Письма в ЖТФ, том 15, вып. 21 12 ноября 1989 г.

10

ВОЛНЫ МОДУЛЯЦИИ В ПОТОКЕ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕМ С ВОЛНОВЕДУЩЕЙ СТРУКТУРОЙ

Ю.Н. Зайко

Низкочастотные волны модуляции являются одним из источников развития шумов в электронных приборах СВЧ. В настоящей работе рассмотрены в приближении нелинейной геометрической оптики модуляционные волны плотности заряда (ВПЗ) в потоке носителей заряда, взаимодействующем с волноведущей структурой, описываемой уравнениями длинной линии [1]:

$$v_t + v v_z = \frac{e}{m}\varphi_z + \frac{e}{m}V_z\,; \quad n_t + (nv)_z = 0; \quad \varphi_{zz} = 4\pi e(n-n_0);$$
$$V_z + LI_t = 0; \quad I_z + CV_t + Sen_t = 0, \tag{1}$$

где v, n – скорость и плотность носителей; $-e$, m – их заряд и масса, φ – потенциал поля пространственного заряда; V, I – напряжение и ток в линии; L и C – индуктивность и емкость линии на единицу длины, S – площадь поперечного сечения потока. В работе [1] получено стационарное решение (1) ($\theta = kz - \omega t$, k – волновое число, ω – частота), имеющее вид квадратуры

$$\theta = \pm\frac{\omega}{\omega_{p0}}\int\frac{d\xi}{(\xi-1)^2}\;\frac{(\xi-1)^3+b^3}{\left[G-(\xi-\xi_0)^2-b^3\dfrac{\xi_0-1}{(\xi-1)^2}+\dfrac{2b^3}{\xi-1}\right]^{1/2}}, \tag{2}$$

где $\omega_{p0}^2 = \dfrac{4\pi e^2 n_0}{m}$, $b^3 = \dfrac{\xi_0-1}{4\pi}\dfrac{SL\omega_{p0}^2}{1-\left(\frac{\omega}{ku_{\text{л}}}\right)^2}$ – безразмерный параметр связи потока и структуры; $\xi = \dfrac{kv}{\omega}$, $\xi_0 = \dfrac{kv_0}{\omega}$, n_0, v_0 – невозмущенные значения n и v, $u_{\text{л}} = \dfrac{1}{\sqrt{CL}}$ – скорость волны в холодной линии, $\sqrt{G}$ – амплитуда волны. Знаки $\pm$ в (2) относятся к медленной и быстрой волне. Полагая $\oint d\theta = 2\pi$, получим из (2) нелинейное дисперсионное уравнение (ДУ), связывающее ω, k и G. Для $b^3 = 0$, как показано в [2], ДУ совпадает с линейным: $\omega = \pm\omega_{p0} + kv_0$. В общем случае $b^3 \neq 0$ ДУ может быть выражено через эллиптические интегралы. Здесь ДУ получено с точностью до членов b^3. Для того чтобы при вычислениях избежать фиктивно расходящихся интегралов, используется формальный прием [3], смысл которого ясен из дальнейшего. ДУ имеет вид:

$$2\pi = \pm\left\{2\pi(\xi_0-1)+\pi b^3\frac{\xi_0-1}{[(\xi_0-1)^2-G]^{3/2}}+b^3\hat{D}I_1-\frac{1}{2}b^3(\xi_0-1)\hat{D}I_2\right\}, \qquad (3)$$

где оператор $\hat{D}=2\frac{\partial}{\partial\xi_0}+4(\xi_0-1)\frac{\partial}{\partial G}$, а интегралы $I_n=$ $=\int\limits_{\xi_0-\sqrt{G}}^{\xi_0+\sqrt{G}}\frac{d\xi}{(\xi-1)^n\sqrt{G-(\xi-\xi_0)^2}}$. Выполняя вычисления, получаем ДУ в виде:

$$\omega-kv_0=\frac{\pm\omega_{p0}}{1+\frac{1}{2}b^3[(\xi_0-1)^2-G]^{-3/2}}. \qquad (4)$$

Наибольший интерес представляет анализ ДУ вблизи синхронизма медленной ВПЗ с прямой волной в структуре, где (4) принимает вид:

$$(kv_0-\omega-\omega_{p0})(ku_1-\omega)=-\frac{\omega_{p0}\omega^3}{4\pi}SL\left(1+\frac{3}{2}G\frac{\omega^2}{\omega_{p0}^2}\right). \qquad (5)$$

При $G=0$ (5) описывает известные линейные волны, взаимодействие которых приводит к конвективной неустойчивости вблизи синхронизма [4], используемой для усиления волн в приборах О-типа. Учет амплитуды в ДУ позволяет исследовать вопрос о распространении волн модуляции в рассматриваемой системе. Из (5) следует, что критерий устойчивости волн модуляции Лайтхилла [5] $k'_G\cdot k''_\omega>0$ выполняется. Это позволяет заключить, что в приближении нелинейной геометрической оптики имеются две характеристические скорости $c_{1,2}^{-1}=k'_\omega\pm\sqrt{k'_G k''_\omega G}$, приводящие к гиперболическим искажениям начального профиля возмущений [6]. Более подробное описание волн модуляции, основанное на методе усреднения Уизема, можно получить, усредняя законы сохранения для системы (1) и используя тот же прием, с помощью которого было получено нелинейное дисперсионное уравнение (4).

Список литературы

[1] Зайко Ю.Н. // ЖТФ. 1982. Т. 52. № 12. С. 2429.
[2] Басс Ф.Г., Конотоп В.В., Притула Г.М. // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. № 2. С. 305.
[3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М.: Наука. 1973. 207 с.
[4] Люисселл У. Связанные и параметрические колебания в электронике. М.: ИЛ. 1963.
[5] Карпман В.И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука. 1973. 176 С.
[6] Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны / Пер. с англ. М.: Мир. 1977. 622 С.

Поступило в Редакцию
28 февраля 1989 г.