

даться во всех материалах, включая пленки. Он может оказаться полезным при исследовании температурной и полевой зависимости δ , важных для изучения природы сверхпроводимости в материалах с высоким значением T_c . Слабые магнитные поля $H < 150 \text{ Э}$ не влияют на глубину и положение минимума. Отсюда следует, что слабые магнитные поля не влияют на δ при $T \leq T_c$.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] К и р и ч е н к о А.Я., Ч е р п а к Н.Т. В сб.: Твердотельная электроника миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов, Харьков: ИРЭ АН УССР. 1988. С. 112-116.
- [2] С в и с т у н о в В.М., Р е в е н к о Ю.Ф., Г р и г у т ь О.В., Т а р е н к о в В.Ю. В сб.: Проблемы высокотемпературной сверхпроводимости, Информ. мат. Свердловск: УрО АН СССР. 1987. ч. 2. С. 104-105.
- [3] К и р и ч е н к о А.Я., Ч е р п а к Н.Т. // Препринт ИРЭ АН УССР. № 369. Харьков. 1988. 27 с.
- [4] К а u t z R.L. // J. Appl. Phys. 1978. V. 49. N 1. P. 308-312.
- [5] F i s h e r H., К а о Y.H. // Solid State Commun. 1969. V. 7. N 2. P. 275-277.
- [6] Ж е р е б ч е в с к и й Д.Э., Ч а б а н е н к о В.В., М о и с е е в а Т.Н. // Препринт ИМФ АН УССР. № 13.88. Киев. 1988. С. 32-33.

Институт радиофизики
и электроники АН УССР,
Харьков

Поступило в Редакцию
14 октября 1988 г.
В окончательной редакции
9 февраля 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 7
09.

12 апреля 1989 г.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ БИФУРКАЦИЙ НА ПОРОГЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

А.Р. В о л к о в с к и й, Н.Ф. Р у л ь к о в

Известно [1], что связь, накладываемая на системы с индивидуальной стохастической динамикой, может приводить к синхронизации стохастических колебаний. Несмотря на наличие работ, в которых рассматривается это явление,¹ остаются неисследованными бифуркации, определяющие переход к такому режиму. Тем самым остается открытым вопрос о возможном характере границ зоны стохастической синхронизации.

¹См., например, [2-4].

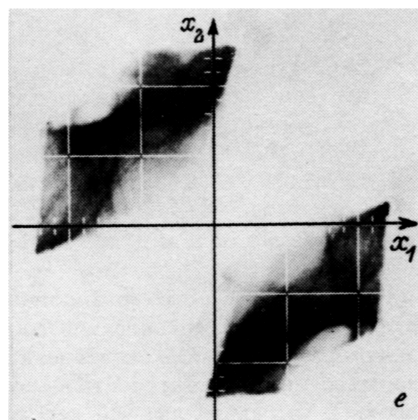
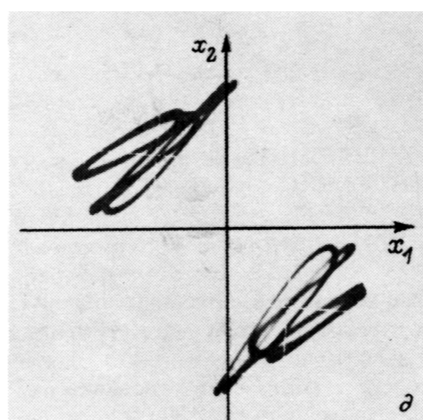
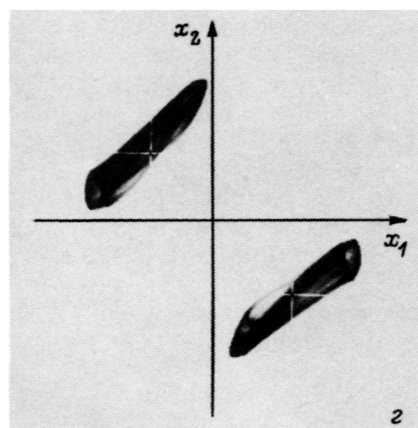
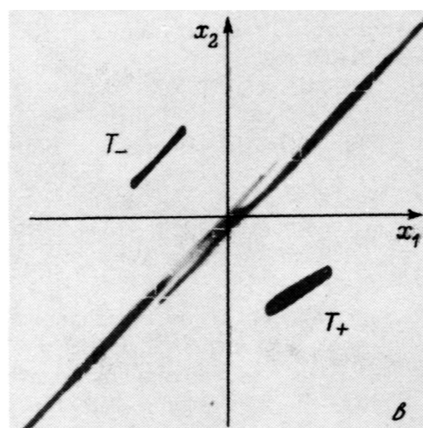
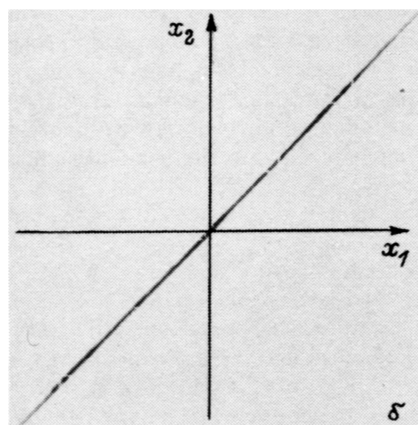
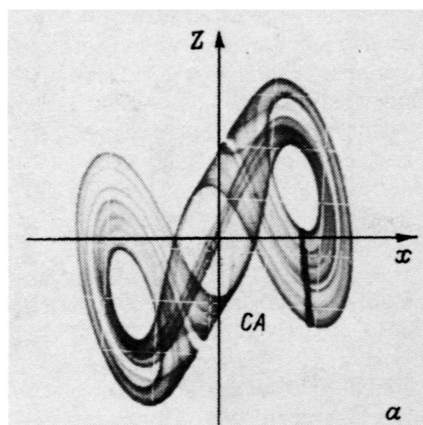


