z d) = \frac{n_b^2 - \sin^2 \theta}{n_b^2 - 1}, \quad (13)$$

где $k_z = k_0 \sqrt{n_b^2 - \sin^2 \theta}$ и $\Gamma_0(\theta) = \Gamma_0 / \cos \theta_b$. В окрестности резонансной частоты, при слабом нарушении

брэгговского условия и незначительном отклонении светового луча от нормали, для фазы $k_z d$ справедливо приближенное выражение

$$k_z d \approx \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_b^2}} \pi \left(1 + \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} + \delta \right)$$

$$\approx \pi \left(1 + \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} + \delta - \frac{\theta^2}{2n_b^2} \right),$$

где $\delta = (d - d_{Br})/d_{Br}$ и $d_{Br} = \pi c / (\omega_0 n_b)$. Величины θ и δ определяют степень отклонения параметров структуры от резонансного брэгговского условия. Решения уравнения (13) могут быть представлены в виде $\omega_\pm = \omega_0 \pm (\Delta_\pm + \varepsilon_\pm)$, где величины Δ_\pm задают положения внешних краев двух запрещенных зон в энергетическом спектре экситонных поляритонов. В области малых значений θ и δ имеем

$$\Delta_\pm(\theta, \delta) = \Delta \left[1 \pm \frac{\pi}{4} \frac{\Delta}{\Gamma_0} \left(\frac{\theta^2}{2n_b^2} - \delta \right) \right]. \quad (14)$$

С изменением θ и δ значения Δ_\pm быстро сдвигаются относительно Δ , так как этот сдвиг пропорционален большому параметру $\Delta/\Gamma_0 \sim 10^2$. При этом расстояние между внешними краями запрещенных зон, равное сумме $\Delta_+ + \Delta_-$, не изменяется. В рассматриваемом приближении расстояние между краем запрещенной зоны и примыкающей к нему особой частотой не зависит от θ, δ и равно тому же значению, что и для резонансной брэгговской структуры [7], а именно $\varepsilon_\pm \approx \Delta / (2n_b^2)$ (при $2n_b^2 \gg 1$). Таким образом, особые частоты испытывают одинаковый сдвиг с изменением θ и δ , определяемый согласно (14). В области больших значений θ и δ , лежащих за пределами рассмотренного приближения, особые частоты приближаются к краям запрещенных зон и исчезают, так что кривые $R_N(\omega)$ для разных N перестают пересекаться в одной точке.

4. Особые частоты в спектрах поглощения брэгговских структур

Поглощаемая квантовыми ямами доля падающего на них потока энергии связана с коэффициентами (1) или (6) соотношениями

$$A_N = 1 - |r(N)|^2 - n_b |t(N)|^2$$

$$= \frac{n_b t_{01}^2}{|1 - r_{10} \tilde{r}_N e^{2i\varphi}|^2} A_N^{(AR)}, \quad (15)$$

$$A_N^{(AR)} = 1 - |\tilde{r}_N|^2 - |\tilde{t}_N|^2. \quad (16)$$

Здесь, как и прежде, показатель преломления n_b предполагается вещественным. Напомним, что индекс AR относится к структуре с антиотражательным покрытием.

Приведем выражения для коэффициента поглощения $A_N^{(AR)}$ в частных случаях, когда эти выражения принимают сравнительно простой аналитический вид. Поскольку

при $\omega = \omega_0$ и $N\Gamma_0 \gg \Gamma$ фазовый множитель $e^{2i\phi} = -1$, $\tilde{r}_N \approx 1$, из (15) следует, что

$$A_N \approx A_N^{(AR)}/n_b. \quad (17)$$

С отклонением частоты от ω_0 это равенство выполняется с меньшей точностью, но позволяет оценивать отношение спектров A_N и $A_N^{(AR)}$, формы которых близки. Поэтому результаты, полученные для $A_N^{(AR)}$, с учетом (17) оказываются справедливы и для A_N .

Для резонансной брэгговской структуры с $N\Gamma_0 \ll \Delta$ имеем

$$A_N^{(AR)} = \frac{2N\Gamma_0\Gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + (N\Gamma_0 + \Gamma)^2}.$$

При $\omega = \omega_0$ следующее отсюда выражение

$$A_N^{(AR)}(\omega_0) = \frac{2N\Gamma_0\Gamma}{(N\Gamma_0 + \Gamma)^2} \quad (18)$$

справедливо при любом числе квантовых ям. В последнем можно убедиться, используя выражение (9).

Можно показать также, что при $N \rightarrow \infty$ в области запрещенной зоны $|\omega - \omega_0| < \Delta$ поглощение описывается выражением

$$A_\infty^{(AR)} = 2\sqrt{\frac{2|\omega - \omega_0|[\sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2} - |\omega - \omega_0|]}{\Delta^2 - (\omega - \omega_0)^2}}. \quad (19)$$

Во всей запрещенной зоне, за исключением областей шириной порядка Γ в центре запрещенной зоны ω_0 и на ее краях $\omega_0 \pm \Delta$, где выполнены условия $\Gamma < |\omega - \omega_0| < \Delta$ и $\Gamma \ll |\omega - (\omega_0 \pm \Delta)|$ соответственно, коэффициент поглощения принимает вид

$$A_N^{(AR)} = \frac{2\alpha_N\Gamma_0\Gamma}{\Gamma_0^2 + \beta_N(\omega - \omega_0)^2}, \quad (20)$$

где

$$\alpha_N = \frac{\Gamma_0}{u\Delta} \left[\coth(Nx) + (u^2 - v^2) \frac{Nx}{\sinh^2(Nx)} \right],$$

$$\beta_N = \frac{x^2}{\sinh^2(Nx)},$$

$$u = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0 - \omega}{\Delta}\right)^2}, \quad v = \frac{\omega_0 - \omega}{\Delta}, \quad x = \frac{2\Gamma_0 u}{\Delta}.$$

При выводе учитывались только слагаемые, линейные по Γ . Из рис. 1, *b* видно, что спектральная зависимость $A_N^{(AR)}(\omega)$ имеет при $\omega = \omega_0$ узкий минимум, в котором она принимает значение (18). При $|\omega - \omega_0| > 2\Gamma$ функция $A_N^{(AR)}(\omega)$ близка к постоянной $2\alpha_N\Gamma/\Gamma_0$, которая при $\Gamma \ll N\Gamma_0$ отличается от (18) заменой N на α_N^{-1} .

