[5] Sharma R.C., Leo Ngai T., Chang Y.A. // Journ. of Electron. Mater. 1987. V. 16. N 5. P. 307-314.
[6] De Winter J.C., Pollack M.A., Srivastava A.R., Ziskind J.C. // Journ. of Electron. Mater. 1985. V. 4. N 6. P. 729-747.

Физико-технический
институт им. А.Ф. Иоффе
АН СССР, Ленинград

Поступило в Редакцию
4 апреля 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 12 26 июня 1989 г.

01

КОГЕРЕНТНОЕ ПОЛЕ ИСТОЧНИКА СКАЛЯРНЫХ ВОЛН НАД СТАТИСТИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ СФЕРОЙ

А.С. Брюховецкий, Л.А. Пазынин

Теоретические исследования распространения волн над статистически неровной поверхностью проводятся более четырех десятилетий, однако в вопросе о влиянии многократного рассеяния на ослабление поля не выходили за рамки случая шероховатой плоскости. Лишь в последнее время появились работы по анализу двумерной задачи рассеяния круговым цилиндром [1, 2]. Важный в практическом отношении случай статистически неровной сферы исследовался только в плане малых изменений поля без учета роли многократного рассеяния в множителе ослабления (см. лит. в [1]), хотя авторы работы [3, 4] намеревались рассмотреть и его. Из-за отсутствия достаточно полного теоретического анализа волнового поля над статистически неровной сферой применяют искусственный прием [5, 6] для оценки влияния неровностей, подставляя эффективный импеданс плоских волн, скользящих над шероховатой плоскостью, в решение для гладкой сферы.

Таким образом, важность и актуальность последовательного теоретического анализа влияния многократного рассеяния неровностями, хотя бы в приближении Бурре, на характеристики сферических волн над статистически неровной сферой большого радиуса очевидны. Настоящая работа посвящена такому анализу.

Наша цель состоит в нахождении решения уравнения Гельмгольца

$$\Delta \Pi + k^2 \Pi = -4\pi \delta(\vec{r} - \vec{r}_0), \qquad (1)$$

удовлетворяющего условию излучения на бесконечности и граничному условию

$$\frac{\partial \Pi}{\partial N} = -ik\eta_0 \Pi \tag{2}$$

на случайной поверхности $r = a + \xi\ (\varphi, \theta)$, с малым импедансом $|\eta_0| \ll 1$, где a – радиус средней поверхности, $\xi\ (\varphi, \theta)$ – случайная функция с нулевым средним, $\vec{N}$ – нормаль. Предполагается малость $\left(\frac{|\xi|}{a} \ll k|\xi| \ll 1\right)$ и пологость $(|\nabla\xi| \sim k|\xi|)$ неровностей, что позволяет применить теорию возмущений в нелокальных граничных условиях [5]. В сферической системе координат источник расположен на полярной оси $r_0 = b$, $\theta_0 = 0$, зависимость от времени $exp(-i\omega t)$. Представим $\Pi = P + p$, где $P = \langle \Pi \rangle$ – среднее (когерентное) значение Π по ансамблю реализаций $\xi\ (\varphi, \theta)$, а p – флуктуации. Разложив граничное условие (2) в ряд Тейлора по ξ в окрестности $r = a$ и ограничившись слагаемыми до второго порядка включительно, аналогичными тем, что в задаче о неровной плоскости [7], получим граничные условия на поверхности $r = a$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial r}\right) + ik\eta_0\Big)P + \frac{\partial^3 P}{\partial r^3}\cdot\frac{\langle\xi^2\rangle}{2} + \left\langle\left(\frac{\partial}{\partial r} + ik\eta_0\right)\frac{\partial P}{\partial r}\cdot\xi\right\rangle - \langle\nabla p \vec{\gamma}\rangle = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} + ik\eta_0\right)p\left(\frac{\partial}{\partial r} + ik\eta_0\right)\frac{\partial P}{\partial r}\xi - (\nabla P\vec{\gamma}) = 0. \quad (\vec{\gamma} = \nabla\xi). \tag{3}$$

