Письма в ЖТФ, том 15, вып. 23 12 декабря 1989 г.

01; 10

ФОРМИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВЫХ КОГЕРЕНТНЫХ СГУСТКОВ ПРИ СЕРФАТРОННОМ УСКОРЕНИИ

В.А. Буц, С.С. Моисеев,
В.В. Мухин

В последнее время интенсивно изучается возможность ускорения до больших энергий электронов, захваченных волной плотности заряда, распространяющейся с фазовой скоростью $V_\varphi \lesssim c$ поперек внешнего магнитного поля (так называемый серфатронный механизм ускорения) [1]. В данной работе изучается фазовая фокусировка электронов сгустка, находящегося в условиях серфатронного ускорения.

Пусть в плазме с плотностью n_p поперек внешнего магнитного поля $\vec{H}_0 = H_0 \cdot \vec{e}_z$ распространяется вдоль оси Ox потенциальная волна $E_0 \cdot \vec{e}_x \cdot \sin(kx - \omega t)$. Тогда система уравнений, описывающая динамику ускорения захваченных волной электронов, имеет вид [2]

$$\frac{d}{dt}(\gamma v_x) = -\frac{eE_0}{m}\sin(kx - \omega t) - \omega_{He}\cdot v_y,$$
$$\frac{d}{dt}(\gamma v_y) = \omega_{He}\cdot v_x . \qquad (1)$$

Здесь v_x, v_y – компоненты скорости электрона, $\omega_{He} = eH/mc$ – электронная циклотронная частота, $\gamma = (1 - v_x^2/c^2 - v_y^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор. Из системы (1) следует также уравнение

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{eE_0}{m}\cdot v_x \cdot \sin(kx - \omega t). \qquad (2)$$

Учитывая, что $v_x = dx/dt$, из последнего уравнения (1) получаем

$$v_y = \frac{\omega_{He}}{k\gamma}\cdot(xk + \varphi_0); \qquad (3)$$

здесь $kx_0 = \varphi_0$ – начальная фаза электрона. Из первого уравнения системы (1), (2) и (3) получаем нелинейное уравнение

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2}\cdot\frac{[c^2k^2 + \omega_{He}^2(\Phi+\varphi_0)^2]^{1/2}}{\left[c^2k^2 - \left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2\right]^{3/2}} +$$
$$+ \frac{k^2\omega_{He}^2\Phi^2}{\left[k^2c^2 - \left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2\right]^{1/2}\left[k^2c^2 + \omega_{He}^2(\varphi_0+\Phi)^2\right]^{1/2}} = -\frac{eE_0}{m}\sin(\varphi_0 + kx - \omega t). \qquad (4)$$

Это точное уравнение описывает эволюцию фазы электрона при его ускорении волной. Полагая $x = V_\varphi t + \xi$ и считая $\omega_{He}^2 x_0^2/c^2 \gg 1$ (т.е. начальная фаза $\varphi_0 > ck_0/\omega_{He}$), имеем нелинейную систему уравнений для ξ и $y = d\xi/dt$:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{c^2\left[1-\frac{1}{c^2}(V_\varphi + y)^2\right]}{V_\varphi t + x_0 + \xi} - \frac{c^2\left[1-\frac{1}{c^2}(V_\varphi + y)^2\right]^{3/2}}{V_\varphi t + x_0 + \xi} \times$$

$$\times \sin(k\xi + \varphi_0)\cdot\frac{eE_0}{\omega_{He} mc}, \quad \frac{d\xi}{dt} = y. \tag{5}$$

Система уравнений (5) не является автономной, т.е. для нее нельзя в явном виде использовать метод качественного анализа для автономных систем. Однако, если учесть, что временной множитель здесь содержится только в виде $1/V_\varphi t + x_0 + \xi$ и не влияет на вид стационарных точек, такой анализ может быть проведен. Тогда стационарные точки системы (5) находим из условий $y = 0$, $dy/dt = 0$ или

$$\frac{d\xi}{dt} = 0, \quad \frac{\omega_{He}}{c}\gamma_\varphi + \frac{eE_0}{mc^2}\sin\varphi_* = 0. \tag{6}$$

Определим характер этих стационарных точек. Для этого рассмотрим поведение малых возмущений $\tilde{\xi}$ и $\tilde{y}$. Уравнение для $\tilde{\xi}$ имеет следующий вид:

$$\frac{d^2\tilde{\xi}}{d\tau^2} - \frac{1}{\tau}\frac{d\tilde{\xi}}{d\tau} + \frac{B}{\tau}\tilde{\xi} = 0, \tag{7}$$

где $\tau = t + \frac{x_0}{V_\varphi}$, $B = \frac{eE_0 k\cos\varphi_*}{\omega_{He}/c\,\gamma_\varphi^3 V_\varphi m}$.

(7) является уравнением Бесселя, вид решения которого меняется в зависимости от знака коэффициента B.

Рассмотрим случай, когда электрон находится в ускоряющей фазе $\sin\varphi < 0$ и $\cos\varphi_* < 0$, т.е. $\pi \le \varphi_* < 3\pi/2$. Тогда и решение (7) принимает вид

$$\tilde{\xi} \sim J_0\left(2\sqrt{|B|\tau}\, i\right). \tag{8}$$

Из (8) следует, что при больших τ ($\tau > 1/|B|$) происходит экспоненциально быстрый уход из стационарной фазы φ_*, т.е. начальная фаза φ_0, удовлетворяющая соотношению (6) и находящаяся в области $\pi \le \varphi_0 < 3\pi/2$, является неустойчивой. Фаза быстро нарастает и переходит в область $\varphi \geqslant 3\pi/2$, начиная с $3\pi/2$, экспоненциальный фазовый рост сменяется степенным и фаза приближается к новой стационарной точке в области $3\pi/2 \le \varphi_* \le 2\pi$.

Исследуем эту стационарную точку на устойчивость. Здесь уравнение (7) имеет положительный коэффициент B, и решение (7) приобретает вид

$$\tilde{\xi} \sim J_0 \left(2\sqrt{B\tau} \right),$$

т.е. при больших τ имеем

$$\tilde{\xi} \sim \frac{1}{\pi (B\tau)^{1/4}} \cos\left(2\sqrt{B\tau} - \frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{4} \right). \qquad (9)$$

Из (9) следует, что фаза частицы, осциллируя с частотой $\Omega = 2 \, (B/\tau)^{1/2}$, сходится к стационарной по степенному закону $|\tilde{\xi}| \sim 1/\tau^{1/4}$.

Таким образом, фаза всех электронов, находящихся в ускоряющей фазе за времена $\tau > \tau_0$ $(\tau_0 = V_\varphi/c \; \omega_{He} \gamma_\varphi^3 m / eE_0 k \cos \varphi_*)$, стягивается к стационарной фазе φ_*, т.е. образуются когерентные сгустки электронов.

Следует отметить, что фазовая динамика электронов численно рассматривалась в работе [2], однако исходной фазой для электронов здесь выбиралась нулевая.

В работе [3] учитывалась ненулевая начальная фаза, однако получено неточное нелинейное уравнение и не проведен анализ возможной фазовой фокусировки.

Авторы благодарят Я.Б. Файнберга за плодотворные обсуждения.

Список литературы

[1] Katsonleas T., Dawson J.M. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 392.

[2] Katsonleas T., Dawson J.M. // IEEE Trans. Nucl. Science. V. S-30, N 4. P. 3241.

[3] Nenffer D.V. // Preprint LA-UR-84-1349. Los Alamos. 1984.

Харьковский физико-технический институт АН УССР

Поступило в Редакцию 30 мая 1989 г.