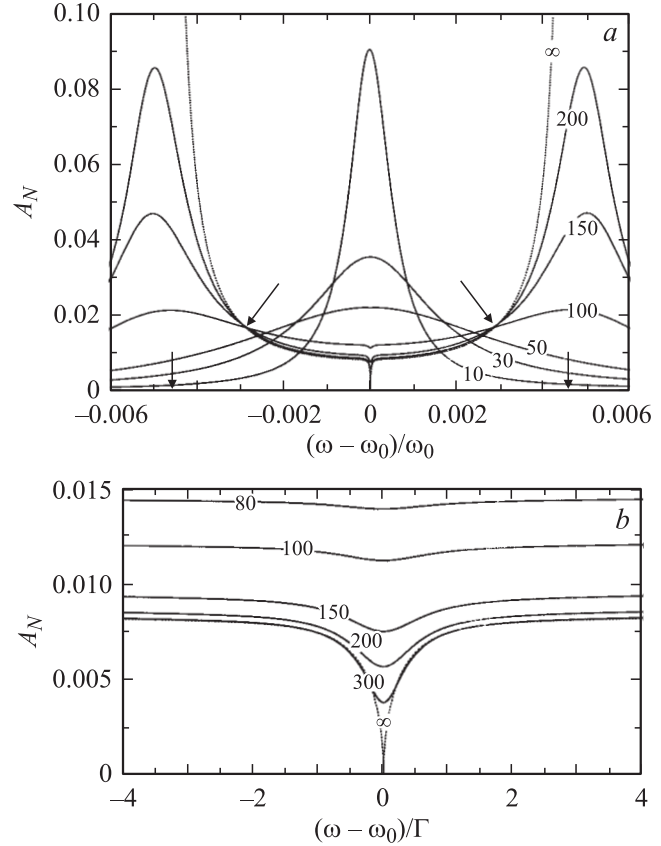


Рис. 1. *a*) Спектры поглощения $A_N(\omega)$ резонансной брэгговской структуры. Расчет проводился при значениях параметров $n_b = 3.45$, $\hbar\omega_0 = 1.533$ eV, $\hbar\Gamma_0 = 50$ μ eV, $\hbar\Gamma = 100$ μ eV для структур с различным количеством квантовых ям N (указанным около каждой кривой); символом ∞ отмечен спектр для структуры с бесконечным числом ям ($N \rightarrow \infty$). Вертикальными стрелками отмечено положение краев запрещенной зоны $\omega = \omega_0 \pm \Delta$, наклонными стрелками — положение особых частот в спектре поглощения. *b*) Спектры поглощения в увеличенном масштабе вблизи частоты $\omega = \omega_0$.

В структуре с достаточно большим числом ям, таким что $\exp(-2N\Gamma_0 u/\Delta) \ll 1$, выражения для α_N и β_N упрощаются

$$\alpha_N \approx \frac{\Gamma_0}{u\Delta} [1 - 2e^{-2Nx} + 4(u^2 - v^2)Nx e^{-2Nx}],$$

$$\beta_N \approx 4x^2 e^{-2Nx}.$$

В указанной области основная зависимость от N сохраняется в слагаемом, пропорциональном разности $u^2 - v^2$. Это означает, что на частотах $\omega = \omega_0 \pm (\Delta/\sqrt{2})$, при которых $u^2 = v^2$, коэффициент поглощения при $N\Gamma_0 > \Delta$ практически не зависит от N . Тем самым объясняются результаты расчета спектров поглощения $A_N(\omega)$, представленные на рис. 1, *a* и *b*, которые показали наличие двух особых частот, равноудаленных от ω_0 , обозначенных на рисунке наклонными стрелками, при которых спектры $A_N(\omega)$ пересекаются. Отметим, что эти особые частоты в отличие от особых частот в спектрах

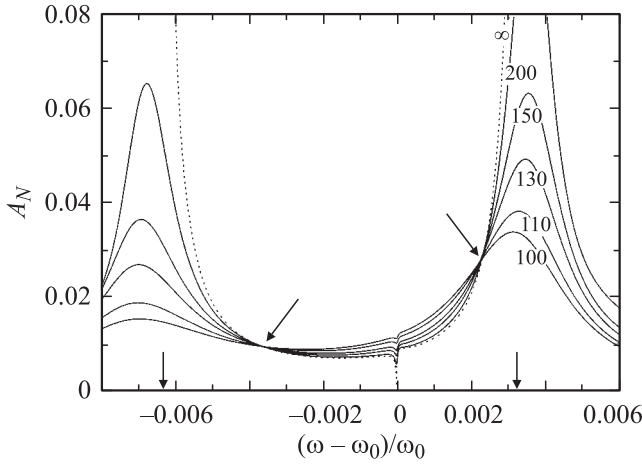


Рис. 2. Спектры поглощения $A_N(\omega)$ резонансной брэгговской структуры с диэлектрическим контрастом. Расчет проводился при параметрах, указанных в подписи к рис. 1, за исключением фонового показателя преломления в квантовой яме, $n_a = 3.50 \neq n_b$. Вертикальными стрелками отмечено положение краев запрещенной зоны в неограниченной структуре, наклонными стрелками — положение особых частот.

отражения лежат внутри запрещенной зоны на большом расстоянии от ее краев, обозначенных вертикальными стрелками на рис. 1, *a*.

