Письма в ЖТФ, том 15, вып. 9 12 мая 1989 г.

01

РАДИАЦИОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗАРЯДОВ

С.Т. Завтрак

Хорошо известно, что колебания малых частиц в жидкости под воздействием падающей звуковой волны приводят к появлению силы взаимодействия между ними. В случае монопольных пульсаций частиц (например, пульсаций радиусов газовых пузырьков) соответствующая сила носит название силы Бьеркнеса [1, 2]. Если жидкость несжимаема, то сила Бьеркнеса ведет себя подобно кулоновской. В случае дипольных колебаний (например, осцилляций центров твердых шариков) она называется силой Кенига [2] и для несжимаемой жидкости носит тензорный характер. При наличии сложных монопольных и дипольных колебаний возникают перекрестные силы [3]. Взаимодействие малых частиц в сжимаемой жидкости приводит к появлению дальнодействующих [4–6], обратнопропорциональных расстоянию между частицами, и тангенциальных [5–6] составляющих сил Бьеркнеса и др.

Представляется интересным попытаться перенести соответствующие результаты на задачу о радиационном взаимодействии двух зарядов. Для простоты заряженные частицы будем считать бесспиновыми. Обозначим через $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ равновесные радиус-векторы 1-го и 2-го зарядов, а через $\vec{\xi}_1$ и $\vec{\xi}_2$ – их смещения. Дипольные колебания зарядов будем считать малыми, т.е. $|\vec{\xi}_{1,2}| \ll l$, где $\vec{l}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$. Будем также считать, что заряды колеблются с одной и той же круговой частотой ω, а скорости их движения малыми по сравнению со скоростью света c (нерелятивистский предел).

Если оба заряда колеблются в поле плоской линейно поляризованной волны $\vec{E}=\vec{E}_0\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)$ ($\vec{E}$ – вектор напряженности электрического поля, $\vec{k}$ – волновой вектор), то [7]:

$$\vec{\xi}_{1,2}=-\frac{e_{1,2}\vec{E}_0}{m_{1,2}\omega^2}\cos(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t), \tag{1}$$

где $m_{1,2}$ – их массы.

Для вычисления энергии взаимодействия зарядов воспользуемся известным выражением [7]:

$$H_{int}^{(1,2)}=e_2\varphi^{(1)}-\frac{e_2}{c}\vec{A}^{(1)}\cdot\vec{v}_2, \tag{2}$$

$$H_{int}^{(2,1)}=e_1\varphi^{(2)}-\frac{e_1}{c}\vec{A}^{(2)}\cdot\vec{v}_1,$$

где $e_{1,2}$ – величины зарядов; $(\varphi^{(1,2)},\vec{A}^{(1,2)})$ – четырехмерные потенциалы поля, создаваемого 1-м и 2-м движущимися зарядами; $\vec{v}^{(1,2)}=\dot{\vec{\xi}}_{1,2}$ – их скорости; $H_{int}^{(1,2)}$ – энергия 2-го заряда в поле, создаваемом 1-м; $H_{int}^{(2,1)}$ - наоборот, энергия 1-го заряда в поле, создаваемом 2-м. Воспользуемся также выражением для запаздывающих потенциалов Лиенара–Вихерта [7]:

$$\varphi^{(1,2)} = \frac{e_{1,2}}{R_{1,2} - \frac{\vec{v}_{1,2} \cdot \vec{R}_{1,2}}{c}} \approx \frac{e_{1,2}}{R_{1,2}} + \frac{e_{1,2}}{c\, R_{1,2}^2} (\vec{v}_{1,2} \cdot \vec{R}_{1,2}), \tag{3}$$

$$\vec{A}^{(1,2)} = \frac{e_{1,2}\, \vec{v}_{1,2}}{c\left(R_{1,2} - \frac{\vec{v}_{1,2} \cdot \vec{R}_{1,2}}{c}\right)} \approx \frac{e_{1,2}}{c} \frac{\vec{v}_{1,2}}{R_{1,2}}. \tag{4}$$

В формулах (3)-(4) разложение проведено с точностью до членов 1-го порядка малости по $v_{1,2}/c$. Потенциалы (3) и (4) вычисляются в запаздывающие моменты времени $t' = t - l/c$. Учитывая, что заряды смещены относительно равновесных положений, найдем после усреднения по периоду их колебаний:

$$\langle H_{int}^{(1,2)} \rangle \approx e_2 \langle \varphi^{(1)} \rangle_{\vec{r} = \vec{r}_2} + e_2 \left\langle \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \vec{r}} \cdot \vec{\xi}_2 \right\rangle_{\vec{r} = \vec{r}_2} - \tag{5}$$

$$- \frac{e_2}{c} \langle \vec{A}^{(1)} \cdot \vec{\xi}_2 \rangle_{\vec{r} = \vec{r}_2} = - e_2 \langle \vec{E}^{(1)} \cdot \vec{\xi}_2 \rangle_{\vec{r} = \vec{r}_2},$$

где $\vec{E}^{(1)} = - \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \vec{r}} - \frac{1}{c} \dot{\vec{A}}^{(1)}$ - потенциал электрического поля, создаваемого 1-м зарядом. Аналогичное выражение можно написать и для $\langle H_{int}^{(2,1)} \rangle$.