Рис. 1

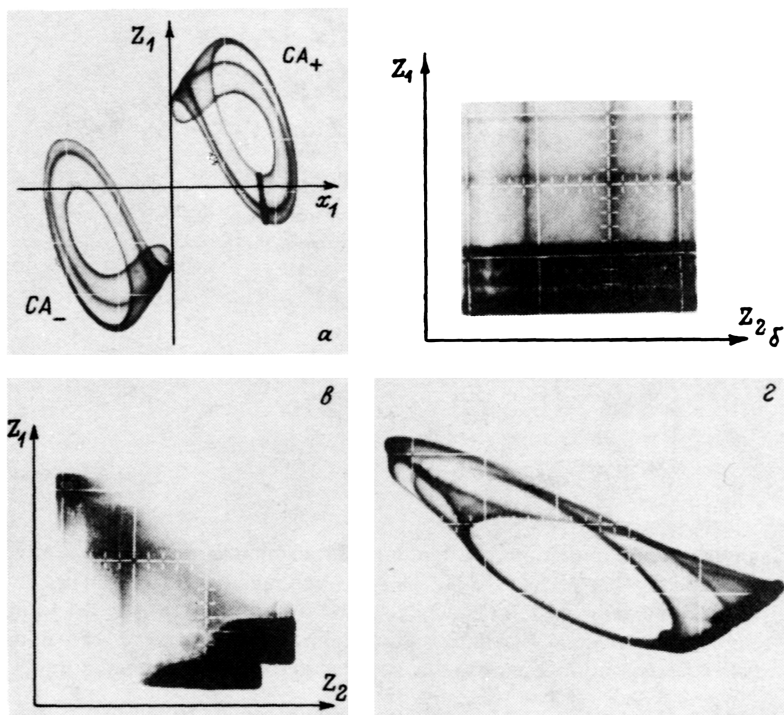


Рис. 2.

В данном сообщении приводятся результаты экспериментального исследования сценариев возникновения стохастической синхронизации в системе двух связанных автогенераторов с 1.5 степенями свободы. Рассмотрена взаимная и однонаправленная связь между ними.