Из результатов расчета, показанных на рис. 2, следует, что особые частоты имеются также в спектрах поглощения резонансной брэгговской структуры с диэлектрическим контрастом. Они находятся внутри запрещенной зоны, центр которой при $n_a \neq n_b$ смещен относительно частоты ω_0 . Провал вблизи резонансной частоты ω_0 при учете диэлектрического контраста сохраняется, но его форма изменяется и перестает быть симметричной.

5. Периодические структуры с толщиной слоев, превышающей боровский радиус экситона

Обсудим теперь резонансные спектры периодических структур с широкими квантовыми ямами вблизи брэгговского резонанса. Ширина *a* таких ям удовлетворяет условиям

$$a_B \ll a < d \sim \lambda. \tag{21}$$

Левое неравенство означает, что в отдельной квантовой яме экситон квазитрехмерный, при этом движение его как целого квантуется по нормали к границам ямы. Коэффициенты отражения и пропускания для одиночной квантовой ямы можно вычислить двумя способами: 1) используя макроскопическую кристаллооптику и записывая решение в слое ямы в виде суперпозиции объемных экситон-поляритонных волн [10]; 2) вычисляя размерно-квантованные экситонные состояния и решая самосогласованное интегродифференциальное уравнение для электрического поля.

В первом подходе для широких полупроводниковых ям (слоев) используется диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon(\omega, q) = \epsilon_a \left(1 + \frac{\omega_{LT}}{\omega_0 + \hbar q^2 / (2M) - \omega - i\Gamma} \right), \tag{22}$$

где ω_0 — частота возбуждения покоящегося трехмерного экситона, ω_{LT} — его продольно-поперечное расщепление, *M* — трансляционная масса, Γ — параметр нерадикационного затухания, а **q** — трехмерный волновой вектор экситона в полупроводнике. Дисперсионное уравнение кристаллооптики

$$q^2 = k_0^2 \epsilon(\omega, q) \tag{23}$$

при распространении света по оси \hat{z} ($\mathbf{q} = q\hat{z}$) имеет корни k_l ($l = 1, 2$), соответствующие двум модам поперечных экситонных поляритонов. Коэффициенты отражения \tilde{r}_1 и пропускания \tilde{t}_1 света слоем толщины *d* получаются из максвелловских граничных условий для электромагнитного поля и дополнительного граничного условия Пекара для экситонной поляризации $P_{exc} = 0$ на границах полупроводника $z = \pm a/2$. Предполагая, что фоновая диэлектрическая проницаемость равна ϵ_a в полупроводниковом слое и ϵ_b в барьере, и следуя [10], получаем

$$\begin{aligned} \tilde{r}_1 &= \frac{e^{ik_b b}}{2} \left(\frac{X-1}{X+1} + \frac{Y-1}{Y+1} \right), \\ \tilde{t}_1 &= \frac{e^{ik_b b}}{2} \left(\frac{X-1}{X+1} - \frac{Y-1}{Y+1} \right), \end{aligned} \tag{24}$$

где

$$\begin{aligned} X &= \frac{i(1-\eta)k_b}{k_1 \operatorname{tg}(k_1 a/2) - \eta k_2 \operatorname{tg}(k_2 a/2)}, \\ Y &= \frac{i(\eta-1)k_b}{k_1 \operatorname{ctg}(k_1 a/2) - \eta k_2 \operatorname{ctg}(k_2 a/2)} \end{aligned} \tag{25}$$

и $\eta = (k_1^2 - k_a^2) / (k_2^2 - k_a^2)$. Подставив (24) в общее выражение (2), получаем дисперсионное уравнение для экситонных поляритонов в виде [10]

$$\cos Kd = \frac{X+Y}{X-Y} \cos k_b b - i \frac{1+XY}{X-Y} \sin k_b b. \tag{26}$$

Отсюда следует, что частоты экситонных поляритонов в центре зоны Бриллюэна сверхрешетки ($K = 0$) определяются уравнениями

$$\operatorname{tg} \frac{k_b b}{2} = -iY, \quad \operatorname{tg} \frac{k_b b}{2} = -\frac{i}{X},$$

а на краях зоны Бриллюэна ($Kd = \pi$) — уравнениями

$$\operatorname{tg} \frac{k_b b}{2} = -\frac{i}{Y}, \quad \operatorname{tg} \frac{k_b b}{2} = -iX.$$

Второй метод проиллюстрируем на частном случае структуры без диэлектрического контраста ($\epsilon_a = \epsilon_b$).

Материальное уравнение для экситонной поляризации в слое полупроводника, т. е. одиночной широкой квантовой яме с центром $z = 0$, можно представить в виде [8]

$$P_{\text{exc}}(z) = \frac{\varepsilon_b \omega_{LT}}{4\pi} \sum_j \frac{\varphi_j(z)}{\omega_j - \omega} \Lambda_j. \quad (27)$$

Здесь

$$\omega_j = \omega_0 + \frac{\hbar}{2M} \left(\frac{\pi j}{a} \right)^2 - i\Gamma, \quad (28)$$

$\omega'_j \equiv \text{Re}\{\omega_j\}$ — частота возбуждения на j -й уровень размерного квантования экситона ($j = 1, 2, \dots$) с огибающей волновой функции $\varphi_j(z)$, определяемой согласно

$$\varphi_j(z) = \sqrt{\frac{2}{a}} \times \begin{cases} \cos(\pi j z / a) & \text{при } j = 2n - 1 \text{ (четные состояния),} \\ \sin(\pi j z / a) & \text{при } j = 2n \text{ (нечетные состояния),} \end{cases} \quad (29)$$

с $n = 1, 2, \dots$ и граничными условиями $\varphi_j(\pm a/2) = 0$, соответствующими дополнительным условиям Пекара. В выражении (27) введен интегральный множитель

$$\Lambda_j = \int dz \varphi_j(z) E(z), \quad (30)$$

описывающий перекрытие электрического поля поляритона $E(z)$ с огибающей волновой функции размерно-квантованного экситона $\varphi_j(z)$.

