ется, а главное, фотостабильность родамина 6Ж существенно меньше (почти на порядок).

Все вышесказанное позволяет отметить перспективность нового поколения красителей для накачки излучением эксимерного лазера на хлориде ксенона.

Список литературы

[1] Степанов Б.И., Бычков Н.Н., Никифоров В.Г. и др. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 7.

[2] Степанов Б.И., Бычков Н.Н., Левшин Л.В. и др. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 7.

[3] Hohld K.L. // Laser Focees. 1982. V. 18. N 6. P. 67–74.

Поступило в Редакцию
28 марта 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 11 12 июня 1989 г.

01

НЕАППРОКСИМИРУЕМОСТЬ АМПЛИТУДНЫХ ДИАГРАММ ИЗЛУЧЕНИЯ ДИАГРАММАМИ ТОКОВ, РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВДОЛЬ ДВУХ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ПРЯМЫХ

Б.З. Каценеленбаум

На плоскости даны две прямые $\vartheta = 0, \pi$ и $\vartheta = \alpha, \alpha \neq \pi$ на них распределены электрические токи, перпендикулярные плоскости. Создаваемые ими в плоскости диаграммы обозначим $f(\vartheta)$. Покажем, что если $\alpha = \pi \cdot t/q$, где t, q – взаимнопростые числа, то любая полная (в L_1) система токов создает неполную (в L_2) систему диаграмм $f(\vartheta)$, т.е. почти любая диаграмма $F(\vartheta)$ не может быть аппроксимирована диаграммами $f(\vartheta)$. Более того, существуют такие амплитудные диаграммы $\Phi(\vartheta)$ ($\Phi \geq 0$), что никаким выбором фазы $\psi(\vartheta)$ нельзя сделать диаграмму $F(\vartheta) = \Phi(\vartheta) exp[-i\psi(\vartheta)]$ аппроксимируемой.

1. Все диаграммы $f(\vartheta)$ удовлетворяют условиям

$$\int_0^{2\pi} f(\vartheta) \sin(pq\vartheta) d\vartheta = 0 \qquad p = 1, 2 \ldots \tag{1}$$

Для доказательства рассмотрим два решения уравнения Гельмгольца – поле u, созданное токами на прямых, и вспомогательное поле $\hat{u} = J_{pq}(kr) \sin(pq\vartheta)$ (r – цилиндрическая координата). Поле u имеет единственную особенность – разрыв $\partial u/\partial N$ на прямых (токи); при $r \to \infty$ $u \sim f(\vartheta)\exp(-ikr)/\sqrt{r}$. Поле $\hat{u}$ не имеет особенностей в конечной части плоскости; при $r \to \infty$ $\hat{u}$ состоит из двух слагаемых, пропорциональных $\sin(pq\vartheta)\exp(\pm ikr)/\sqrt{r}$. Поле $\hat{u}$ обращается в ноль на прямых, на которых терпит разрыв $\partial u/\partial N$. Применяя формулу Грина в бесконечной области к u и $\hat{u}$, получим (1).

2. Разложим заданную диаграмму $F(\vartheta)$ в ряд Фурье, $F(\vartheta) = \sum_n (C_n \cos n\vartheta + S_n \sin \vartheta)$. Функция

$$F(\vartheta) = \frac{1}{2q}\sum_{s=0}^{q-1}\left[F(\vartheta - 2s\alpha) - F(2s\alpha - \vartheta)\right] \tag{2}$$

равна $\sum_{p=1} S_{pq}\sin(pq\vartheta)$, т.е. той части ряда Фурье для $F(\vartheta)$, которая содержит функции, участвующие в (1). При доказательстве надо учесть, что сумма $\sum_{s=0}^{q-1}\sin(n\vartheta - 2sn\alpha)$ равна $q \cdot \sin n\vartheta$, если $n = pq$ $(p = 1, 2 \ldots)$ и равна нулю, если $n \neq pq$.

3. Рассмотрим интеграл $\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}|F - f|^2 d\vartheta$. Он равен сумме квадратов моделей разностей коэффициентов Фурье функции F и f. В ряде Фурье для f отсутствуют, согласно (1), члены, пропорциональные $\sin(pq\vartheta)$. Поэтому п р и л ю б ы х т о к а х этот интеграл не может стать меньше, чем $\sum_{p=1}|S_{pq}|^2$. Но эта величина есть сумма квадратов модулей коэффициентов Фурье функции $F(\vartheta)$. Следовательно,

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\left|F(\vartheta) - f(\vartheta)\right|^2 d\vartheta \geq \frac{2}{\alpha}\int_0^{\alpha}\left|F(\vartheta)\right|^2 d\vartheta \tag{3}$$

Для того чтобы диаграмма $F(\vartheta)$ была аппроксимируема, т.е. чтобы левая часть (3) могла быть выбором токов сделана сколь угодно малой, необходимо и достаточно, чтобы функция $F(\vartheta)$ была равна нулю при $0 \leq \vartheta \leq \alpha$.