Анализ индивидуальной динамики используемых автогенераторов показывает, что в зависимости от параметров в них устанавливаются два типа стохастических колебаний [5]. Образом этих колебаний в фазовом пространстве автогенератора являются странные аттракторы. Первый тип колебаний соответствует симметричному странному аттрактору CA , приведенному на рис. 1, а. Вторым — одному из странных аттракторов CA_+ и CA_- (рис. 2, а). Заметим, что при изменении параметров CA образуется из слияния CA_+ и CA_- в результате их кризиса [6].

Математическая модель, описывающая динамику связанных автогенераторов, имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y_1 + C(x_2 - x_1), & \dot{x}_2 &= y_2 - C(x_2 - x_1), \\ \dot{y}_1 &= -x_1 - \delta_1 y_1 + z_1, & \dot{y}_2 &= -x_2 - \delta_2 y_2 + z_2, \\ \dot{z}_1 &= g_1[\alpha_1 F(x_1) - z_1] - \sigma_1 y_1, & \dot{z}_2 &= g_2[\alpha_2 F(x_2 + C_0 z_1) - z_2] - \sigma_2 y_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где C_0, C - параметры связи; индексы 1 и 2 соответствуют первому и второму генератору. Нелинейность $F(x)$ можно аппроксимировать кусочно нелинейной функцией:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{2}{3\sqrt{3}}, & x < -\frac{2}{\sqrt{3}} \\ x(1-x^2), & -\frac{2}{\sqrt{3}} \leq x \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \\ -\frac{2}{3\sqrt{3}}, & x > \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases} \quad (2)$$

Для исследования синхронизации одноименные параметры автогенераторов $\delta_i, g_i, \alpha_i, \sigma_i$ устанавливались близкими.

1. Взаимная связь ($C \neq 0, C_0 = 0$). Анализ системы (1), проведенный с помощью функции Ляпунова,¹ показывает, что при равенстве между собой одноименных параметров генераторов для значений связи $C > C_L = \frac{9g^2\alpha^2}{4\sigma^2}$ в фазовом пространстве системы существует глобально устойчивое интегральное многообразие:

$$x_1 = x_2, \quad y_1 = y_2, \quad z_1 = z_2. \quad (3)$$

Значение связи C_L является оценкой сверху, которая гарантирует существование режима стохастической синхронизации² Детальное изучение бифуркаций на границе такой синхронизации проводилось экспериментально. При этом параметры автогенераторов подбирались такими, чтобы в фазовом пространстве каждого автогенератора (при $C=0$) существовал симметричный странный аттрактор СА. В эксперименте регистрировались проекции фазового пространства системы на парциальные подпространства автогенераторов $(x_1, z_1), (x_2, z_2)$ и на плоскость переменных (x_1, x_2) .

Установление режима стохастической синхронизации, согласно (3), проявляло себя как выход траекторий на диагональ в плоскости (x_1, x_2) (рис. 1, б). При этом на плоскости (x_1, z_1) наблюдалась проекция СА, полностью совпадающая с приведенной на рис. 1, а. Для больших значений параметра C такой режим

¹Аналогичный анализ подробно приведен в работе [7].

²При этом параметры автогенераторов должны быть выбраны в области существования стохастических колебаний.

глобально устойчив. Уменьшение величины связи до значений C' приводит к появлению в фазовом пространстве системы пары устойчивых состояний равновесия, из которых затем рождаются устойчивые периодические движения T_+ и T_- . При этом режим стохастической синхронизации остается устойчивым вплоть до значений связи C'' , $C'' < C'$. Проекция устойчивых движений для $C'' < C < C'$ приведены на рис. 1, в. Для $C < C''$ режим (3) становится неустойчивым и в фазовом пространстве системы остаются устойчивыми лишь T_+ и T_- . Рассмотренные бифуркации объясняют наличие гистерезиса на границе исследуемой зоны синхронизации. Стохастические колебания на этой границе возникают жестко.

Дальнейшее уменьшение величины связи приводит к потере устойчивости T_+ и T_- , из которых рождаются эргодические торы, приведенные на рис. 1, г. Затем, через последовательность бифуркаций удвоения резонансных циклов осуществляется переход к хаосу (рис. 1, д, е). При $C=0$ проекция (x_1, x_2) представляет из себя полностью засвеченный квадрат, что говорит о наличии независимых стохастических колебаний в автогенераторах.