Пусть на одиночный полупроводниковый слой из барьерного слоя нормально падает внешняя световая волна $E^{(0)}(z) = E_0 e^{ik_b z}$ амплитуды E_0 с частотой ω . При учете (27) получаем для полного электрического поля

$$E(z) = E_0 e^{ik_b z} + \frac{i}{2} k_b \omega_{LT} \sum_j \frac{\Lambda_j}{\omega_j - \omega} \int dz' e^{ik_b |z - z'|} \varphi_j(z'). \quad (31)$$

Применяя преобразование (30) к выражению (31), находим уравнение

$$\sum_{j'} M_{jj'} \tilde{\Lambda}_{j'} = \Lambda_j^{(0)}, \quad (32)$$

в котором $\tilde{\Lambda}_j = \Lambda_j / (\omega_j - \omega)$, $\Lambda^{(0)} = E_0 \int dz \varphi_j(z) \times \exp(ik_b z)$ и

$$M_{jj'}(\omega) = \delta_{jj'}(\omega_j - \omega - \Omega_{jj}) - (1 - \delta_{jj'}) \Omega_{jj'}. \quad (33)$$

Матричные элементы

$$\begin{aligned} \Omega_{jj'} &= \Omega_{j'j} \\ &= \frac{i}{2} k_b \omega_{LT} \iint dz dz' e^{ik_b |z - z'|} \varphi_j(z) \varphi_{j'}(z') \end{aligned} \quad (34)$$

отличны от нуля, только если $\varphi_j(z)$ и $\varphi_{j'}(z)$ — функции одинаковой четности. Подставив величины

$\tilde{\Lambda}_j = \sum_{j'} M_{jj'}^{-1} \Lambda_{j'}^{(0)}$ под знак суммы в (31), при $z \rightarrow -\infty$ получаем коэффициент отражения от изолированной ямы с центром $z = 0$

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{i}{2} k_b \omega_{LT} \sum_{j,j'} M_{jj'}^{-1}(\omega) \\ &\times \int dz e^{ik_b z} \varphi_j(z) \int dz' e^{ik_b z'} \varphi_{j'}(z'), \end{aligned} \quad (35)$$

а при $z \rightarrow \infty$ — коэффициент пропускания

$$\begin{aligned} t_1 &= 1 + \frac{i}{2} k_b \omega_{LT} \sum_{j,j'} M_{jj'}^{-1}(\omega) \\ &\times \int dz e^{-ik_b z} \varphi_j(z) \int dz' e^{ik_b z'} \varphi_{j'}(z'). \end{aligned} \quad (36)$$

Из (35) и (36) следует, что соотношение $t_1 = 1 + r_1$ не является точным в общем случае, когда учитываются экситонные состояния с нечетной огибающей волновой функции.

Выполнив двойное интегрирование в (34) и записав матричные элементы $\Omega_{jj'}$ в виде

$$\Omega_{jj'} = \omega_{LT} k_b a J_{jj'},$$

получаем для безразмерных множителей $J_{jj'}$

$$\begin{aligned} J_{2n-1, 2n'-1} &= \frac{1}{\pi^2 (2n-1)^2 - (k_b a)^2} \\ &\times \left\{ \delta_{nn'} k_b a - \frac{2\pi^2 (-1)^{n+n'} (2n-1)(2n'-1)}{\pi^2 (2n'-1)^2 - (k_b a)^2} \right. \\ &\times \left. \left[\sin(k_b a) - 2i \cos^2\left(\frac{k_b a}{2}\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (37)$$

для четных состояний,

$$\begin{aligned} J_{2n, 2n'} &= -\frac{8\pi^2 n n' (-1)^{n+n'}}{[(2n\pi)^2 - (k_b a)^2][(2n'\pi)^2 - (k_b a)^2]} \\ &\times \left[\sin(k_b a) - 2i \sin^2\left(\frac{k_b a}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (38)$$

для нечетных состояний и $J_{jj'} = 0$ для состояний j и j' разной четности. Согласно (33), диагональные элементы Ω_{jj} определяют радиационный сдвиг $\omega'_j \rightarrow \tilde{\omega}_j$ частоты (28) и радиационное затухание $\Gamma_{0,j}$ для j -го экситонного состояния:

$$\tilde{\omega}_j - \omega'_j = -\omega_{LT} k_b a \text{Re}\{J_{jj}\}, \quad \Gamma_{0,j} = \omega_{LT} k_b a \text{Im}\{J_{jj}\}. \quad (39)$$

В Приложении приведенные выше формулы использованы для рассмотрения взаимного влияния двух размерно-квантованных экситонных состояний на дисперсию экситонных поляритонов и оптические спектры отражения и пропускания.

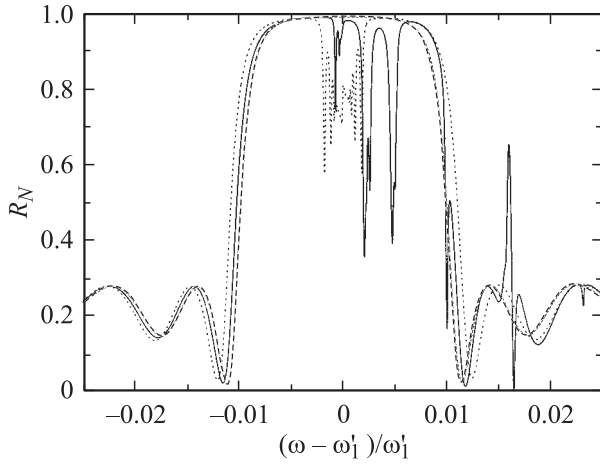


Рис. 3. Спектры отражения $R_N(\omega)$ резонансной периодической структуры с широкими ямами. Расчет выполнен при $n_a^2 = n_b^2 = 10.8$, $a = 25 \text{ nm}$, $d = 103.2 \text{ nm}$, $b' = d - a/2$, $\hbar\omega_1 = 1.8282 \text{ eV}$, $\hbar\omega_{LT} = 0.93 \text{ meV}$, $\hbar\Gamma = 1.24 \text{ meV}$. Штриховая, сплошная и пунктирная кривые рассчитаны при $M = 0.01m_0$, $M = 0.5m_0$ и $M \rightarrow \infty$ соответственно (m_0 — масса электрона в вакууме).