Представив все величины в (3) в виде разложений по сферическим функциям, после подстановки их в (3) с помощью суммирования рядов Клебша-Гордана [8] в чрезвычайно громоздких выражениях для P можно получить следующее выражение для среднего поля:

$$P(r,\varphi,\theta) = ik\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\xi_n^1(kb)P_n(cos\theta)\left\{\psi_n(kr) + B_n\xi_n^1(kr)\right\}. \tag{4}$$

Здесь $P_n\ (cos\,\theta)$ – полиномы Лежандра, $\psi_n\ (x)$, $\xi_n^1\ (x)$ – сферические бесселевы функции, а коэффициенты отражения

$$B_n = -\left[\beta(\psi_n(ka)) - \frac{k^2\sigma^2}{\pi a^2}\tilde{C}_n^{(0)}(ka)\right]\left[\beta(\xi_n^1(ka)) - \frac{k^2\sigma^{2\prime}}{\pi a^2}\tilde{C}_n^{(1)}(ka)\right]^{-1}, \tag{5}$$

причем $\beta\ (\psi_n\ (ka)) = \psi_n(ka)\left[(ln\,\psi_n(ka))' + i\eta_0\right] - \frac{k^2\sigma^2}{2}\psi_n'''(ka)$, $\tau = \langle\xi^2\rangle$.

а выражение $\beta(\xi_n^1\ (ka))$ получается из $\beta(\psi_n\ (ka))$ соответствующей заменой аргумента. Далее для изотропного и однородного поля ξ ($\tilde{W}\ (\varkappa)$ – пространственный спектр):

$$\tilde{C}_n^{(0)}(ka)=\varkappa^2\sum_{m=0}^{\infty}\tilde{W}\left(\frac{m}{a}\right)(2m+1)\sum_{l=|n-m|}^{n+m}\frac{1+(-1)^{n-l-m}}{2}\left[\xi_l^{1\prime}(ka)+i\eta_0\xi_l^1(ka)\right]^{-1}\times$$

$$\times Q\left(\varkappa_l\varkappa_n,\ \xi_l^1(ka)\right)Q\left(\varkappa_l\varkappa_n,\ \psi_n(ka)\right), \qquad (6)$$

где $Q(\varkappa_l\varkappa_n,\ \xi_l^1(ka))=\varkappa_l\varkappa_n\xi_l^1(ka)\ C(n,m,l;\ 1,0,1)-$ $-\left[\xi_l^1(ka)+\left(\frac{2}{ka}-i\eta_0\right)\xi_l^{1\prime}(ka)\right]C\ (n,m,l;0,0,0)$; $\varkappa_s^2=$ $=s(s+1)(ka)^{-2}$. $C(l_1,l_2,l;j,k,j+k)$ – коэффициенты Клебша–Гордана [8]. Аналогичное выражение $\tilde{C}_n^{(1)}(ka)$ отличается от $\tilde{C}_n^{(0)}(ka)$ из формулы (6) заменой $\psi_n(ka)$ на $\xi_n^1(ka)$.

Переход к гладкой сфере ($\sigma\to 0$) приводит к известным представлениям [9]. В высокочастотной области ($ka\gg 1$) для (4) можно получить в освещенной области отражательную формулу ([9], с. 386) с эффективным коэффициентом отражения $V_{\hat{\mu}}=1-\frac{2}{\cos\gamma}\eta_{эфф}(\mu)$. При этом эффективный импеданс

$$\eta_{эфф}(\mu)=\eta_0-i\frac{\sigma^2k^2}{2}\left[\frac{2}{ka}\left(1-2\frac{\mu^2}{k^2a^2}+i\eta_0\left(1-\frac{\mu^2}{k^2a^2}\right)\right)\right]+$$

$$+\sigma^2k^2\int_0^\infty\tilde{W}(\varkappa)\varkappa d\varkappa\int_0^\pi\left\{\frac{\mu\xi}{k^2a^2}-1+i\left(i\eta_0-\frac{2}{ka}\right)\sqrt{1-\frac{\xi^2}{k^2a^2}}\right\}\frac{\frac{\mu\xi}{k^2a^2}-1-i\eta_0\left(i\eta_0-\frac{2}{ka}\right)}{\sqrt{1-\frac{\xi}{k^2a^2}}+\eta_0}d\varphi, \qquad (7)$$