Будем рассматривать только дальнюю зону, т.е. $kl \gg 1$, поскольку именно в этом пределе получаются наиболее интересные результаты. В этом случае при вычислении градиента от скалярного потенциала (3) можно ограничиться дифференцированием только осциллирующего множителя. Подставляя (1) и (3)-(4) в (5), получаем

$$\langle H_{int}^{(1,2)} \rangle = - \frac{e_1^2 e_2^2}{2 m_1 m_2 \omega^2 c^2 l} \left(\vec{E}_0^2 - (\vec{E}_0 \cdot \vec{n})^2 \right) \cos(kl - \vec{k} \cdot \vec{l}), \tag{6}$$

$$\langle H_{int}^{(2,1)} \rangle = - \frac{e_1^2 e_2^2}{2 m_1 m_2 \omega^2 c^2 l} \left(\vec{E}_0^2 - (\vec{E}_0 \cdot \vec{n})^2 \right) \cos(kl + \vec{k} \cdot \vec{l}), \tag{7}$$

где $\vec{n} = \vec{l}/l$.

Таким образом, $\langle H_{int}^{(1,2)} \rangle \neq \langle H_{int}^{(2,1)} \rangle$, и силы радиационного взаимодействия, действующие на 1-й и 2-й заряды, не равны. По-видимому, впервые этот результат был установлен в работе [4] при рассмотрении радиационного взаимодействия двух пузырьков.

Сила радиационного взаимодействия, действующая на 2-й заряд, равна $\vec{F}^{(2)} = -\partial \langle H_{int}^{(1,2)} \rangle / \partial \vec{l}$. Аналогично $\vec{F}^{(1)} = \partial \langle H_{int}^{(2,1)} \rangle / d\vec{l}$.

Из (6)-(7) видно, что энергия радиационного взаимодействия убывает как l^{-1}, т.е. ведет себя подобно кулоновской, но имеет при этом осциплирующий множитель. Однако при сравнении сил важны не величины энергий, а их градиенты. Поэтому на больших расстояниях сила радиационного давления может стать доминирующей по отношению к силе Кулона. Это приводит к принципиальной возможности образования связанных состояний даже между одноименно заряженными частицами. Сравнение силы радиационного взаимодействия с кулоновской силой позволяет оценить величину напряженности электрического поля E, при котором эти силы становятся равными: $E \approx m\omega c e^{-1}/\sqrt{kl}$. Соответствующая плотность потока энергии $W = cE^2/4\pi$. Для электронов при длине волны падающего излучения $\lambda = 1$ мкм и $kl = 10$ получаем оценку $W \approx 0.23 \cdot 10^{18}$ Вт/см^2.

Сравним силу радиационного взаимодействия со средней силой, действующей на заряды со стороны падающей волны [7]

$$\vec{f}^{(1,2)} = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e_{1,2}^2}{m_{1,2}c^2}\right)^2 \frac{\langle \vec{E}^2 \rangle}{4\pi k}\vec{k}, \qquad (8)$$

аналогичной силе радиационного давления [2, 8]. Из формул (6)-(8) следует, что для близких по массе и величине заряда частиц $|\vec{F}^{(1,2)}|/|\vec{f}^{(1,2)}| \sim (kl)^{-1} \ll 1$. Если частицы одинаковы, то $\vec{f}^{(1)} = \vec{f}^{(2)}$, т.е. они сносятся как одно целое.

Список литературы

[1] Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1977. 408 с.

[2] Красильников В.А., Крылов В.В. Введение в физическую акустику. М.: Наука, 1984. 400 с.

[3] Кузнецов Г.Н., Щекин И.Е. // Акустический журнал. 1972. Т. 18. В. 4. С. 565-570.

[4] Немцов Б.Е. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 8. В. 2. С. 858-861.

[5] Дойников А.А., Завтрак С.Т. // Акустический журнал. 1988. Т. 34. В. 2. С. 246-250.

[6] Дойников А.А., Завтрак С.Т. // Изв. АН СССР, Сер. МЖГ. 1988. В. 6. С. 99-103.

[7] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.

[8] Завтрак С.Т. // Акустический журнал. 1987. Т. 33. В. 2. С. 240-245.

Научно-исследовательский институт прикладных физических проблем им. А.Н. Севченко при Белорусском государственном университете им. В.И. Ленина

Поступило в Редакцию 25 декабря 1988 г.