Упростим теорию, оставляя главные члены по параметру $k_b a \ll 1$ в выражениях (37), (38). Оценка выражения (38) показывает, что взаимодействие внешней волны с нечетными состояниями из (34) мало по параметру $k_b a \ll 1$. Взаимодействие резонансов с функциями (34) одинаковой четности также мало по параметру $k_b a \ll 1$. Как следствие, в приближении $k_b a \ll 1$ коэффициент отражения (35) можно записать в виде суммы резонансных вкладов четных состояний (34)

$$r_1 = \sum_n \frac{i\Gamma_{0,2n-1}}{\omega_0 + (\hbar/2M)[(2n-1)\pi/a]^2 - \omega - i(\Gamma + \Gamma_{0,2n-1})}. \quad (40)$$

В выражение (40) входят параметры радиационного распада этих состояний

$$\Gamma_{0,2n-1} = \frac{\Gamma_{0,1}}{(2n-1)^2},$$

где $\Gamma_{0,1} = 4\omega_{LT}k_b a/\pi^2$, а радиационным сдвигом этих уровней порядка $(k_b a)^2$ пренебрегается. Соотношение $t_1 = 1 + r_1$ с r_1 из (40) выполняется с точностью до членов $\sim k_b a$, при этом получаем дисперсионное уравнение

$$\cos Kd = \cos k_b d + \frac{ir_1}{1+r_1} \sin k_b d$$

для экситонных поляритонов в бесконечной сверхрешетке. Далее на основе полученных формул анализируются оптические спектры структур с широкими квантовыми ямами.

На рис. 3 представлены спектры отражения при нормальном падении света на структуру, содержащую $N = 100$ широких полупроводниковых слоев толщиной

$a = 250 \text{ \AA} \gg a_b$, разделенных диэлектрическими слоями. Расчет проводился при $\epsilon_a = \epsilon_b = 10.8$. Помимо спектра, рассчитанного для реалистичной эффективной массы экситона $M = 0.5m_0$ (m_0 — масса свободного электрона), приведены также спектры, отвечающие массам $M = 0.01m_0$ и $M \rightarrow \infty$. По оси абсцисс отложена безразмерная величина $(\omega - \omega'_1)/\omega'_1$, где ω'_1 — вещественная часть частоты экситона (28) на первом уровне размерного квантования ($j = 1$). Для каждой структуры выбиралось свое значение резонансной частоты объемного экситона ω_0 так, чтобы значения ω'_1 при разных массах M совпадали с частотой, вычисленной по формуле (28) при $M = 0.5m_0$. Период d удовлетворяет резонансному брэгговскому условию $(\tilde{\omega}_1 n_b/c)d = \pi$ на частоте $\tilde{\omega}_1$, перенормированной согласно (39). Видно, что при таком выборе $\tilde{\omega}_1$ и d сглаженные спектры близки друг к другу. Это можно понять, учитывая, что сила осциллятора основного состояния размерного квантованного экситона, определяемая величиной $\Gamma_{0,1}$, значительно превышает силу осциллятора других уровней. Поэтому ширина резонансного спектра отражения определяется экситонными поляритонами, формируемыми экситоном в основном состоянии, как и в случае резонансных брэгговских структур с квазидвумерными экситонами, которые рассматривались в разделах 2 и 3. Для структуры с $M = 0.01m_0$ верхние экситонные уровни находятся далеко и не влияют на светоэкситонное взаимодействие с нижним уровнем $j = 1$. Для структур с массой $M = 0.5m_0$ или $M > m_0$ в оптических спектрах имеются особенности, связанные с экситонными уровнями $j > 1$ и играющие роль тонкой структуры на фоне сглаженной составляющей, которая, как уже отмечалось, слабо зависит от M . Заметим, что при толщине $a = 250 \text{ \AA}$ и массе $M = 0.5m_0$ экситонные уровни заметно отделены друг от друга и спектр, изображенный на рис. 3 сплошной линией, представляет собой промежуточный случай между спектрами отражения от структуры с квантовыми ямами и от тонкой полупроводниковой пленки шириной $> 0.1 \mu\text{m}$ [15].

Результаты расчета спектров отражения и дисперсии экситонных поляритонов для структуры с широкими квантовыми ямами и диэлектрическим контрастом $\epsilon_a \neq \epsilon_b$ показаны на рис. 4. Видно, что экситонный резонанс приводит к существенному увеличению ширины нижней стоп-зоны энергетического спектра. Это определяется взаимодействием света с четным состоянием экситона на нижнем уровне размерного квантования ($j = 1$). Состояние с $j = 3$, также имеющее четную огибающую, приводит к образованию заметной стоп-зоны в спектре, при этом резонанс ω'_3 проявляется и для структуры с одной квантовой ямой. Стоп-зоны вблизи остальных частот ω_j более узкие, и соответствующие им резонансы появляются в спектрах отражения только при достаточно большом числе квантовых ям. Эти результаты находятся в согласии с аналитическим выражением (40) в случае структуры без диэлектрического контраста. Поскольку толщина покрывающего