где $\xi^2=\mu^2+a^2\varkappa^2+2a\mu\varkappa\cos\varphi$, а $\hat{\mu}=ka\sin\gamma$ (γ – угол падения плоской волны) – перевальное значение μ. Для крупномасштабных неровностей ($k\gg\varkappa$) в предельном случае $a\to\infty$ (7) переходит в известное соотношение для шероховатой плоскости [7]. В области тени среднее поле представляет собой ряд по ползущим волнам, безразмерные волновые числа которых $\mu=\mu_s$ определяются как корни уравнения

$$\xi_\mu^{1\prime}(ka)+\eta_{эфф}(\mu)\xi_\mu^1(ka)=0. \qquad (8)$$

По порядку величины $\mu_s\approx ka+\left(\frac{ka}{2}\right)^{1/3}e^{i\pi/3}$ (1), что в значительной мере отличается от значения $\hat{\mu}\big|_{\gamma=\frac{\pi}{2}}=ka$, которое, как указывалось в начале сообщения, используется в качестве аргумента в $\eta_{эфф}(\mu)$, для оценок поля в тени шероховатой сферы [5, 6]. Однако вопрос о том, насколько при этом отличаются корни μ_s уравнения (8) с таким значением $\eta_{эфф}(\mu)$, требует специальных численных исследований.

Полученные результаты имеют как самостоятельное значение в плане приложения к задачам акустики, так и для развития их применительно к распространению радиоволн над Землей.

Список литературы

[1] Попов Ю.Ю. // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 6. С. 827-831.
[2] Попов Ю.Ю. // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 2. С. 324-330.
[3] Nakayama J. // Rad. Sci. 1986. V. 21. N 4. P. 707-715.
[4] Ogura H., Nakayma H. // J. Math. Phys. 1988. V. 29. N 4. P. 851-860.
[5] Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
[6] Barrick D.E. // Rad. Sci. 1971. V. 6. N 5. P. 527-533.
[7] Фрейлихер В.Д., Фукс И.М. // Изв. вузов, Радиофизика. 1976. Т. 19. № 3. С. 401-406.
[8] Виленкин Н.Я. Специальные функции и теория представления групп. М.: Наука, 1965. 588 с.
[9] Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.

Поступило в Редакцию
29 марта 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 12 26 июня 1989 г.

05.2

НОВЫЙ ТИП НЕОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА В ТОНКИХ МАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ

А.Л. Сукстанский, С.В. Тарасенко

Как известно, в ограниченных образцах магнетиков при определенных условиях возможно резонансное взаимодействие бегущих магнитостатических спиновых волн (МСВ) и обменных спиновых волн (ОСВ) (неоднородный спин-спиновый резонанс), приводящее к „расталкиванию" ветвей спин-волнового спектра, формированию в резонансной области магнитообменных спиновых колебаний и возникновению дополнительных максимумов поглощения СВЧ-поля [1]. Что же касается влияния магнитоупругого взаимодействия на характер распространения бегущих МСВ и ОСВ, то его величина вне условий спин-ориентационного фазового перехода (СОФП), как правило, является малой (безразмерный параметр линейного магнон-фононного взаимодействия $\xi^2 \sim 10^{-4}-10^{-5}$ [2, 3], поэтому учет взаимодействия спиновой и упругой подсистем в тонких магнитных пленках (ТМП) обычно сводился к изучению резонансного взаимодействия МСВ и ОСВ с бегущими волнами упругих деформаций [4,5].