2. Однонаправленная связь ($C=0, C_0 \neq 0$). Экспериментальное исследование при однонаправленной связи проводилось для случая, когда параметры автономных автогенераторов выбирались в области существования странных аттракторов CA_+ и CA_- , возникающих через последовательность бифуркаций удвоения периода (рис. 2, а).

В эксперименте в обоих генераторах возбуждались колебания, соответствующие CA_+ , и затем вводилась связь. Стохастическая синхронизация в этом случае проявляла себя как уменьшение размерности странного аттрактора в совокупном фазовом пространстве автогенераторов. Для регистрации этого факта в эксперименте проводился анализ траекторий в проекции на плоскость (z_1, z_2) . При этом на фазовой траектории подсвечивались точки, соответствующие моментам времени, когда траектория в фазовом пространстве ведущего генератора (x_1, y_1, z_1) пересекала плоскость сечения Пуанкаре (рис. 2, а).

При $C=0$ подсвеченные точки образовывали прямоугольник в нижней части проекции (z_2, z_1) (рис. 2, б). Введение и последующее увеличение связи приводило к сжатию засвечиваемой области (рис. 2, в, г), которая для значений связи выше критического вырождалась в линию, аналогичную виду отображения в ведущем автогенераторе. Сжатие происходило во всех проекциях фазового пространства. Наблюдаемое вырождение говорит о наличии преобразования между проекциями стохастического множества на парциальные фазовые пространства генераторов, что в свою очередь определяет установление стохастической синхронизации [1]. Анализ границ рассмотренной зоны синхронизации показывает, что режим синхронизации возникает мягко в результате внутренних бифуркаций аттрактора [8].

Рассмотренные выше границы зон синхронизации стохастических колебаний не исчерпывают всего многообразия возможных при этом бифуркаций. Приведенная в работе методика экспериментального

исследования может оказаться полезной при исследовании и других сценариев возникновения стохастической синхронизации.

В заключение авторы выражают благодарность И.С. Арансону, А.Г. Максимову, М.И. Рабиновичу за полезные обсуждения и замечания.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] А ф р а й м о в и ч В.С., В е р и ч е в Н.Н., Р а б и н о в и ч М.И. // Изв. вузов, Радиофизика. 1986. Т. 29. № 9. С. 1050-1060.
- [2] К у з н е ц о в С.П., П и к о в с к и й А.С. Взаимодействие систем со стохастическим поведением. Нелинейные волны. Структуры и бифуркации. М.: Наука, 1987. 400 с.
- [3] А с т а х о в В.В., Б е з р у ч к о Б.П., П о н о м а р е н к о В.И., С е л е з н е в Е.П. // Изв. вузов, Радиофизика. 1988. Т. 31. № 5. С. 627-630.
- [4] А н и щ е н к о В.С., П о с т н о в Д.Э. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 6. С. 569-573.
- [5] Д м и т р и е в А.С., К и с л о в В.Я., С т а р к о в С.О. // ЖТФ. 1985. Т. 55. В. 12. С. 2417-2419.
- [6] В о л к о в с к и й А.Р., Р у л ь к о в Н.Ф. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 16. С. 1508-1513.
- [7] В е р и ч е в Н.Н. Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький, 1986. С. 47-57.
- [8] А ф р а й м о в и ч В.С. Внутренние бифуркации и кризисы аттракторов. Нелинейные волны. Структуры и бифуркации. М.: Наука, 1987. 400 с.

Горьковский государственный
университет
им. Н.И. Лобачевского

Поступило в Редакцию
22 декабря 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 7
05.3; 08

12 апреля 1989 г.

РАДИАЦИОННО-АКУСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
МЕТАЛЛОВ В ОБЛАСТИ
СТРУКТУРНОГО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

А.И. К а л и н и ч е н к о, Г.Ф. П о п о в

1. Повсеместный интерес к исследованиям структурных фазовых переходов и метастабильных состояний в твердых телах, обусловленный возможностями создания на их основе новых материалов и устройств, делает актуальной разработку методов определения механических и теплофизических характеристик вещества, обладающих высоким временным разрешением, быстрым действием и универсальностью. Для этих целей перспективным представляется использование