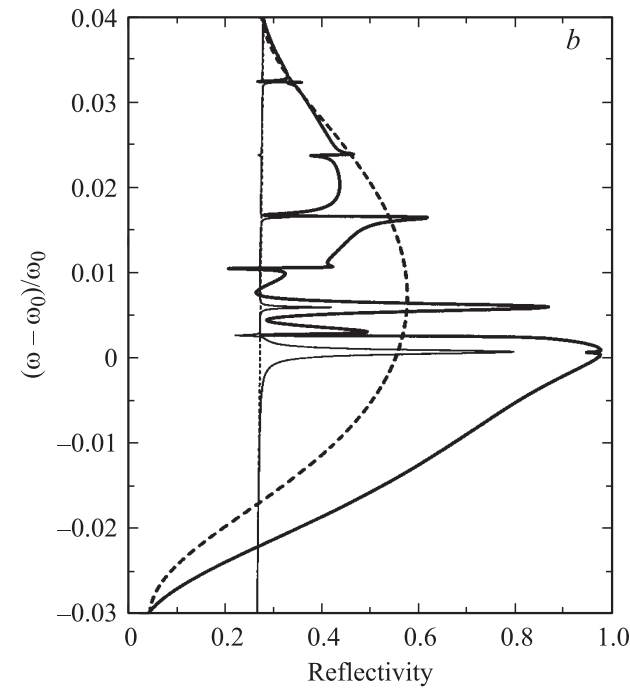
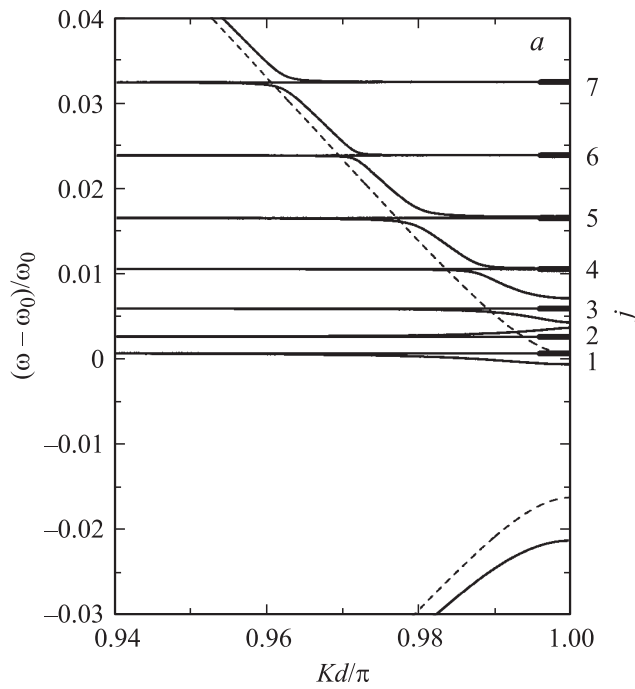


Рис. 4. *a)* Дисперсия экситонных поляритонов в периодической структуре. Горизонтальными жирными штрихами при $Kd/\pi = 1$ отмечены значения частот ω'_j . Рядом со штрихами указаны соответствующие значения j . *b)* Спектры отражения от структуры с $N = 1$ (тонкая линия) и с $N = 20$ (жирная линия). Штриховые кривые соответствуют структурам без экситонного резонанса ($\omega_{LT} = 0$). Расчет проводился при $n_b^2 = 10 \neq n_a^2$, $d = 107.2$ нм и тех же значениях остальных параметров, что на рис. 3; при расчете дисперсии принято $\Gamma = 0$.

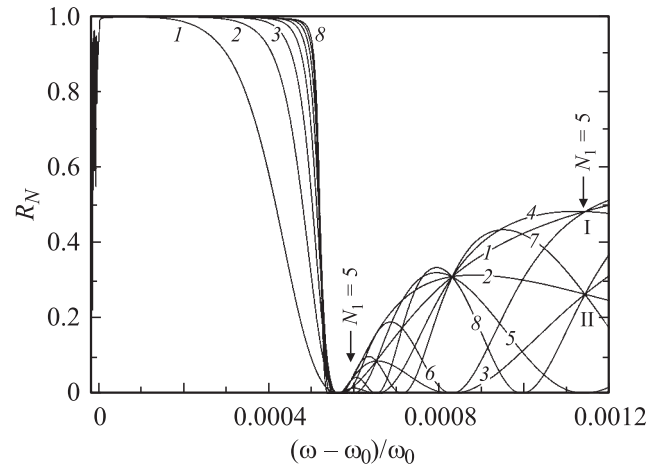


Рис. 5. Спектры отражения R_N вблизи частоты экситонного резонанса ω_0 для структуры с $N = 1, 2, \dots, 8$ резонансными слоями (значения N указаны около кривых). Толщины слоев равны $a = 0.14d$, $b = 0.86d$ при условии $b = \pi/k_b(\omega_0)$, а фоновые диэлектрические проницаемости равны $\epsilon_a = 10.8$ и $\epsilon_b = 1$. Расчет проводился при $\hbar\omega_0 = 1.827$ эВ, $\hbar\omega_{LT} = 0.93$ меВ и $\Gamma = 10^9$ с $^{-1}$ в пренебрежении пространственной дисперсией. Вертикальными стрелками отмечены две особые частоты ω_s при $N_1 = 5$. Точки пересечения спектров отмечены цифрами I и II.

слоя $b' = b + (a/2)$ выбиралась из условия максимума коэффициента отражения на частоте ω'_1 , спектры отражения для структуры без экситонного резонанса ($\omega_{LT} = 0$) оказываются асимметричными.

В заключение обсудим существование особых частот в оптических спектрах одномерных нерезонансных и резонансных фотонных кристаллов, используя общие соотношения (1)–(3) и (6). Предположим, что в пренебрежении нерезонансным затуханием ($\Gamma \rightarrow 0$) коэффициент отражения (6), имеющий при $r_{01} = 0$ и $b' = b/2$ вид $\tilde{r}_N(\omega)$ для структуры с $N = N_1 > 1$ слоями и фоновой диэлектрической проницаемостью ϵ_b , обращается в нуль на частоте ω_s , т.е. $\tilde{r}_{N_1}(\omega_s) = 0$. Можно показать, что тогда вне запрещенной фотонной зоны для коэффициента отражения $\tilde{r}_N(\omega)$ и пропускания $\tilde{t}_N(\omega)$ из (1) или (6) выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{mN_1}(\omega_s) &= 0, & \tilde{t}_{mN_1}(\omega_s) &= (-1)^{ms}, \\ \tilde{r}_{N_2}(\omega_s) &= \tilde{r}_{mN_1-N_2}^*(\omega_s), & \tilde{t}_{N_2}(\omega_s) &= (-1)^{ms} \tilde{t}_{mN_1-N_2}^*(\omega_s), \end{aligned} \quad (41)$$