4. Пусть задан только модуль диаграммы $\Phi(\vartheta)$. Тождество $F(\vartheta) \equiv 0$ может быть обеспечено выбором фазы $\Psi(\vartheta)$, если $2q$ неотрицательных чисел

$$\Phi(\vartheta - 2s\alpha), \quad \Phi(2s\alpha - \vartheta), \quad s = 0, 1 \ldots q-1 \tag{4}$$

обладают во всем интервале $0 \leq \vartheta \leq \alpha$ следующим свойством: бо́льшее из них не больше суммы остальных $2q-1$ чисел. Тогда из $2q$ комплексных векторов $F(\vartheta - 2s\alpha)$, $-F(2s\alpha - \vartheta)$ $(s = 0, 1 \ldots q-1)$ можно построить замкнутый $2q$-угольник, и, согласно (2), получить $F(\vartheta) = 0$. Если в каком-либо интервале углов ϑ это условие нарушено, то при любых фазах $F(\vartheta) \neq 0$ правая часть (3) больше нуля, диаграмма $F(\vartheta)$ не аппроксимируема. Вероятность того, что для $2q$ случайных чисел это условие будет выполнено, равна $\{1 - 1/(2q-1)!\}$ она быстро стремится к единице с ростом q.

Применим (4) для того, чтобы определить, какие гауссовы амплитудные диаграммы $\Phi(\vartheta) = \exp\left(-\beta \sin^2 \frac{\vartheta - \pi/4}{2}\right)$ (максимум направлен по биссектрисе первого квадранта) можно создать токами на двух взаимноперпендикулярных прямых $\vartheta = 0$ и $\vartheta = \pi/2 (q=2)$. Условие на четыре числа (4) будет выполнено, если диаграмма будет не слишком узкой. Численный расчет показал, что аппроксимируемы только диаграммы с $\beta \leq 1.76$, т.е. с полушириной (по уровню $1/e$) больше 98°. Диаграмма Π-образная может быть аппроксимирована (но, разумеется, не реализована), если ее полуширина не меньше 90°.

Если $F(\vartheta)$ должна быть аппроксимирована совместным действием токов на прямых и еще некоторых других токов, создающих заданную диаграмму $F_0(\vartheta)$, то необходимое и достаточное условие будет, вообще говоря, мягче. Сформулированным после (4) свойством должны тогда обладать не $2q$, а $2q + 1$ неотрицательных числа – к $2q$ чисел в (4) добавляется число $|\tilde{F}_0(\vartheta)|$, где $\tilde{F}_0$ построено из F_0 по формуле (2).

Институт радиотехники
и электроники АН СССР,
Москва

Поступило в Редакцию
12 января 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 11 12 июня 1989 г.

06.3; 07

ЗАПИСЬ НАЛОЖЕННЫХ ГОЛОГРАММ ОПОРНЫМИ ВОЛНАМИ, КОДИРОВАННЫМИ ПРИ ПОМОЩИ МНОГОКАНАЛЬНОГО ФАЗОВОГО ВОЛНОВОДНОГО МОДУЛЯТОРА

Ю.А. Быковский, В.Г. Жереги,
Ю.Н. Кульчин, Ю.Д. Порядин,
В.Л. Смирнов, Н.Н. Фомичев

Пространственно-временное кодирование световых волн открывает возможности ассоциативного поиска и ввода информации, мультиплицирования изображений, увеличения объема голографической памяти и т.д. в оптических процессорах [1–4]. Как правило, кодирование волн производится при помощи управляемых транспарантов [2, 5, 6]. Однако эффективность таких устройств, особенно для обработки информации в реальном времени, пока еще не достаточна, что сдерживает развитие оптических вычислительных средств [3]. В настоящее время разработаны и созданы малогабаритные и быстродействующие интегрально-оптические модуляторы света, которые уже нашли ряд применений при обработке периодических электрических сигналов [7–9]. Широкая полоса частот (до ~1 ГГц) и низкие управляющие напряжения делают такие устройства перспективными для создания на их основе пространственно-временных модуляторов света. Поэтому целью настоящей работы явилось исследование возможности использования многоканального фазового волноводного