где m — целое число, $m \geq 1$, $mN_1 - N_2 \geq 1$. При выводе формул (41) использовались соотношение $\text{Re}\{\tilde{r}_1 \tilde{t}_1^*\} = 0$ и дисперсионное уравнение $\cos Kd = \text{Re}\{1/\tilde{t}_1\}$ с коэффициентами \tilde{r}_1, \tilde{t}_1 широкого полупроводникового слоя. Решение дисперсионного уравнения удовлетворяет условию $K_s = \pi s/(N_1 d)$ с целыми числами s , исключая те, для которых $|s|$ кратно N_1 . Для коэффициента поглощения $A_N(\omega) = 1 - |\tilde{r}_N(\omega)|^2 - |\tilde{t}_N(\omega)|^2$ при малом значении Γ приближенно выполнено равенство $A_{N_2}(\omega_s) = A_{mN_1-N_2}(\omega_s)$.

Эти свойства показаны на рис. 5 для спектров отражения $R_N(\omega) = |\tilde{r}_N(\omega)|^2$ периодических структур с разным числом ям N , с фоновыми диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_a = 10.8$, $\varepsilon_b = 1$, шириной полупроводниковых слоев $a = 0.14d$ и шириной барьерных слоев $b = 0.86d$. Эти структурные параметры и параметры экситона $\hbar\omega_0 = 1.827$ eV, $\hbar\omega_{LT} = 0.93$ meV соответствуют инвертированному опалу на основе полупроводника (CdSe) с большой трансляционной массой (недавно о создании композитов опал-CdSe сообщалось в работе [16]). Спектры $R_N(\omega)$, приведенные на рис. 5, вычислялись при условии $b = \pi/k_b(\omega_0)$, где ω_0 — частота экситонного резонанса. Запрещенная фотонная зона вблизи экситонного резонанса располагается в интервале частот $0 < (\omega - \omega_0)/\omega_0 < 5.1 \cdot 10^{-4}$, где коэффициент отражения $R_N(\omega)$ близок к единице. Для примера обсудим появление особых частот, при которых пересекаются несколько спектров $R_N(\omega)$. На рис. 5 показаны две особые частоты ω_s , для которых значения $(\omega_s - \omega_0)/\omega_0$ равны $5.9 \cdot 10^{-4}$ и $1.14 \cdot 10^{-3}$ в случае $N_1 = 5$. При большей из этих частот в точках I и II, отвечающих двум различным значениям коэффициента отражения, пересекаются три и четыре спектра $R_N(\omega)$ соответственно. В точке I пересекаются спектры с $N = 1, 4, 6$, а в точке II — спектры с $N = 2, 3, 7$ и 8. Количество кривых, проходящих через узлы I и II, увеличивается при увеличении числа рассматриваемых спектров $R_N(\omega)$ (на рис. 5 показано всего восемь таких спектров). Аналогично, с помощью соотношений (41), объясняется появление особых частот, соответствующих другим нулям спектров отражения. Численный расчет показывает наличие особых точек в спектре отражения и при учете пространственной дисперсии.

6. Заключение

Теоретически исследованы с общей точки зрения свойства экситонных поляритонов в периодических структурах с конечным числом узких квантовых ям, обладающих квазидвумерными экситонами, и широких слоев с квазитрехмерными размерно-квантованными экситонами. Показано, что в структурах с квазидвумерными экситонами в спектрах отражения имеются две особые частоты, при которых пересекаются спектры отражения резонансных квази-брэгговских структур с разным числом ям. При отклонении от нормального падения света или нарушении условия брэгговской дифракции указанные особые частоты смещаются. Для спектров поглощения резонансных брэгговских структур в области запрещенной зоны имеются другие две особые частоты, при которых коэффициент поглощения не зависит от числа ям в структуре. В отсутствие контраста фоновой диэлектрической проницаемости эти особые частоты расположены внутри запрещенной зоны симметрично относительно ее центра, совпадающего с частотой экситонного резонанса, а при увеличении кон-

траста они смещаются асимметрично вместе со сдвигом запрещенной зоны.

В случае периодических структур из слоев полупроводника, обладающих квазитрехмерными экситонами, плавная составляющая спектров отражения определяется в основном условием брэгговской дифракции на частоте нижнего уровня размерного квантования экситона. Причина заключается в том, что это экситонное состояние имеет преобладающую силу осциллятора и поэтому для него эффект является наиболее сильным. Другие уровни размерного квантования обеспечивают тонкую структуру спектров отражения, зависящую от трансляционной массы экситона. Можно ожидать, что полученные качественные результаты будут применимы не только к одномерным резонансным брэгговским структурам, но и к трехмерным фотонным кристаллам в условиях, когда существенна дифракция на единственной системе кристаллографических плоскостей, как на системе ростовых плоскостей (111) в опалоподобных фотонных кристаллах [17,18].

Приложение

Выделим два экситонных уровня размерного квантования с квантовыми числами j и j' и учтем смешивание между ними за счет электрического поля световой волны. Из (32) и (33) находим

$$\tilde{\Lambda}_j \equiv \frac{\Lambda_j}{\omega_j - \omega} = \frac{(\omega_{j'} - \Omega_{j'j'} - \omega)\Lambda_j^{(0)} + \Omega_{jj'}\Lambda_{j'}^{(0)}}{\Delta_{jj'}},$$

$$\tilde{\Lambda}_{j'} \equiv \frac{\Lambda_{j'}}{\omega_{j'} - \omega} = \frac{\Omega_{jj'}\Lambda_j^{(0)} + (\omega_j - \Omega_{jj} - \omega)\Lambda_{j'}^{(0)}}{\Delta_{jj'}}$$

со знаменателем

$$\Delta_{jj'} = (\omega_j - \Omega_{jj} - \omega)(\omega_{j'} - \Omega_{j'j'} - \omega) - \Omega_{jj'}^2.$$

Для двух четных экситонных состояний, например, с индексами $j = 1$ и 3 имеем $r_1 = t_1 - 1$ и $\Omega''_{13} = (\lambda_3/\lambda_1)\Omega''_{11} = (\lambda_1/\lambda_3)\Omega''_{33}$, где $\lambda_j = \int dz \cos k_b z \varphi_j(z)$ и $\Omega''_{jj'}$ — мнимая часть $\Omega_{jj'}$. Это позволяет коэффициенты r_1, t_1 преобразовать к виду

$$r_1 = t_1 - 1 = \frac{i}{\Delta_{13}} \left[\left(\tilde{\omega}_3 + \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \Omega'_{13} - \omega \right) \Gamma_{0,1} + \left(\tilde{\omega}_1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \Omega'_{13} - \omega \right) \Gamma_{0,3} \right],$$

а дисперсионное уравнение — к виду

$$\cos Kd = \cos k_b d - \sin k_b d \times \frac{(\tilde{\omega}_3 - \omega)\Gamma_{0,1} + (\tilde{\omega}_1 - \omega)\Gamma_{0,3} + 2\Omega'_{13}\Omega''_{13}}{(\tilde{\omega}_1 - \omega)(\tilde{\omega}_3 - \omega) - \Omega'^2_{13}}, \quad (42)$$

где $\Omega'_{jj'} = \text{Re}\{\Omega_{jj'}\}$ и $\Gamma_{0,j} = \text{Im}\{\Omega_{jj}\}$. Отметим, что знаменатель в (42) не содержит мнимых частей $\Omega_{jj'}$.

Для двух экситонных состояний разной четности, например, для уровней $j = 1$ и 2 , имеем $\Omega_{12} = 0$, $\tilde{\Lambda}_j = (\tilde{\omega}_j - \omega - i\Gamma_{0,j})^{-1} \Lambda_j^{(0)}$,

$$\begin{aligned} r_1 &= e^{-ik_b d} \tilde{r}_1 = r_1^{(1)} + r_1^{(2)}, \\ t_1 &= e^{-ik_b d} \tilde{t}_1 = 1 + r_1^{(1)} - r_1^{(2)}, \\ r_1^{(j)} &= (-1)^{j+1} \frac{i\Gamma_{0,j}}{\tilde{\omega}_j - \omega - i\Gamma_{0,j}}, \end{aligned}$$

а дисперсионное уравнение для экситонных поляритонов в бесконечной периодической сверхрешетке имеет вид

$$\begin{aligned} \cos Kd &= \cos k_b d \\ &- \frac{[(\tilde{\omega}_2 - \omega)\Gamma_{0,1} + (\tilde{\omega}_1 - \omega)\Gamma_{0,2}] \sin k_b d + 2\Gamma_{0,1}\Gamma_{0,2} \cos k_b d}{(\tilde{\omega}_1 - \omega)(\tilde{\omega}_2 - \omega) + \Gamma_{0,1}\Gamma_{0,2}}. \end{aligned} \quad (43)$$

Взаимодействие света с двумя близко расположенными экситонными уровнями в одиночной широкой квантовой яме рассмотрено в работе [19].

Список литературы

- [1] J.D. Joannopoulos, R.D. Meade, J.N. Winn. Photonic crystals. Molding the flow of light. Princeton University Press (1995).
- [2] Е.Л. Ивченко, А.И. Несвижский, С. Йорда. ФТТ **36**, 2118 (1994).
- [3] Е.Л. Ивченко, В.П. Кочерешко, А.В. Платонов, Д.Р. Яковлев, А. Ваар, В. Оссау, Г. Ландвер. ФТТ **39**, 2072 (1997).
- [4] E.L. Ivchenko. Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures. Alpha Science International, Harrow, U.K. (2005).
- [5] В.А. Кособукин, М.М. Моисеева. ФТТ **37**, 3694 (1995).
- [6] М.М. Voronov, E.L. Ivchenko, M.V. Erementchouk, L.I. Deych, A.A. Lisyansky, J. Lumin. (2007).
- [7] М.М. Воронов, Е.Л. Ивченко, А.Н. Поддубный, В.В. Чалдышев. ФТТ **48**, 1710 (2006).
- [8] Е.Л. Ивченко, В.А. Кособукин, ФТП **22**, 24 (1988).
- [9] G.H. Coccoletzi, W.L. Mochan. Phys. Rev. B **39**, 8403 (1989).
- [10] В.А. Кособукин. ФТТ **34**, 3107 (1992).
- [11] G.H. Coccoletzi, A.R. Perucho, W.L. Mochan. Phys. Rev. B **44**, 11 514 (1991).
- [12] S. Nojima. Phys. Rev. B **59**, 5662 (1999).
- [13] J.P. Prineas, C. Ell, E.S. Lee, G. Khitrova, H.M. Gibbs, S.W. Koch. Phys. Rev. B **61**, 13 863 (2000).
- [14] E.L. Ivchenko, M. Willander. Phys. Stat. Sol. (b) **215**, 199 (1999).
- [15] В.А. Киселев, Б.С. Разбирин, И.Н. Уральцев. Письма в ЖЭТФ **18**, 504 (1973).
- [16] G.R. Maskaly, M.A. Petruska, J. Nanda, I.V. Bezel, R.D. Schaller, H. Htoon, J.M. Pietryga, V.I. Klimov. Adv. Mater. **18**, 343 (2006).
- [17] А.В. Барышев, А.А. Каплианский, В.А. Кособукин, М.Ф. Лимонов, К.Б. Самусев, Д.Е. Усвят. ФТТ **45**, 434 (2003).
- [18] A.V. Baryshev, V.A. Kosobukin, K.B. Samusev, D.E. Usvyat, M.F. Liminov. Phys. Rev. B **72**, 215 118 (2006).
- [19] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. ФТТ **48**, 1693 (2006).